Aalto-yliopisto
Sähkötekniikan korkeakoulu

ELEC-C1110 Automaatio- ja systeemi-tekniikan perusteet

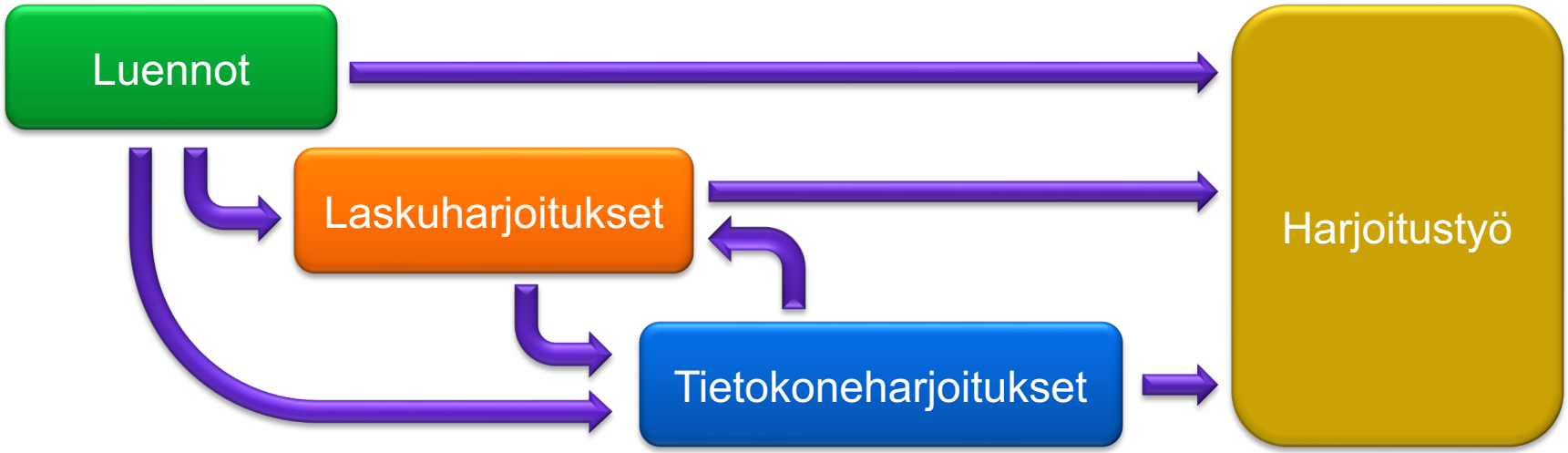
Luento 10

Kertaus ja yhteenveto kurssin asioista

27.3.2023, Joni Pajarinen

Kurssin eteneminen

- Mallintaminen (luennot + laskari + tietokoneharj.)
- Dynamiikka (luennot + laskari + tietokoneharj.)
- Säätö (luennot + laskari + tietokoneharj.)
- Kinematiikka (luennot + laskari + tietokoneharj.)



Lista kurssin aiheista

- Automaatio- ja systeemitekniikan määritelmät, taustaa, historiaa
- Takaisinkytkentä ja säätö, avoin/suljettu järjestelmä, perusperiaate
- SISO/MIMO-prosessit
- Dynaamisen systeemin mallintaminen, lohkokaavioesitys
- Numeerinen integrointi
- Mallin kalibrointi näytteistä, lineaarinen malli, epälineaarien malli, pienimmän neliövirheen minimointi
- Gradienttimenetelmä, kantafunktiomalli, neuroverkko
- Valmiin ja tuntemattoman mallin yhdistäminen
- Virhelähteet mittauksessa
- Anturit, eri anturityyppejä
- Toimilaitteet, näytteistys
- Takaisinkytkentä ja säätö yleisesti
- P/PI/PD/PID –säätimet
- Dynaamiset ominaisuudet aikatasossa, stabiilius, värähtely
- Roboteista yleisesti
- Robotin suora kinematiikka
- Robotin käänteinen kinematiikka
- Robotin liikekinematiikka
- Robotin nivelkulmien säätö
- Robotin liiketrajektorin säätö
- Robotin säädön myötäkytkentä, dynamiikan huomiointi
- Uudelleen suunnittelu
- Kaskadisäätö

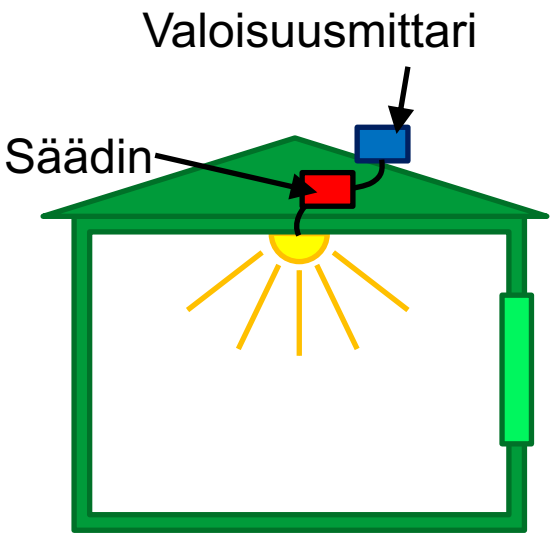
Automaatio- ja systeemitekniikan määritelmät, taustaa, historiaa

- Automaatio: Toiminta ilman ihmisen ohjaavaa tai suorittavaa osuutta
- Systeemitekniikka: Oppi dynaamisista järjestelmistä ja niiden ohjaamisesta
- Sovelluksia
  - Prosessiteollisuus ja energiantuotanto
  - Kappaletavarateollisuus
  - Yksittäiset koneet ja laitteet

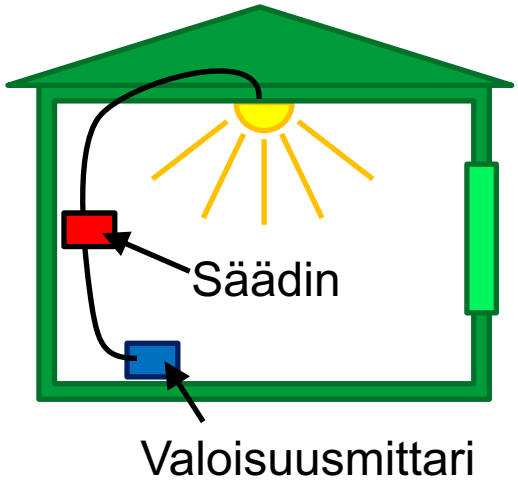
Mallintaminen

Takaisinkytkentä ja säätö, avoin/suljettu järjestelmä, perusperiaate

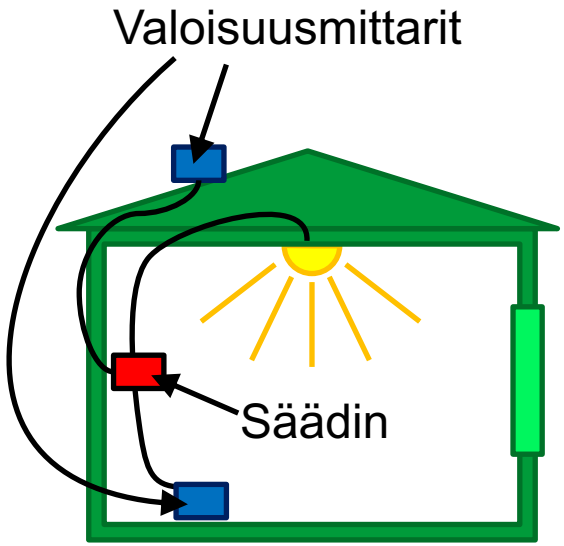
Avoin järjestelmä



Suljettu järjestelmä

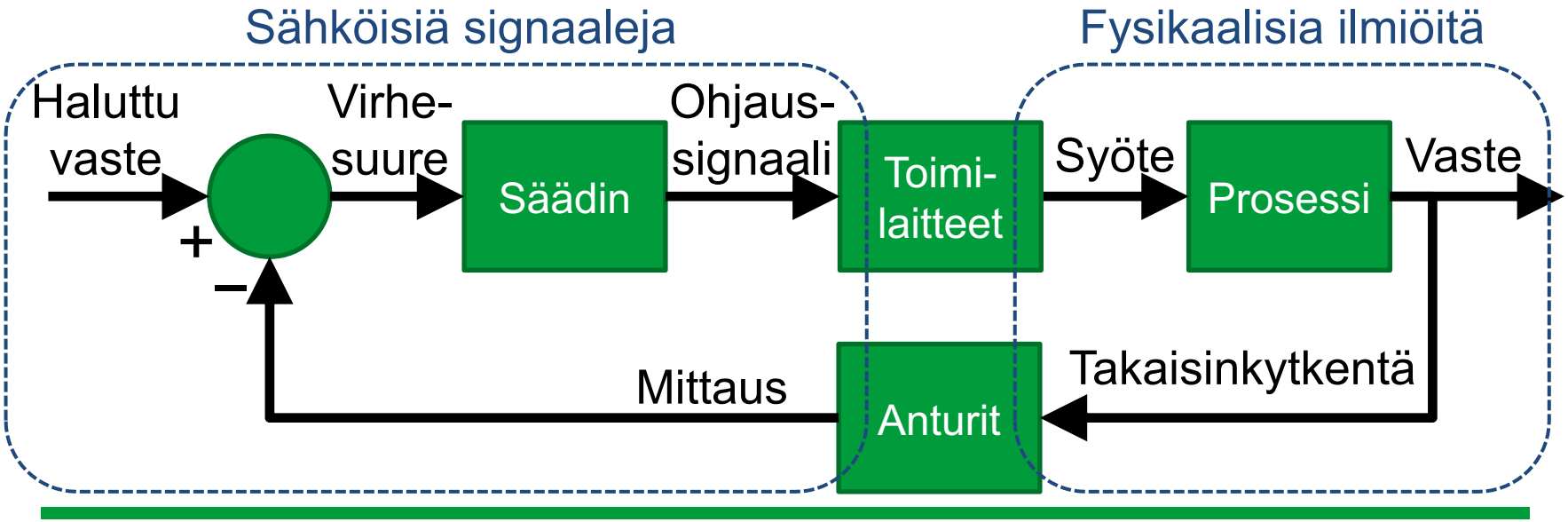


Hybridi



Takaisinkytkentä ja säätö, avoin/suljettu järjestelmä, perusperiaate

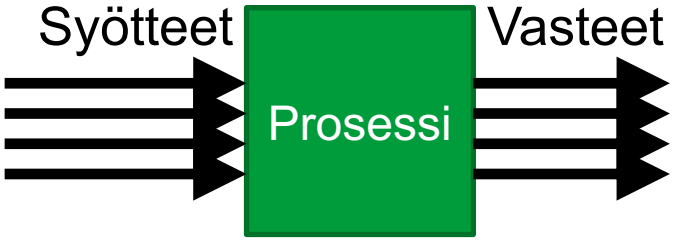
- Mittaus ohjattavasta prosessista
- Mitataan ohjauksen aiheuttamaa reaktiota
- Takaisinkytkentä (negatiivinen)



