



Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)

MS-A0201

Hakula/Metsälampi

Harjoitukset, Viikko 5B, 2023



Määritelmistä

TEHTÄVÄ M1 Mikä on lyhin etäisyys pisteestä $(0, -1)$ käyrällä $y = \sqrt{1 - x^2}$? Voiko tehtävän ratkaista Lagrangen kertoimien avulla?

TEHTÄVÄ M2 Määritä tason pisteen lyhimmän etäisyyden suorasta kaava Lagrangen kertoimien avulla.

Johdanto

TEHTÄVÄ J1 Etsi origon lyhin etäisyys hyperbelistä $x^2 + 8xy + 7y^2 = 45$ käyttäen Lagrangen kertoimia.

TEHTÄVÄ J2 Määritä origon suurin ja pienin etäisyys käyrästä

$$\frac{x^4}{a^4} + \frac{y^4}{b^4} = 1.$$

Kotitehtävät

TEHTÄVÄ K1 Etsi funktion $f(x, y, z) = xy^2z^3$ maksimi ja minimi pallolla $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$.

TEHTÄVÄ K2 Suorakulmaisen, kannettoman laatikon tilavuus olkoon V kuutiota. Laatikko valmistetaan kahdesta materiaalista s.e. pohjan ja etulevyn materiaali on hinnaltaan viisinkertainen takalevyn ja kahden jäljelle jäävän sivun materiaaliin verrattuna. Mitkä laatikon mitat minimoivat materiaalikustannukset?

Haaste

Tarkastellaan funktiota $f(x, y)$ rajoitusehdolla $g(x, y, p) = 0$, missä p on parametri, joka ei ole kontrolloitavissa eikä siten vaikuta funktion f kriittisten pisteiden määrittämiseen. Oletetaan, että (a, b) on eräs kriittinen piste. Määritä $df(a, b)/dp$ eli ääriarvon muutos parametrin suhteen.

Vastauksia

TEHTÄVÄ J1

$\sqrt{5}$ 1 :A

TEHTÄVÄ J2

$\frac{1}{2}q + \frac{2v}{\sqrt{q}} (0 < q, 0 < v)$ 2 :A
--