

Viikon aiheet: **tavallinen differentiaaliyhtälö, lineaarinen yhtälö, homogeeninen lineaarinen yhtälö, separoituva yhtälö, eksakti yhtälö, integroiva tekijä.** Harjoitustehtäviin liittyvää materiaalia löytyy kurssikirjasta **Adams & Essex, Calculus, A Complete Course (8th Edition) 18.1–18.2, 7.9.**

Alkuviikko

1. Mitkä seuraavista differentiaaliyhtälöistä ovat lineaarisia ja mitkä epälineaarisia tavallisia differentiaaliyhtälöitä? Jos yhtälö on lineaarinen, niin onko se homogeeninen vai epähomogeeninen? Mikä on yhtälön kertaluku?

(a) $y'' + \frac{1}{x-1}y' + xy = e^x$

(b) $2x + (6ye^y - x^2)y' = 0$

(c) $2x^2y \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial u}{\partial z} = x^2 \frac{\partial u}{\partial x}$

(d) $\cos x - \sin y - (y'')^2 = 0$

(e) $y'(y(x)) = y(x)$

2. Mitkä funktioista $y_1 : y_1(x) = e^{x^2}$, $y_2 : y_2(x) = e^{2x}$, $y_3 : y_3(x) = e^{-2x}$, $y_4 : y_4(x) = xe^{2x}$ ovat yhtälöiden

(a) $\frac{dy}{dx} = 2xy$

(b) $\frac{dy}{dx} = -2e^{2x}y^2$

ratkaisuja?

3. Ratkaise yhtälö

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y+1}{x}.$$

Mikä on yhtälön määrittelyalue?

4. Etsi seuraavien yhtälöiden yleinen ratkaisu:

(a) $\frac{dy}{dx} = 3e^x$

(b) $\frac{dy}{dx} = 8e^{-x}$

(c) $\frac{dy}{dx} = -5 \cos(6x)$

(d) $\frac{dy}{dx} = 2 \sin(7x)$

Loppuviikko

Taulutehtävät

1. Ratkaise yhtälö

$$x^3 + y^3 - xy^2y' = 0.$$

Mikä on sen määrittelyalue?

2. Etsi seuraavien yhtälöiden ratkaisu annetulla alkuarvolla:

(a) $\frac{dy}{dx} = x^4, y(2) = 3$

(b) $\frac{dy}{dx} = x^{3/2}, y(3) = 7$

3. Etsi yhtälön

$$y''(x) - \cos x = 3$$

yleinen ratkaisu. Määrä alkuarvot tehtävän $y(0) = 1 = y'(0)$ ratkaisu.

Palautettavat tehtävät

4. Ratkaise yhtälö $\frac{dy}{dx} = xy - 2y + x - 2$.

5. Ratkaise yhtälö

$$y - 2xy - x^2 + x^2y' = 0.$$

Mikä on sen määrittelyalue?

6. Ratkaise yhtälö $y' = y^2(y - 1)^2$.