SISO ja MIMO

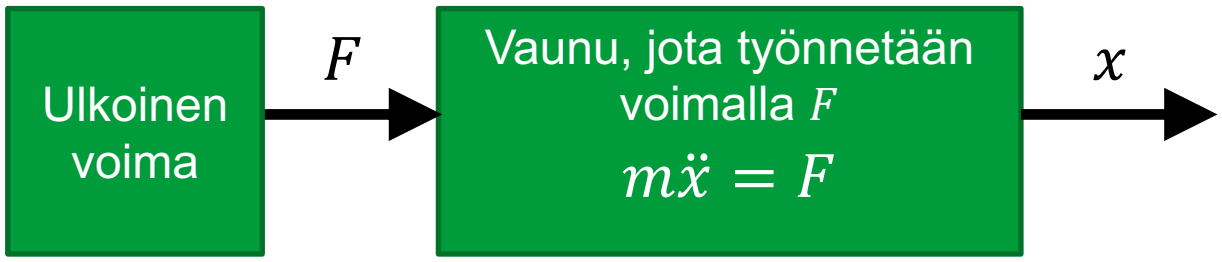
- SISO: Single Input Single Output

- MIMO: Multiple Input Multiple Output

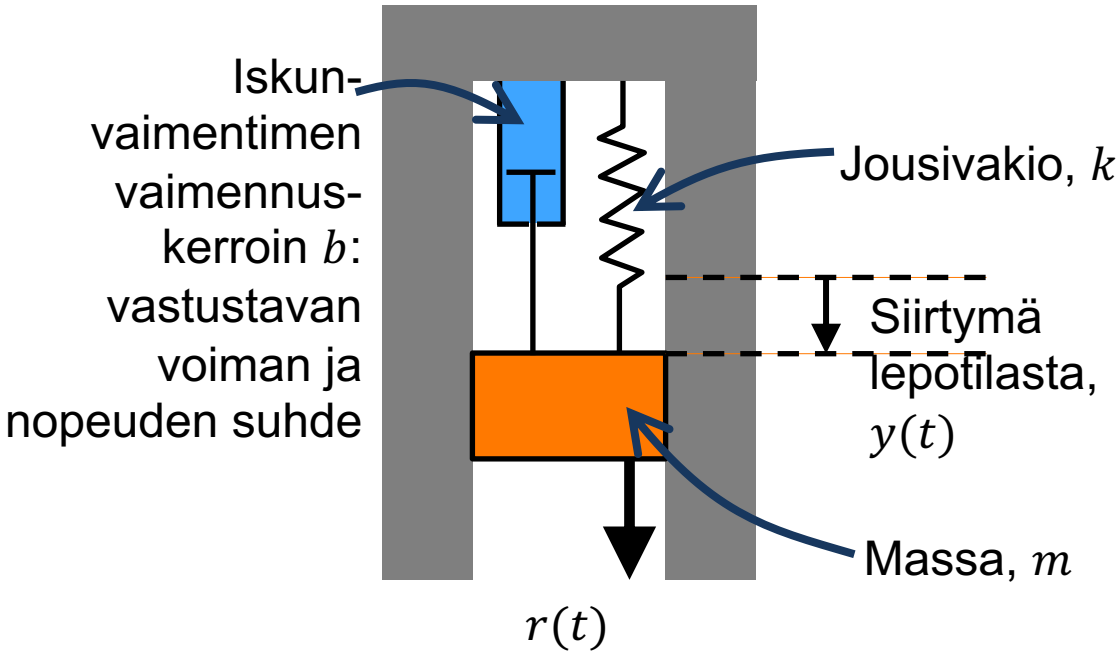


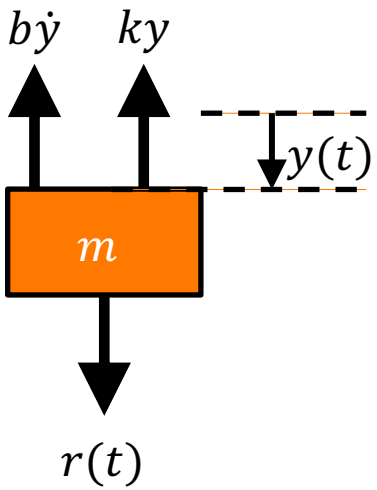
Dynaamisen systeemin mallintaminen, lohkokaavioesitys

- Systeemillä syötteet ja vasteet
- Systeemin dynaamiset ominaisuudet kuvataan differentiaaliyhtälöillä
  - Perustuvat fysikaaliseen malliin tms. sääntöihin
- Lohkokaavioilla voidaan visualisoida systeemin osien vuorovaikutuksia, esim:



Jousi-massa-vaimennin -järjestelmä



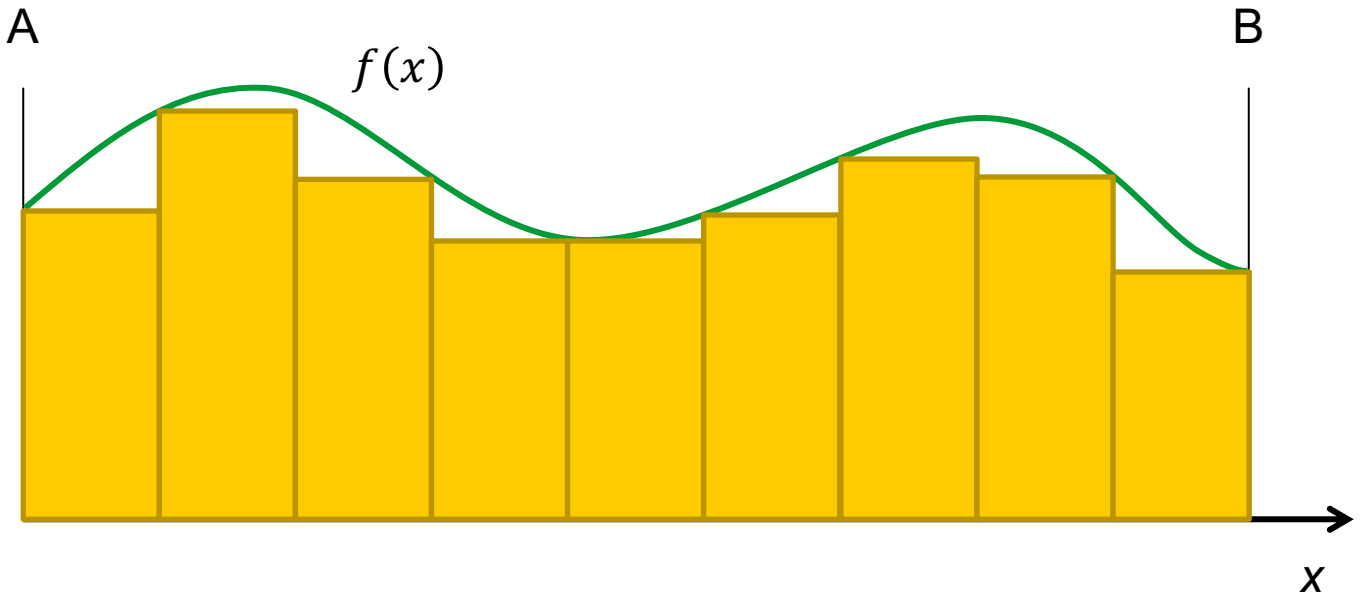


$$F = ma$$
$$-b\dot{y} - ky + r(t) = m\ddot{y}$$
$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = r(t)$$

Toisen kertaluvun lineaarinen
vakiokertoiminen differentiaaliyhtälö (ODE)

Numeerinen integrointi

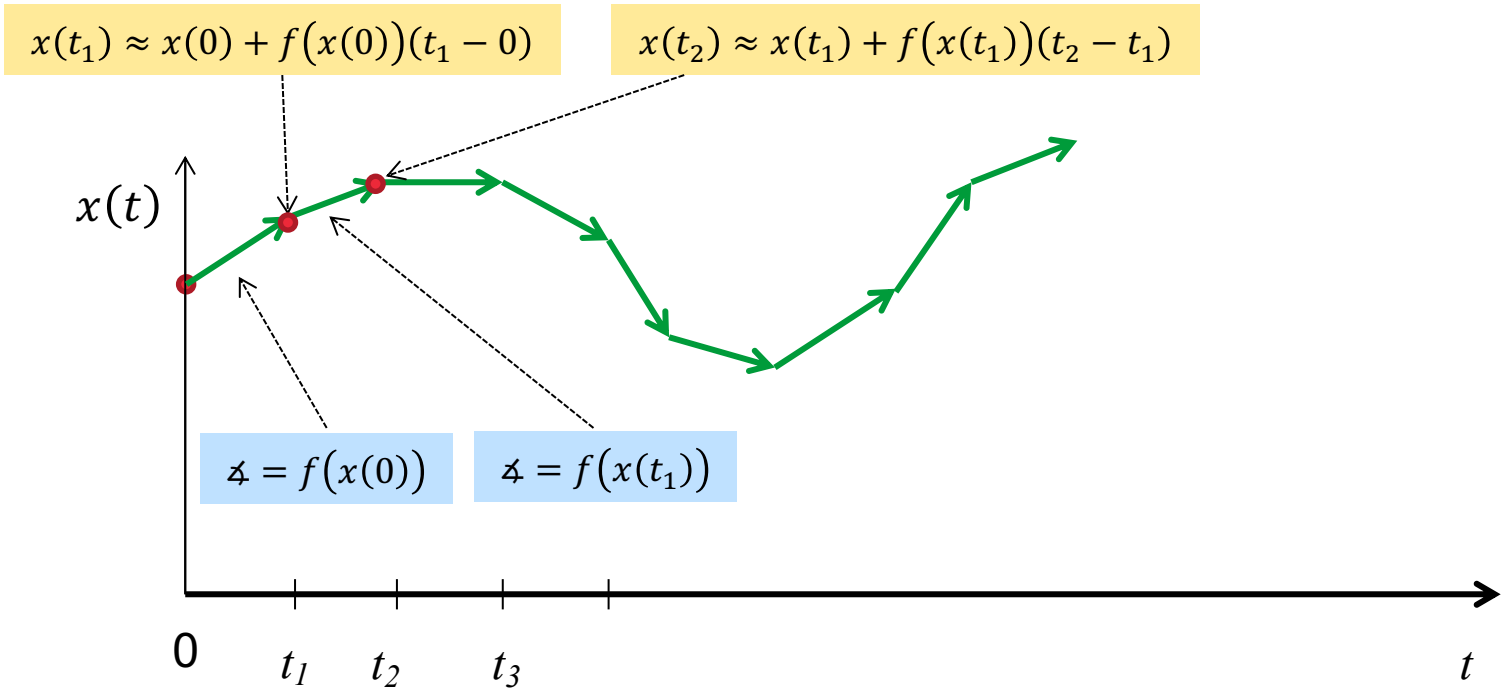
$$\int_A^B f(x)dx \approx \sum \min_{x_1 \le x \le x_2} f(x)(x_2 - x_1)$$



Numeerinen integrointi (ODE)

esim. $\dot{x}(t) = 9x(t) + 4 + \sin t$

yl. $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$



Tavallisen differentiaaliyhtälön ratkaisu numeerisesti: Eulerin menetelmä.
Voidaan käyttää tarkempia menetelmiä, esim. Runge-Kutta menetelmää.

Toisen asteen numeerinen integrointi (ODE)

esim. $\ddot{x}(t) = 3\dot{x}(t) + 9x(t) + 4 + \sin t$

yl. $\ddot{x}(t) = f(\dot{x}(t), x(t), t)$

Miten voidaan integroida?
Käytetään kahta muuttujaa $x(t)$ ja $x_2(t) = \dot{x}(t)$ yhden sijaan:
$\dot{x}(t) = x_2(t)$
$\dot{x}_2(t) = f(x_2(t), x(t), t) = 3x_2(t) + 9x(t) + 4 + \sin t$

Eulerin menetelmälle saadaan päivitykset:

$x(t_1) \approx x(0) + x_2(0)(t_1 - 0)$

$x(t_2) \approx x(t_1) + x_2(t_1)(t_2 - t_1)$

$x_2(t_1) \approx x_2(0) + f(x_2(0), x(0), 0)(t_1 - 0)$

$x_2(t_2) \approx x_2(t_1) + f(x_2(t_1), x(t), t_1)(t_2 - t_1)$

→ toisen asteen integrointi muistuttaa ensimmäisen asteen integrointia, mutta käytetään lisämuuttujaa ensimmäisen asteen derivaatalle

Numeerinen integrointi (ODE)

- Numeerinen ODE integrointi Pythonilla
  - Voidaan käyttää olemassa olevia ohjelmakirjastoja
    - Esim. scipy.integrate.solve_ivp
  - Tai tehdään luuppi missä lasketaan integraatio jokaisella ajanhetkellä manuaalisesti tai käyttäen valmista funktiota
- Mahdollista toteuttaa
  - vakio-askelpituuden integrointimenetelmiä (fixed step)
  - muuttuva-askelpituuden integr. menetelmiä (variable step)
- Fixed step
  - monissa yksinkertaisissa tapauksissa ok
  - jos simulaatiossa on sekä hyvin hitaita ja hyvin nopeita yhtä aikaa, on tarpeen miettiä tarkkaan mikä menetelmä toimii

Kertaustehtävä 1

- Järjestelmän dynamiikkaa kuvaa yhtälö $\ddot{y} - 3\dot{y} + 2y - u = 0$ alkuarvoiksi oletetaan $y(0s) = 0m$, $\dot{y}(0s) = 1m/s$, $\ddot{y}(0s) = 1m/s^2$

- Kirjoita kaava sellaiseen muotoon, että voidaan tehdä numeerinen integrointi. $u(t)$ on vapaa muuttuja
- Laske Eulerin menetelmällä numeerinen integrointi ajanhetkellä $t = \Delta t$, kun $\Delta t = 0.1s$

Kertaustehtävä 1 - malli

- Lisätään uusi muuttuja $y_2(t)$ ensimmäisen asteen derivaatalle: $\dot{y}(t) = y_2(t)$
- Saadaan $\dot{y}_2(t) = \frac{3}{s} y_2(t) - \frac{2}{s^2} y(t) + u(t)$. (lisätty yksiköt)
- Eulerin menetelmällä saadaan päivitykset
- $t_1 = t_0 + \Delta t = 0s + 0.1s = 0.1s$
- $y(t_1 = 0.1s) \approx y(t_0 = 0s) + y_2(t_0)(t_1 - t_0) = 0m + 1m/s(0.1s - 0s) = 0.1m$
- $\dot{y}(t_1) = y_2(t_1) \approx y_2(t_0) + \dot{y}_2(t_0)(t_1 - t_0)$

$$= y_2\,(t_0) + (3y_2(t_0) - 2y(t_0) + u(t_0))(t_1 - t_0)$$

$$= \frac{0m}{s} + \left(\frac{3}{s}\left(\frac{1m}{s}\right) - \frac{2}{s^2}\,(0m) + u(t_0)\right)(0.1s - 0s) = \frac{0.3m}{s} + u(t)(0.1s)$$

Mallin kalibrointi ja oppiminen näytteistä

Yleisiä virhelähteitä mittauksissa

- *Kohina*: voi johtua esim. lämpökohinasta anturin elektroniikassa
- Ei tunneta mittausmallia $y = f(x)$
- Vakiovirhe a (bias): $y = f(x) + a$
- Saturaatio: mittaus saavuttaa minimi- tai maximirajan
- Ajautuminen (drift): mitattu vaste muuttuu ajan ylin riippumatta todellisesta vasteesta. Voi johtua jostakin havaitsemattomasta fysikaalisesta muutoksesta anturissa
- Anturin tila vaikuttaa mittaukseen
- Kvantiointivirheet kun muunnetaan analoginen signaali digitaaliseksi

Käytännön mittaukset

- Mitä jos mitataankin vain sijainti $x(t)$, mutta ei nopeutta $\dot{x}(t)$ tai kiihtyvyyttä $\ddot{x}(t)$ erillisillä antureilla?
- $\dot{x}(t)$ on sijainnin derivaatta. Derivaatta on

  $$\dot{x}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \right)$$
- Approksimoidaan derivaattaa käyttämällä

  $$\dot{x}(t) \approx \left(\frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{t_{n+1} - t_n} \right)$$
- Approksimaatio on tarkka jos $t_{n+1} - t_n$ on tarpeeksi pieni
- Samalla tavalla voidaan laskea kiihtyvyys

  $$\ddot{x}(t) \approx \left(\frac{\dot{x}(t_{n+1}) - \dot{x}(t_n)}{t_{n+1} - t_n} \right)$$

Mallin parametrien estimointi näytteistä: esimerkkinä jousi-massa-vaimennin

- Mitä jos ei tiedetä jousivakiota k, eikä vaimennuskerrointa b, eikä massaa m? Jousi-massa-vaimennin: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = r$
- Mitataan näyte N:llä ajanhetkellä: $D = (x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N), \dot{x}(t_1), \dot{x}(t_2), \dots, \dot{x}(t_N), \ddot{x}(t_1), \ddot{x}(t_2), \dots, \ddot{x}(t_N))$
- Käytetään tuntemattomille parametreille vektoria $\theta = (m\ b\ k)$. Saadaan

$$m\ddot{x}(t_0) + b\dot{x}(t_0) + kx(t_0) = r(t_0) \Rightarrow$$
$$\left(\ddot{x}(t_0)\ \dot{x}(t_0)\ x(t_0)\right)\theta^T = r(t_0)$$

Monella näytteellä saadaan vastaavasti

$$\left(\ddot{x}(t_1)\ \dot{x}(t_1)\ x(t_1)\right)\theta^T = r(t_1)$$
$$\left(\ddot{x}(t_2)\ \dot{x}(t_2)\ x(t_2)\right)\theta^T = r(t_2)$$
$$\dots = \cdots$$
$$\left(\ddot{x}(t_N)\ \dot{x}(t_N)\ x(t_N)\right)\theta^T = r(t_N)$$

Mallin parametrien estimointi näytteistä: jousi-massa-vaimennin jatkuu

- Kirjoitetaan matriisimuotoon:

$$X\theta^T = R$$

  missä X on N x 3 matriisi, jossa on $\left(\ddot{x}(t)\ \dot{x}(t)\ x(t)\right)$ näyte jokaisella rivillä ja R on N x 1 matriisi (vektori), jossa on $r(t)$ arvot

- Jos yritetään ratkaista θ minimoimalla pienin neliövirhe (”minimize mean squared error”) saadaan

$$\theta^T = (X^T X)^{-1} X^T R$$

- Yleisesti, *lineaarisen* systeemin $x\theta^T = r$ parametrit θ voidaan yrittää ratkaista keräämällä näytteet matriiseihin X ja R ja laskemalla $\theta^T = (X^T X)^{-1} X^T R$

Mallin oppiminen

Hukkafunktio (“loss function”)

- Mitataan N näytettä $D = (y(t_1), y(t_2), \ldots, y(t_N))$
- Sovitetaan malli $f(x, \theta)$ näytteisiin
- Pienimmän neliövirheen sovitus valitsee parametrit θ, jotka minimoivat virheen

$$L(\theta) = \sum_n \big(f(x_n, \theta) - y(t_n)\big)^2$$

- Muitakin virheitä voidaan minimoida, esim. $\sum_n |f(x_n, \theta) - y(t_n)|$ mutta neliövirhe yleisin

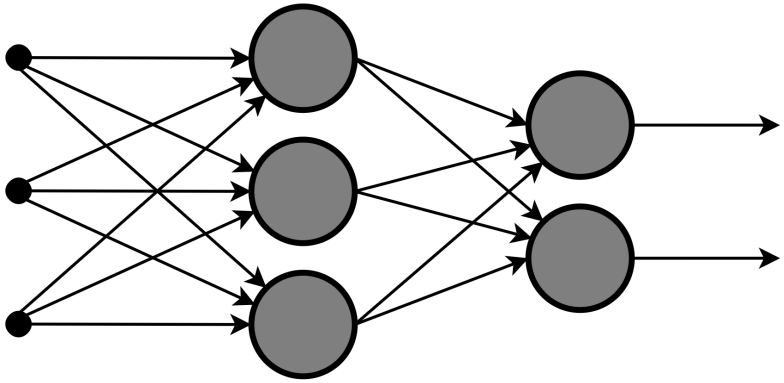
Lineaarinen ja epälineaarinen malli

- Lineaarisessa mallissa $f(x,\theta) = \sum_i \theta_i \phi_i(x)$ sovitetaan lineaariset parametrit θ. Funktiot $\phi_i(x)$ voivat olla mitä tahansa funktioita
- Epälineaarisessa mallissa optimoitavat parametrit vaikuttavat epälineaarisesti. Esim. mallissa

  $f(x,\theta) = f\left(x,\hat{\theta},\mu_1,\dots,\mu_{M,}\Sigma_1,\dots,\Sigma_{\mathrm{M}}\right) = \sum_i \hat{\theta}_i e^{-\sigma_i(x-\mu_i)^T(x-\mu_i)}$

  malli on epälineaarinen *suhteessa parametreihin* μ_i ja σ_i

Neuroverkko



- Vahvuudet:
  - Pystyy mallintamaan monimutkaisia prosesseja
  - Pystyy periaatteessa extrapoloimaan
  - Tehokas python koodi erilaisten neuroverkkojen opettamiseen on valmiina
- Heikkoudet:
  - Neuroverkon toimintaa hankala ymmärtää. Mitä neuroverkko antaa vasteeksi tietylle syötteelle?
  - Opetus voi vaatia paljon näytteitä

Mallin sovitus

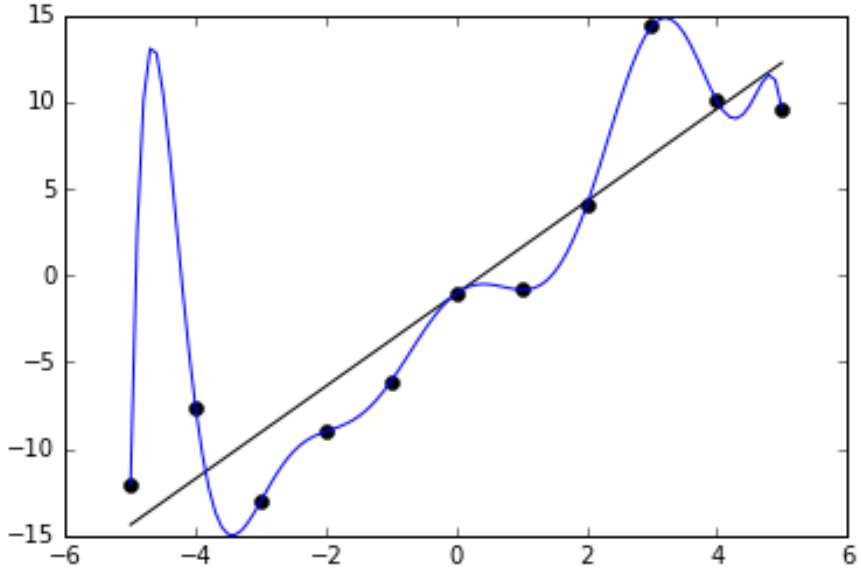
- Minimoidaan neliövirhe $L(\theta) = \sum_n (f(x_n, \theta) - y(t_n))^2$
- Gradienttimenetelmä seuraa gradienttia $\frac{\delta L(\theta)}{\delta \theta}$
- Valitaan θ_0, vektori joka sisältää parametrialkuarvot
- Gradienttimenetelmässä parametrit päivitetään kaavalla

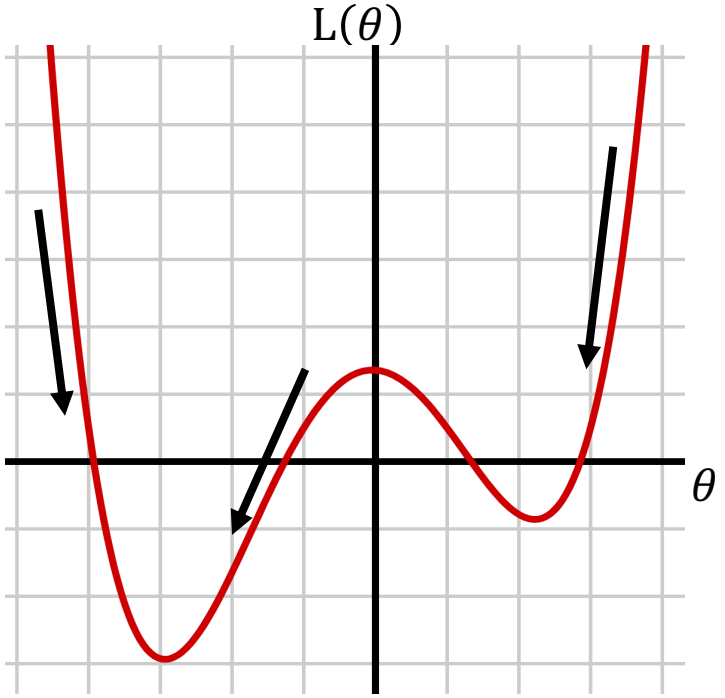
$$\theta^{k+1} = \theta^k - \alpha \frac{\delta L(\theta)}{\delta \theta}$$

- Kun $f(x, \theta)$ on lineaarinen, löydetään globaali minimi hukkafunktiolle $L(\theta)$

Epälineaarinen malli: mallin sovittaminen

1. Lokaaleja minimejä on useampi
2. Malli voi ylisovittaa (”overfit”) näytteisiin

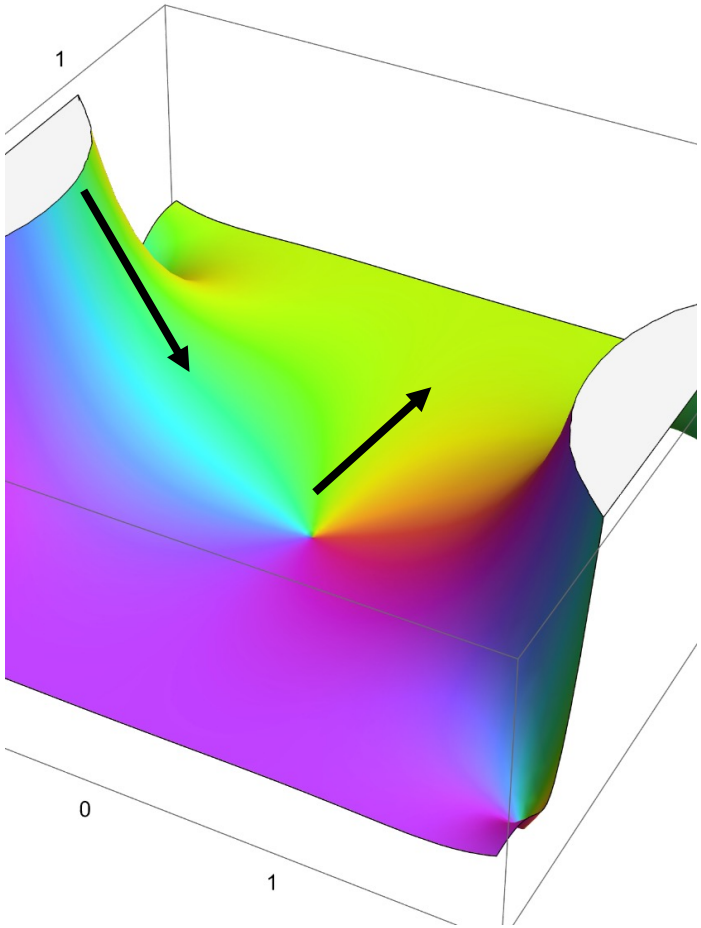




Tällä kurssilla käytetään valmiita python-funktioita mallin sovittamiseen, mutta periaatteet hyvä ymmärtää.

Epälineaarinen malli käytännössä

- Valitaan malli, joka pystyy kuvaamaan prosessia riittävällä tarkkuudella
- Kerätään tarpeeksi näytteitä
- Käytetään valmista python funktiota sovittamaan mallin parametrit näytteisiin



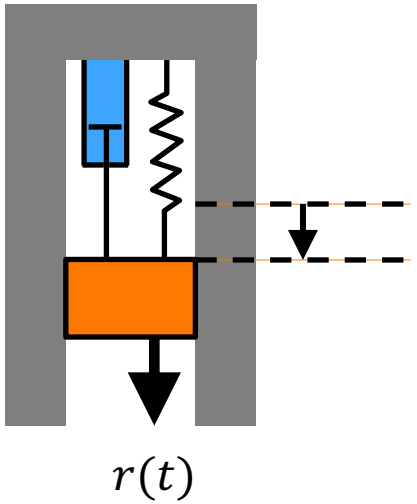
Jousi-massa-vaimennin: epätarkka malli

- Jousi-massa-vaimentimelle on valmis malli

$$m\ddot{x}(t_n) + b\dot{x}(t_n) + kx(t_n) = r(t_n)$$

$$\mathrm{f}(\mathrm{x}, \theta) = m\ddot{x}(t_n) + b\dot{x}(t_n) + kx(t_n)$$

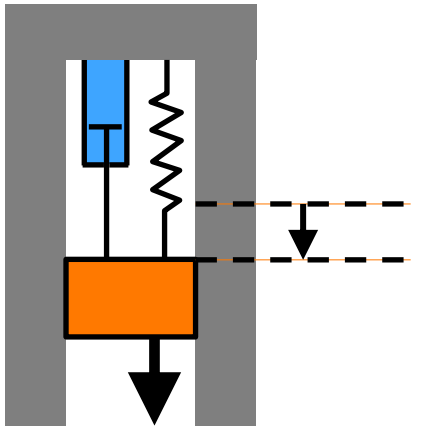
- Mutta entä kitka ja muut tuntemattomat asiat mitkä voivat vaikuttaa prosessiin?
- Jos $\mathrm{f}(\mathrm{x}, \theta)$ ei ole riittävän tarkka, pitäisikö oppia yleinen malli näytteistä valmiin mallin tilalle?
- Koko prosessin mallintaminen voi vaatia paljon näytteitä



Tuntemattoman ja valmiin mallin yhdistäminen

- Opitaan yleinen malli $\mathrm{g}(\mathrm{x}, \theta_g)$ vain tuntemattomalle osalle: vaatii vain vähän näytteitä
- Kokonaismalli on $\hat{\mathrm{f}}(\mathrm{x}, \theta) = \mathrm{f}(\mathrm{x}, \theta_f) + \mathrm{g}(\mathrm{x}, \theta_g)$, missä θ koostuu valmiin mallin parametreistä θ_f ja yleisen mallin parametreistä θ_g
- θ_g löydetään minimoimalla neliövirhe $L(\theta_g) = \sum_n \left(\mathrm{f}(\mathrm{x_n}, \theta_f) + g(x_n, \theta_g) - y(t_n)\right)^2$
- Minimointiin voidaan käyttää gradienttimenetelmää

Systeemi esimerkiksi jousi-massa-vaimennin, jossa tunnettu osuus koostuu jousesta, massasta, ja vaimentimesta ja tuntematon osuus kitkasta



$y(t) = r(t)$

θ_f pidetään vakiona

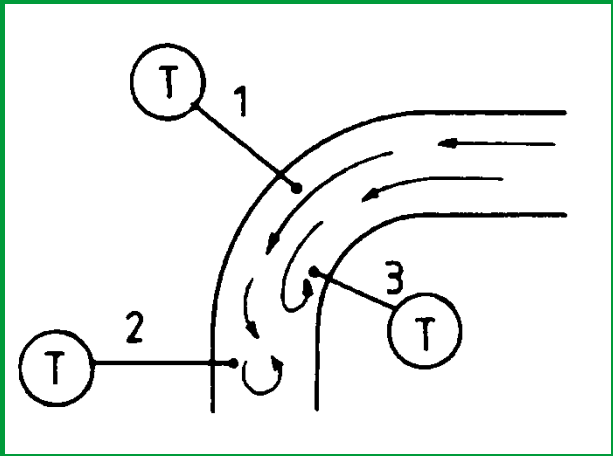
Kertaustehtävä 2

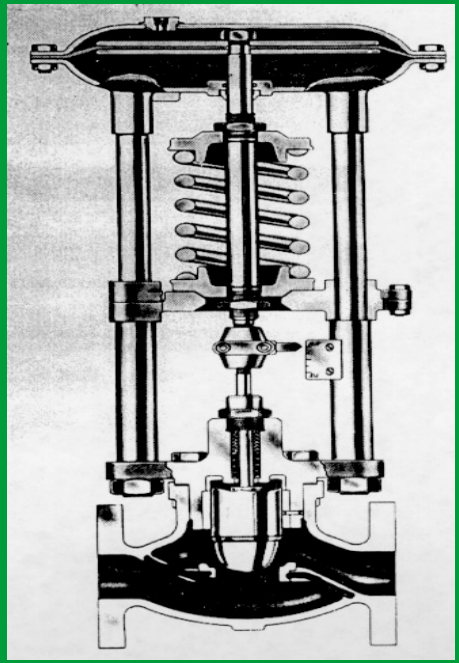
- Systeemille on annettu dynamiikka malli $r(t) = ay^2(t) - abu(t) = 0$, missä a ja b ovat mallin määrittäviä muuttujia
- Onko malli lineaarinen vai epälineaarinen?
- On kerätty näytteitä muuttujille $r(t)$, $y(t)$, ja $u(t)$ eri ajanhetkillä t. Johda päivityskaava vakioille a ja b olettaen että minimoidaan neliövirhettä

Kertaustehtävä 2 - malli

- Malli on epälineaarinen, koska siinä on tulo ab
- Pienimmän neliövirheen minimointi perustuu $\mathrm{L(a,b)} = \sum_t \left(ay^2(t) - abu(t) - r(t)\right)^2$ minimointiin
- Lasketaan osittaisderivaatat a:lle ja b:lle
- $\frac{\delta \mathrm{L(a,b)}}{\delta a} = \sum_t 2\left(y^2(t) - bu(t)\right)\left(ay^2(t) - abu(t) - r(t)\right)$
- $\frac{\delta \mathrm{L(a,b)}}{\delta b} = \sum_t 2(-au(t))\left(ay^2(t) - abu(t) - r(t)\right)$
- Gradienttimenetelmässä saadaan päivityksiksi
- $a^{k+1} = a^k - \alpha \frac{\delta \mathrm{L(a,b)}}{\delta a}$ ja $b^{k+1} = b^k - \alpha \frac{\delta \mathrm{L(a,b)}}{\delta b}$
- Lyhyemmin merkittynä $\theta^{k+1} = \theta^k - \alpha \frac{\delta L(\theta)}{\delta \theta}$, $\theta = (a, b)$

Anturit ja toimilaitteet





Anturit, eri anturityyppejä

- Lämpötilan mittaus
  - Vastusanturi
  - Termoelementti
  - Pyrometri ja infrapuna-anturi
  - Kuituanturi
- Virtausmittaus
  - Kuristuslaippa-anturi ja venturiputki
  - Myös rotametri, turbiini, magneettinen virtausmittaus
  - Vähemmän käytettyjä: vortex, äänikaikumittaus

Anturit, eri anturityyppejä

- Paineen mittaus
  - Kalvorasia
  - paljeputki
  - painekaari (Bourdon-putki)
  - MEMS- ja MST-anturit
- Pinnankorkeuden mittaus
  - uimurityyppiset mittaukset
  - paine-eroon palautuvat mittaukset
  - kapasitiiviset mittaukset
  - vastuslankamittaukset
  - tutkaperiaatteella toimivat mittaukset
  - äänikaiku
  - valopulssin kulkuaika
  - säteilymittaukset

Anturit, eri anturityyppejä

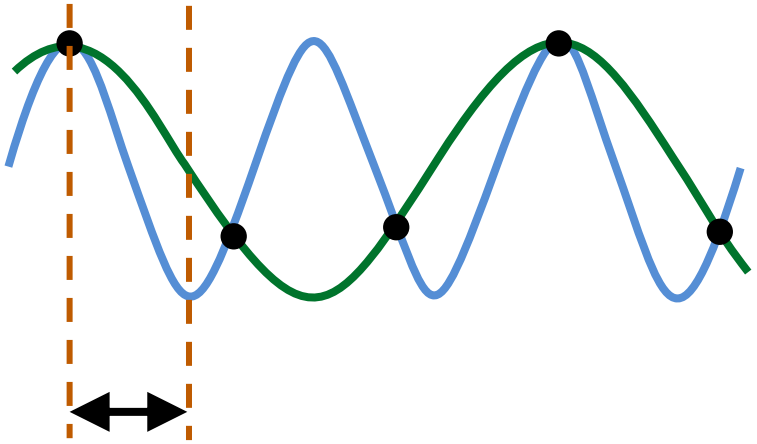
- Asento, asema, pyörimisnopeus
  - Potentiometrit
  - Kosketinanturit
  - Venymäliuskat
  - Puolijohdinsauvat
  - Kapasitiiviset anturit
  - Induktiiviset anturit
- Optiset mittaukset
  - Valokytkimet
  - Optiset enkooderit kulmamittauksissa
  - Laser käyttö etäisyyden mittauksessa
  - Laserin ja kameran yhdistelmät paikannuksissa ja muotojen mittauksissa

Anturit, eri anturityyppejä

- Kiertokulma
  - Optinen enkooderi
  - Kiertopotentiometri
  - Resolveri
- Lineaariliike
  - Magnetostriktiivinen anturi
  - Vaijerianturi
  - Magneettinauha-anturit
- Nopeus
  - Takogeneraattori
  - Pulssilaskija
  - Optiset menetelmät
  - Doppler-tutka

Antureiden dynaamiset ominaisuudet

- Näytteenotto signaalista
  - Jatkuvasta signaalista muodostetaan numerojono
  - Liian alhainen näytteenottoväli aiheuttaa ongelmia
  - Maksimi näytteenottoväli = puolet korkeataajuisimman signaalin aallonpituudesta
  - Korkeammat taajuudet laskostuvat alemmille
  - Laskostumisen estäminen:
    - Riittävän korkea näytteenottotaajuus (väh. 2x signaalin korkein taajuus)
    - Signaalin alipäästösuodattaminen ennen näytteenottoa

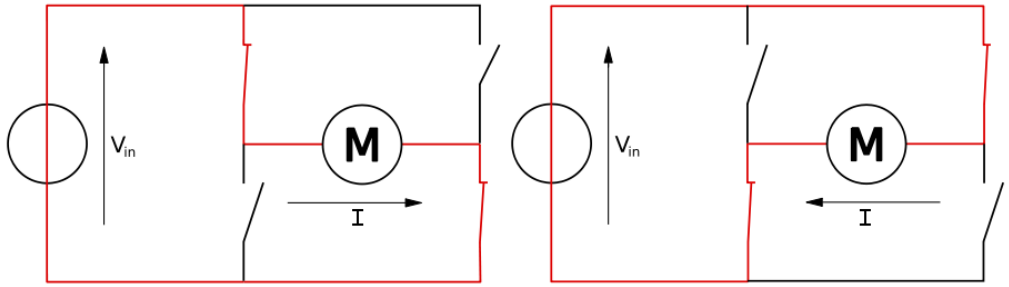


Toimilaitteet, toimilaitteiden dynaamiset ominaisuudet

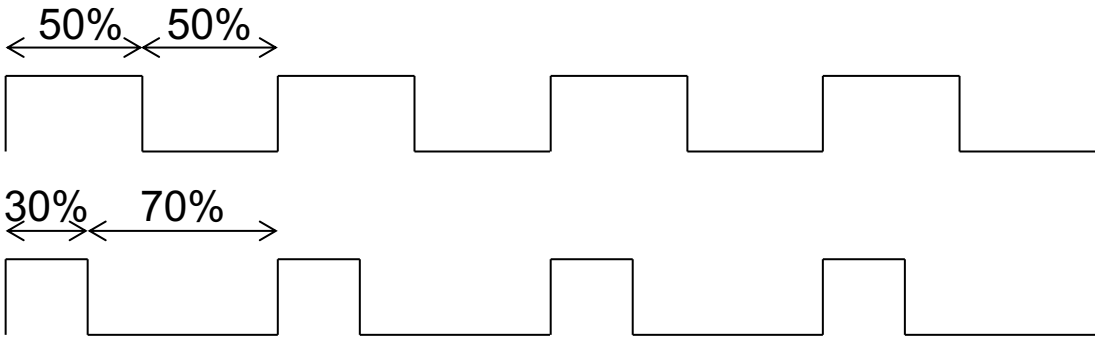
- Prosessiventtiilit
  - Tyyppejä
    - Yksi- ja kaksi-istukkaventtiilit
    - Kaksi- ja kolmitieventtiilit
    - Läppäventtiilit
    - Palloventtiilit
  - Venttiilin läpivirtaus riippuu paineesta
  - Venttiiliä ohjaavalla moottorilla dynamiikka
    - Kuvataan siirtofunktiolla
- Hydrauliikkaventtiilit
  - Ohjaa hydraulisia sylintereitä
  - Koko systeemin dynamiikalla siirtofunktio

Toimilaitteet, toimilaitteiden dynaamiset ominaisuudet

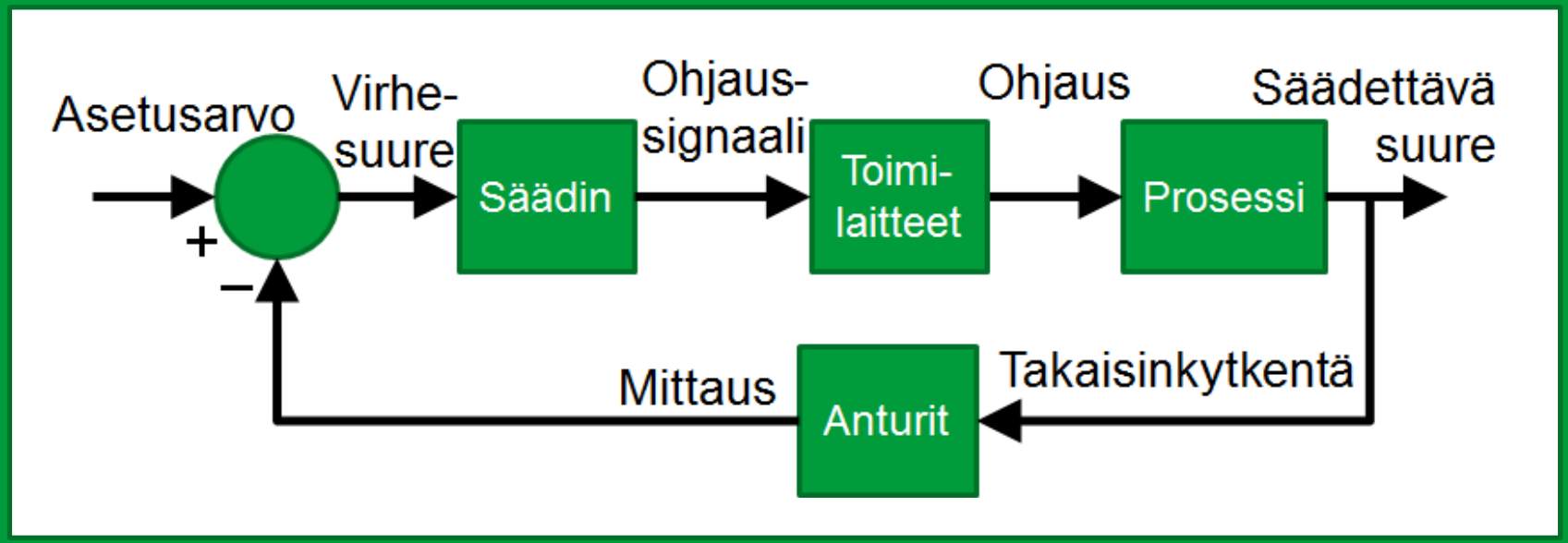
- Sähkökäytöt (moottoriohjaimet)
  - H-siltakytkennällä ohjataan moottorin pyörimissuuntaa



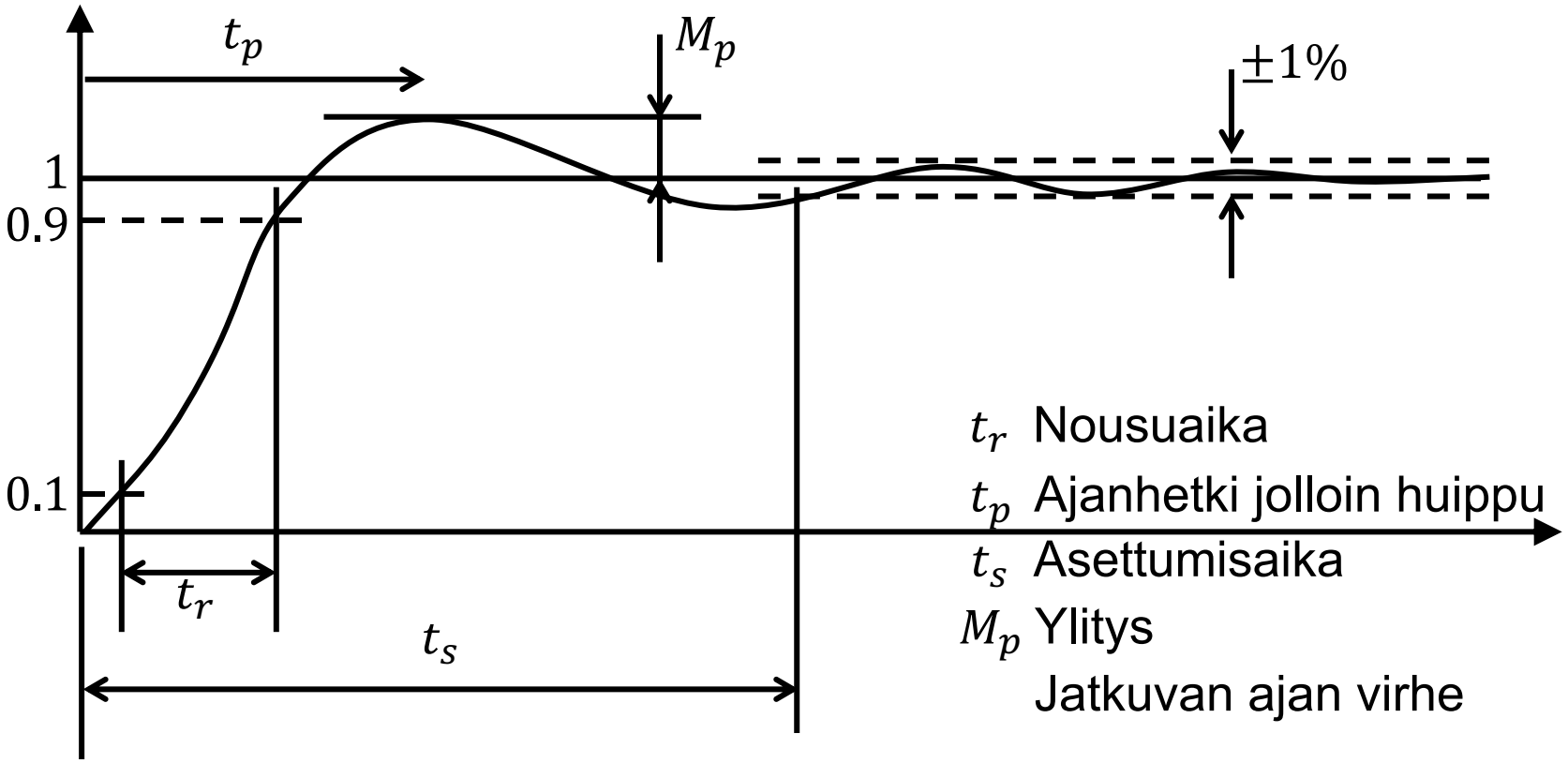
  - Jännitteen pulssileveysmodulaatiolla ohjataan nopeutta



Takaisinkytketty säätö

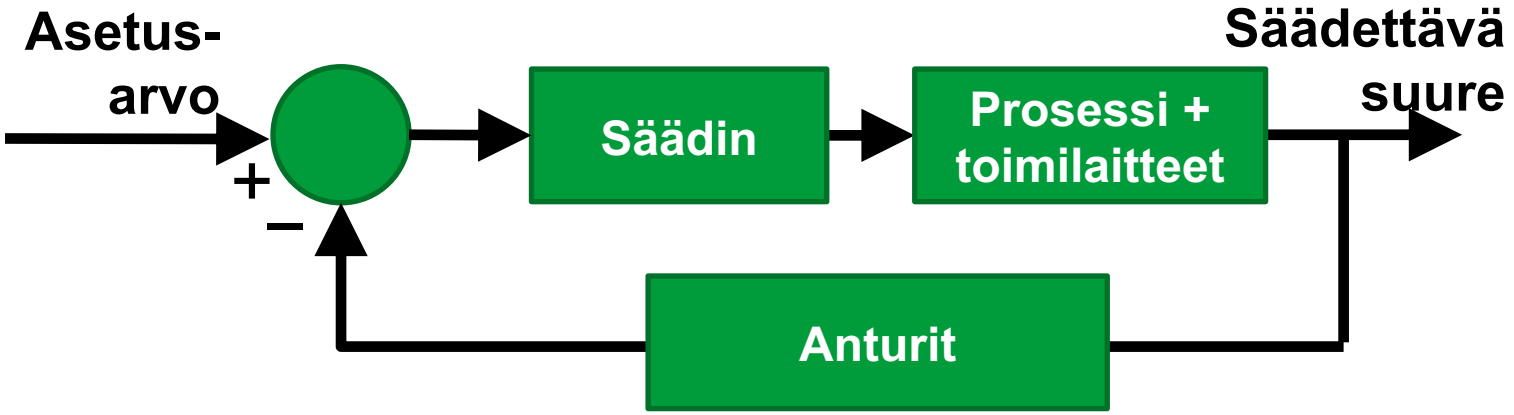


Dynaamiset ominaisuudet aikatasossa



t_r Nousuaika
t_p Ajanhetki jolloin huippu
t_s Asettumisaika
M_p Ylitys
Jatkuvan ajan virhe

Takaisinkytkentä ja säätö yleisesti

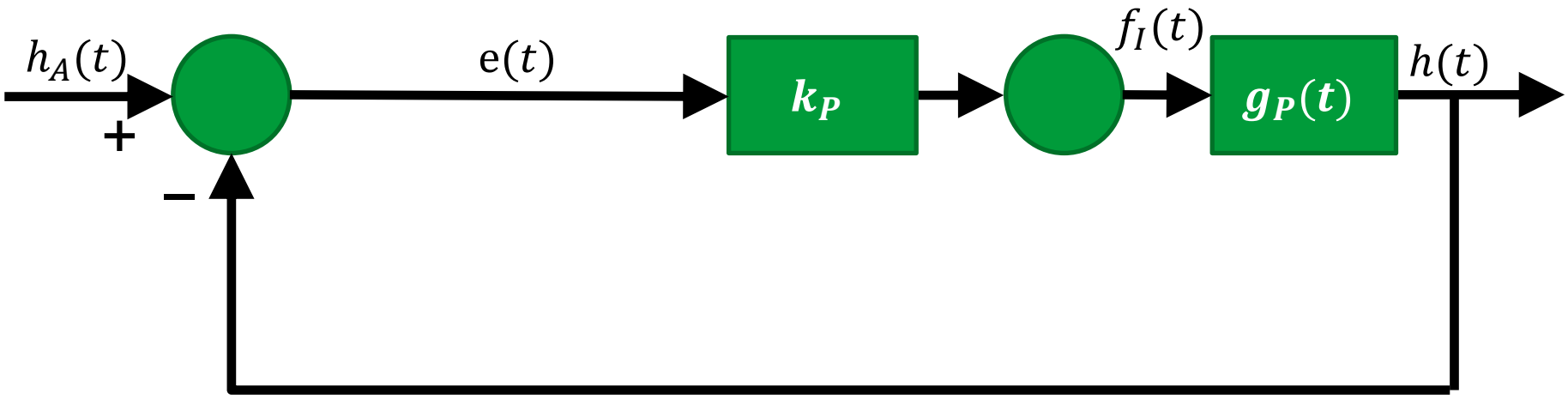


- Asetusarvosäätö
  - Asetusarvo ei muutu, säätimen tehtävä on kompensoida häiriöt
  - Esim. kemianteollisuuden valmistusprosessit
- Servosäätö
  - Prosessin halutaan seuraavan asetusarvon muutoksia tarkasti
  - Esim. moottorilla tehtävä asennon säätö

P/PI/PD/PID -säätimet

- P-säädin ohjaa prosessia skaalaamalla asetusarvon ja mittauksen erotusta vakiokertoimella k_P:

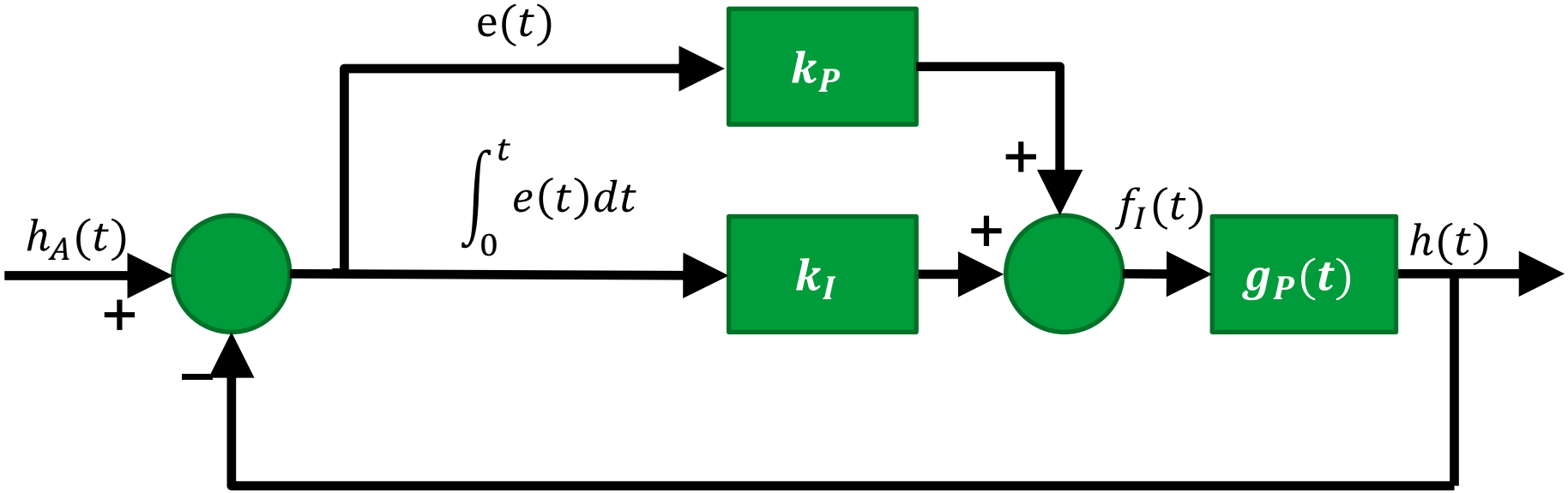
$$f_I(t) = k_P e(t), \text{ missä } e(t) = h_A(t) - h(t)$$



P/PI/PD/PID -säätimet

- PI-säätimessä P-säätimen rinnalla integraattori
  - Poistaa pysyvän poikkeaman

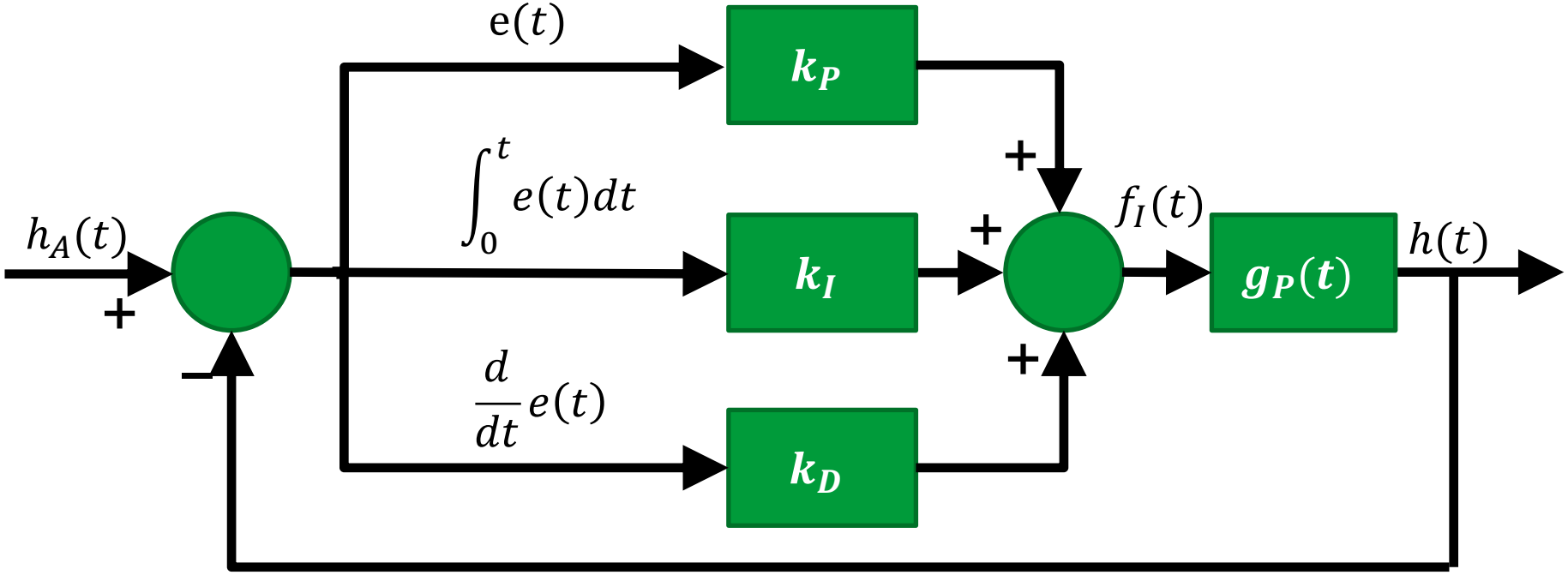
$$f_I(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(t)dt$$



P/PI/PD/PID -säätimet

- PID-säätimessä P- ja I-säätimien lisäksi derivaattori
  - Rauhoittaa nopeita muutoksia

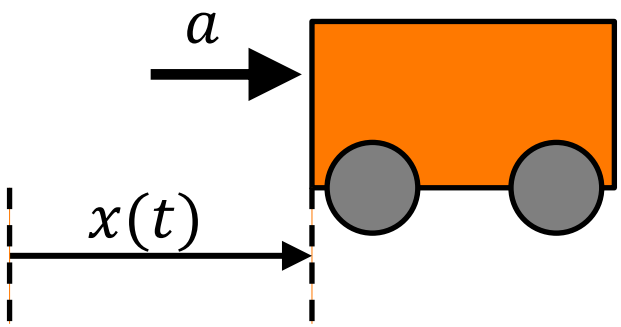
$$f_I(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(t)dt + k_D \frac{d}{dt} e(t)$$



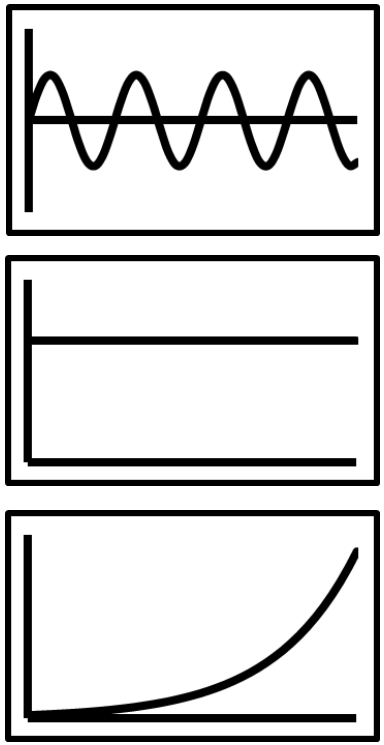
P/PI/PD/PID -säätimet

- Integroiva prosessi
  - Jos prosessissa itsessään integraattori (esim. täyttyvä säiliö)
- Voidaan käyttää PD-säädintä
  - PID-säädin, jossa I-osan vahvistus → 0

Stabiiliuus, värähtely: P-säädin kärryesimerkissä

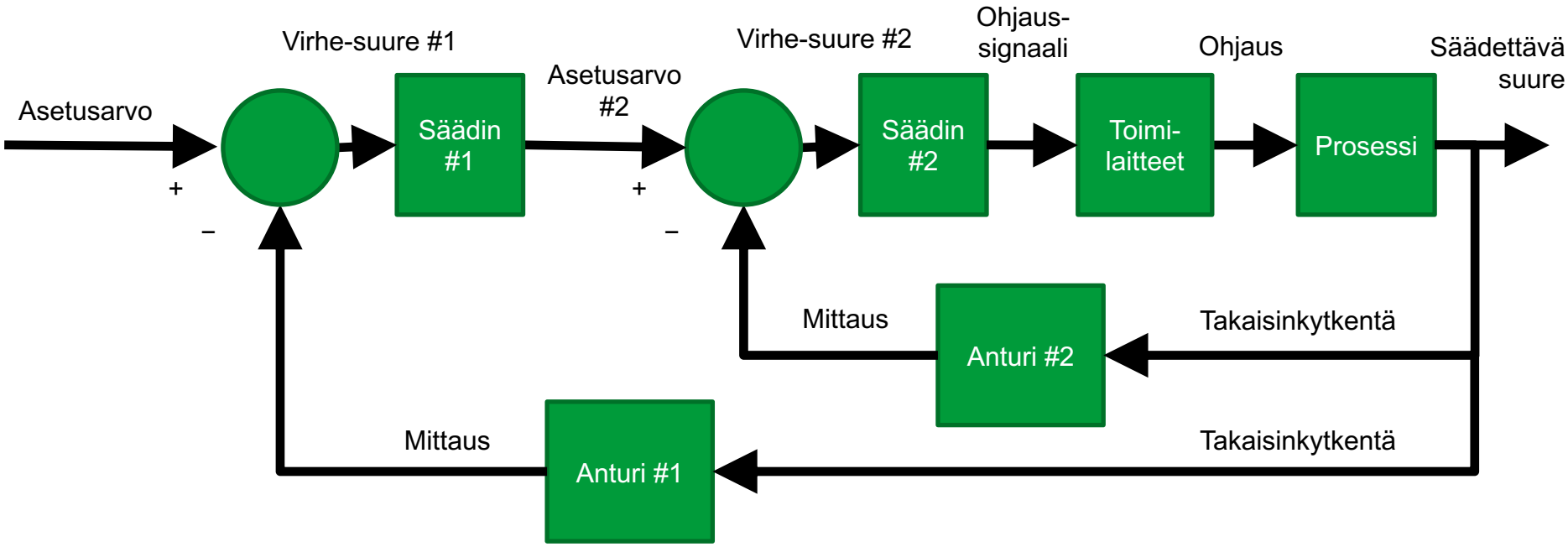


- Kun lähtönopeus $\dot{x}(0) = 0$,
  saadaan $x(t) = x(0)\cos\left(\sqrt{k_P}t\right)$
- Kun $k_P > 0$, $x(t)$ **värähtelee / oskilloi**
- Kun $k_P = 0$, $x(t)$ on **vakio**
- Kun $k_P < 0$, $x(t) =$
  $x(0)\cos\left(t\sqrt{-k_P}i\right) = \frac{x(0)}{2}\left(e^{-\sqrt{-k_P}\,t} + e^{\sqrt{-k_P}\,t}\right)$
  $\rightarrow x(t)$ kasvaa eksponentiaalisesti
  Systeemi on **epästabiili**.



Kaskadisäätö – systeemikaavio

- Kaskadisäätö: takaisinkytketty säätö sarjassa
- Yleensä ”sisempi” säätösilmukka toimii korkeammalla taajuudella kuin ”ulompi”
- Tässä kaksi säätösilmukkaa, mutta voi olla useampia



Miksi kaskadisäätö?

- Voidaan testata ja kehittää osia erillisinä:
  - Kun kohteena on säiliön pinnankorkeus, voidaan kehittää ja testata lähtövirtauksen ja pinnankorkeuden säätö erikseen
  - Sähkömoottoreilla voi olla omat sisäiset säätimensä: annetaan asetusarvona esimerkiksi pyörimisnopeus
- Voidaan käyttää ”sisempää” säädintä nopealla korkeammalla taajuudella kuin ”ulompaa”. Usein suositellaan 3x tai 5x nopeampaa sisäistä säädintä
- Sisempi säätösilmukka voi usein olla aggressiivisempi ja pelkkä P-säädin voi riittää, jos ulompi säädin on PID-säädin, joka poistaa poikkeamat ja kohinan

Kertaustehtävä 3

- P-säädetyn järjestelmän differentiaaliyhtälö on $\dot{g}(t) = 2 + 3\,u(t)$, asetusarvo on $g_A(t) = 0$

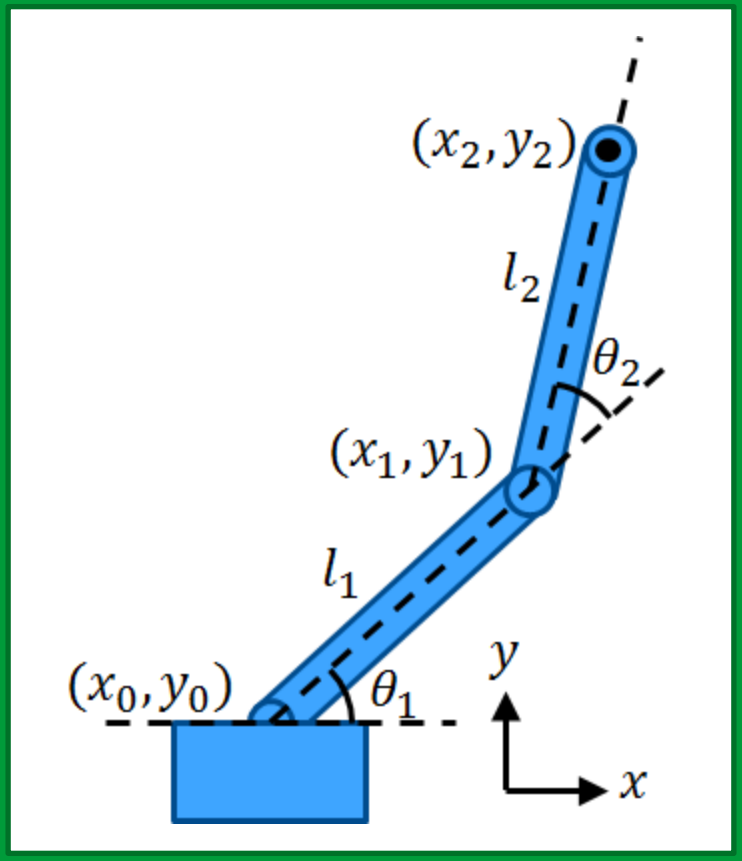
- Millä arvoilla järjestelmä värähtelee tai on epästabiili?
- Onko järjestelmässä pysyvää poikkeamaa ja jos on mikä se on?

Kertaustehtävä 3 - malli

- Differentiaaliyhtälö on
  $\dot{g}(t) = 2 \ + 3u(t) = 2 + 3k_P\big(g_A(t) - \ g(t)\big) = 2 - 3k_P \ g(t)$
- Koska meillä on ensimmäisen asteen differentiaaliyhtälö saadaan
- $g(t) = c_1 e^{-3k_P t} + c_2$ ja $\dot{g}(t) = -3k_P c_1 e^{-3k_P t}$
- Asetetaan $g(t)$ ja $\dot{g}(t)$ differentiaaliyhtälöön ja saadaan
- $-3k_P c_1 e^{-k_p t} = 2 - 3k_P c_1 e^{-k_p t} - k_P c_2$ => $c_2 = 2/k_P$
- c_1 saadaan $g(t = 0)$:n avulla:
- $g(0) = c_1 e^0 + 2/k_P$ => $c_1 = g(0) - 2/k_P$ ja saadaan
- $g(t) = (g(0) - \frac{2}{k_P})e^{-3k_P t} + \frac{2}{k_P}$

- Järjestelmä on stabiili kun $k_P > 0$, jolloin eksponenttifunktion eksponentti on negatiivinen. Värähtelyä ei ole. Systeemissä on pysyvä poikkeama $\frac{2}{k_P}$.

Robotiikka ja kinematiikka

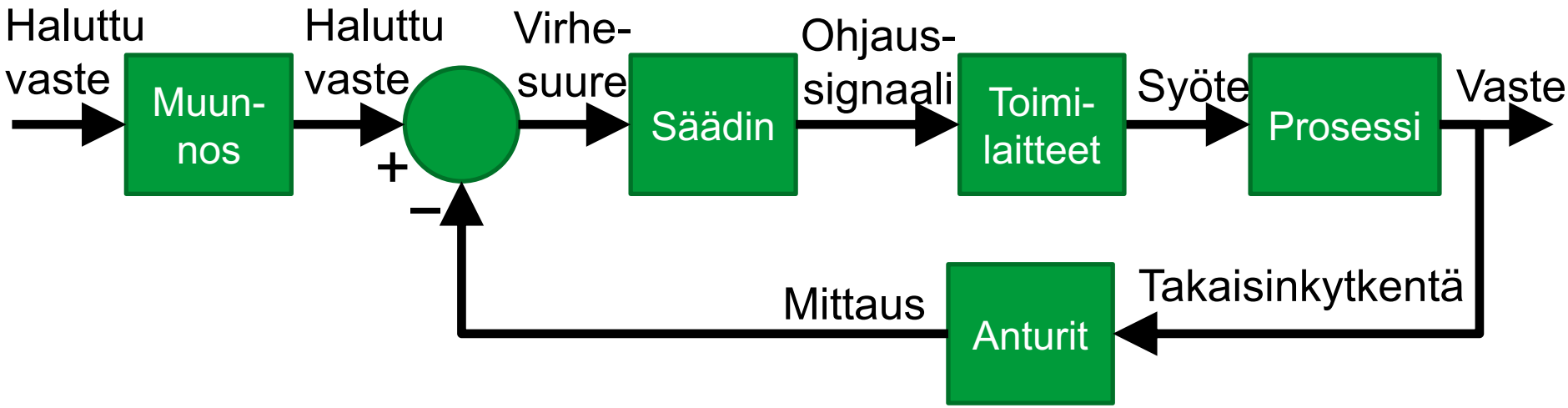


Roboteista yleisesti

- Robotti on vuorovaikutuksessa ympäristön kanssa liikuttamalla ja aistimalla
- Robottikäsivarret yleisiä teollisuudessa
- Siirtymät koordinaattijärjestelmien välillä
  - Robotin työkalupisteen paikka ja asento
- Kinematiikka
  - Liikkeiden laskenta ilman vaikuttavien voimien käsittelyä
- Vapausasteet = itsenäisten paikkamuuttujien määrä
  - Yleensä nivelten määrä
- Robotin työalue: millä alueella työkalupiste voi sijaita

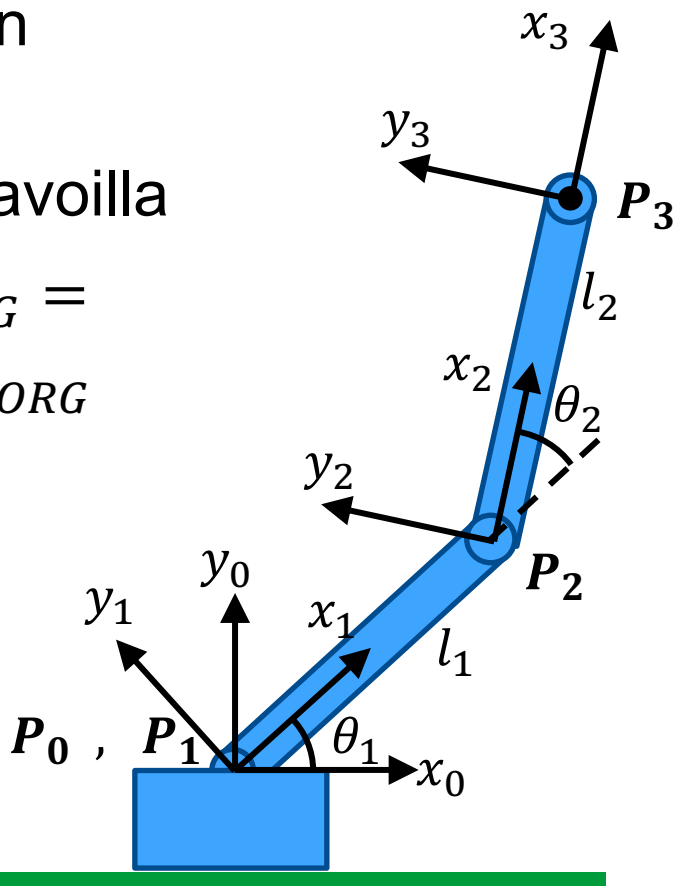
Robotin kinematiikka

- Aina ei ohjata suoraan kiinnostavaa suuretta
- Esim. robotti:
  - Käytännön sovelluksissa kiinnostavat suureet: XYZ-koordinaatit
  - Säädettävät suureet: nivelten kulmat



Robotin suora kinematiikka

- Työkalupisteen paikan laskenta, kun nivelten parametrit tiedetään
- Voidaan laskea trigonometrisilla kaavoilla
- Käyttämällä matriisiesitystä: ${}^{0}\boldsymbol{P}_{3ORG} = {}^{0}\boldsymbol{R}_{1}\left({}^{1}\boldsymbol{R}_{2}\ {}^{2}\boldsymbol{P}_{3ORG} + {}^{1}\boldsymbol{P}_{2ORG}\right) + {}^{0}\boldsymbol{P}_{1ORG}$
  - $\boldsymbol{P}$ on siirtymä koordinaatistojen välillä
  - $\boldsymbol{R}$ on rotaatiomatriisi
- Homogeenisilla koordinaateilla: ${}^{0}\boldsymbol{T}_{3} = {}^{0}\boldsymbol{T}_{1}\ {}^{1}\boldsymbol{T}_{2}\ {}^{2}\boldsymbol{T}_{3}$
  - $\boldsymbol{T}$ sisältää siirtymän ja rotaation

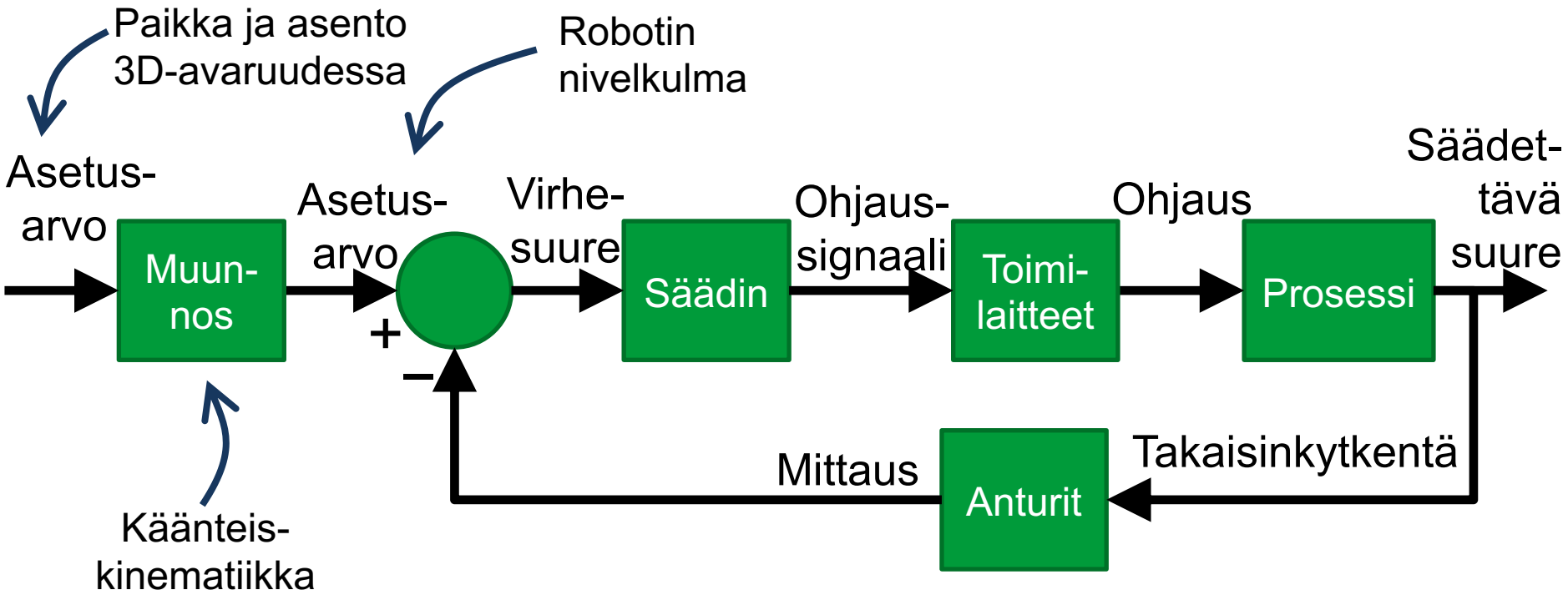


Robotin käänteinen kinematiikka

- Määrittää robotin kulmat, kun työkalupiste halutaan saada tiettyyn paikkaan
- Hankalampaa kuin suoran kinematiikan laskenta
  - Ratkaisua ei välttämättä löydy suljetussa muodossa
- Ratkaisuja voi olla enemmän kuin 1
- Tyypillisesti ratkaistaan geometrinen ongelma
  - Kolmiolaskentaa

Robotin käänteinen kinematiikka

- Robotin kinemaattisen muunnoksen huomioiminen



Robotin liikekinematiikka

- Ratkaisee robotin nivelkulmien muutokset
- Jacobin matriisin avulla saadaan laskettua muutos karteesisessa koordinaatistossa, kun tiedetään muutos nivelkulmissa

$$\dot{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}}$$

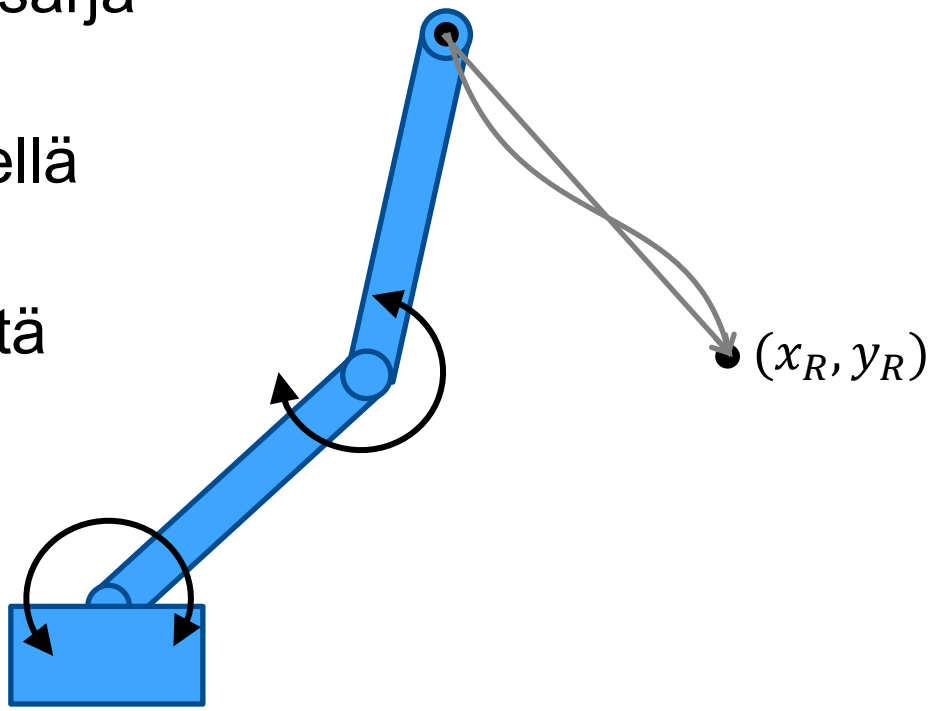
- Jabocin matriisi on suoran kinematiikan derivaattamatriisi
- Käänteisellä Jacobin matriisilla nivelnopeus, kun tiedetään, kuinka nopeasti työkalupiste liikkuu (X,Y,Z):ssa

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{P}}$$

- Jos käänteismatriisia ei olemassa, nopeutta ei voi toteuttaa → singulariteetti

Robotin nivelkulmien säätö

- Robottiohjelma yleensä sarja peräkkäisiä paikkoja
- Halutut kulmat käänteisellä kinematiikalla
- Säädetään kutakin niveltä PD-säätimellä
- Jokainen nivel hakeutuu mahdollisimman nopeasti tavoiteasentoon



Robotin liiketrajektorin säätö

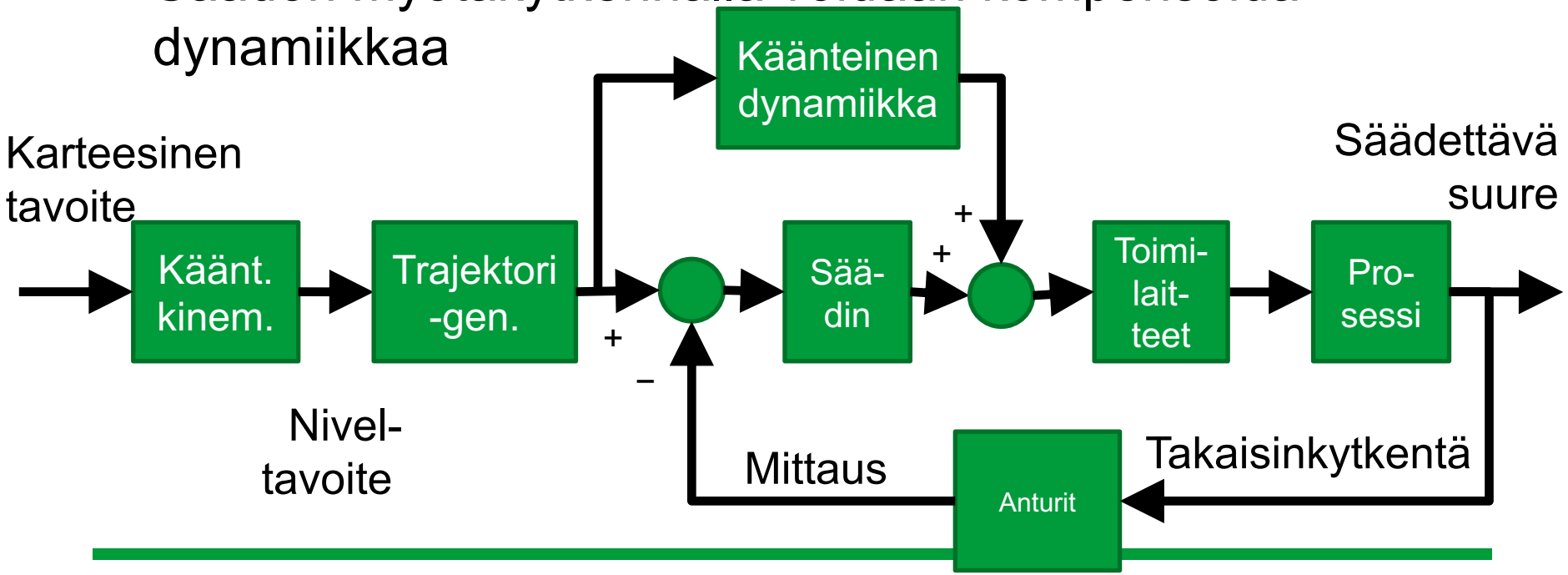
- Trajektori määrittää liikkeen kahden pisteen välillä ajan funktiona

- Nopein liike saadaan ajamalla niveliä maksiminopeudella (*nivel jonka liikuttavana oleva matka on suurin määrää liikkeeseen kuluvan kokonaisajan -> kaikkien nivelten liike alkaa ja päättyy yhtä aikaa, eli kyseessä on nivelkoordinaatiston suhteen lineaarisesti interpoloitu liike*)
  - Työkalupisteen liikerata mielivaltainen
  - Vapaille liikkeille ok (ei lähellä esteitä)

- Suorakulmaisen koordinaatiston suhteen kontrolloitu liike: lineaariset trajektorit karteesisessa avaruudessa
  - Hitaampi, turvallisempi
  - Rajoitetuille liikkeille (esteiden lähellä, tarvitaan tarkkaa liikettä)
  - Reittipisteiden välillä ajo
    - Päivitetään esim. 100x / sekunti tai 10 millimetrin välein

Robotin säädön myötäkytkentä, dynamiikan huomiointi

- Robotin dynamiikkaan vaikuttavat monet tekijä, mm. gravitaatio, hitausmomentti, yms.
- Säädön myötäkytkennällä voidaan kompensoida dynamiikkaa



Kertaustehtävä 4

- Tasossa liikkuva manipulaattori sisältää kaksi niveltä, varsien pituus on 1m ja kulmat ovat $\theta_1 = 2\pi \; ja \; \theta_2 = \frac{9\pi}{4}$
- Laske homogeenisillä muunnosmatriiseilla työkalupisteen sijainti
- Työkalupiste liikkuu ylöspäin 1m/s. Mitkä ovat nivelten kulmanopeudet?

Kertaustehtävä 4 – malli 1/2

- $T_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $T_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $T_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $P_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$
- $P_0 = T_{01}T_{12}\,T_{23}P_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} \\ \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$

Kertaustehtävä 4 – malli 2/2

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{A}} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin\theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$

- $\dot{\boldsymbol{P}} = [\mathbf{0}\ \ \mathbf{1}]^T$
- $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega_1} \\ \boldsymbol{\omega_2} \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})^{-1} * \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$
- $\boldsymbol{J^{-1}(\theta)} = \frac{\mathbf{1}}{(-\mathbf{s}\boldsymbol{\theta_1} - \mathbf{s}(\boldsymbol{\theta_1}+\boldsymbol{\theta_2}))*\boldsymbol{c}(\boldsymbol{\theta_1}+\boldsymbol{\theta_2}) + \boldsymbol{s}(\boldsymbol{\theta_1}+\boldsymbol{\theta_2})*(\mathbf{c}\boldsymbol{\theta_1} + \mathbf{c}(\boldsymbol{\theta_1}+\boldsymbol{\theta_2}))} \begin{bmatrix} \boldsymbol{d} & \boldsymbol{-b} \\ \boldsymbol{-c} & \boldsymbol{a} \end{bmatrix}$

$$= \frac{\mathbf{1}}{\left(-\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}\right) * \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}\right) + \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} * \left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}\right)\right)} \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} & \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} \\ -\mathbf{1} - \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} & -\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ -\sqrt{\mathbf{2}} - \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{bmatrix}$$

- $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega_1} \\ \boldsymbol{\omega_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ -\sqrt{\mathbf{2}} - \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \end{bmatrix}$

Kurssitentti

Kurssitentti 18.4.2022

- Tentti on livetentti ja järjestetään tiistaina 18.4.2022 klo 10:00 – 12:30
- Tenttipaikkana toimii TUAS-talon luentosalit AS2 ja TU2 (tarkempi salijako ilmoitetaan ennen tenttiä)
- Tenttitehtävät ovat kurssin harjoitusten tyylisiä lasku- ja selitystehtäviä
- Tehtävät ovat suomeksi ja ruotsiksi
- Tentissä saa olla mukana laskin (CAS myös sallittu)
- Tentissä ei jaeta varsinaista kaavakokoelmaa vaan tenttiin saa tehdä itselleen muistiinpanot (tarkemmat tiedot tulevat Tentti-osion alle)
- HUOM! Jos sinulla on tenttiä koskevia erityisjärjestelypyyntöjä (esim. lisäaika tai erillinen tila) toimitathan tiedot niistä sähköpostitse pääassistentille mahdollisimman pian ellet ole jo sitä tehnyt.