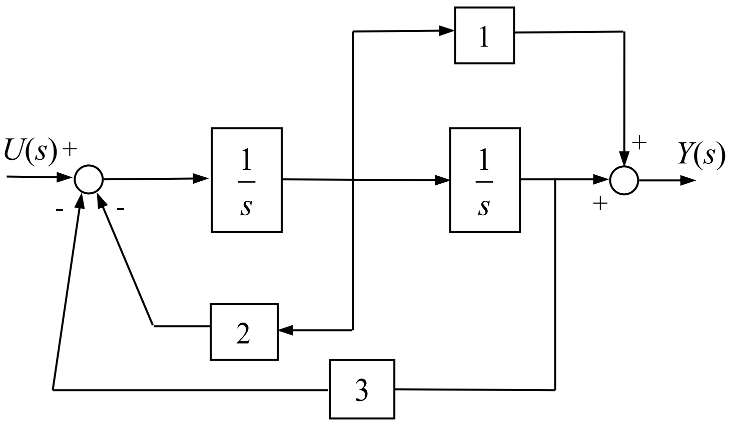
ELEC-C1230 Säätötekniikka

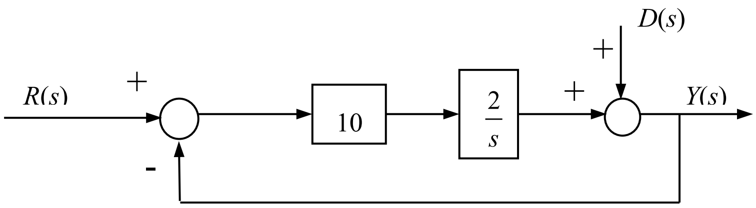
4. laskuharjoitus

Siirtofunktiot, lohkokaaviot, tilaesitys

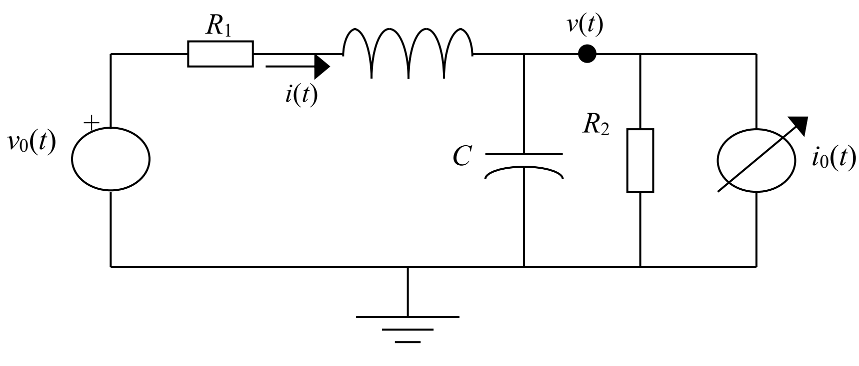
1. Määritä alla olevan järjestelmän polynomimuotoinen kokonaissiirtofunktio. (Siirtofunktion osoittaja ja nimittäjä ovat s:n potensseja.)



2. Laske alla olevan kuvan järjestelmälle $y(t)$, kun referenssi $r(t) = 5.0u_s(t)$ ja häiriö $d(t) = 5.0(\cos(t))u_s(t)$.



3. Käsitellään alla olevan kuvan mukaista sähköpiiriä. Valitse sopivat tilat ja muodosta tilamalli siten, että ulostulona on jännite $v(t)$ ja sisäänmenoina $v_0(t)$ ja $i_0(t)$. Laske jännite ajan funktiona, kun kaikki mallin vakiot ovat ykkösiä ja herätteet ovat $v_0(t) = u_s(t)$ ja $i_0(t) = u_s(t - 1)$.



4. * Laske seuraavaa tilamallia vastaava siirtofunktio:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Vihjeitä:

Matriisin **A** kääntö:

Muodostetaan *adjungaattimatriisi* adj**A**. Adjungaattimatriisin alkio a_{ji} saadaan lausekkeesta

$$a_{ij} = (-1)^{i+j} \det A_{ij} \ ,$$

missä $\mathbf{A}_{ij}$ on **A**:n alimatriisi, joka on saatu poistamalla **A**:sta rivi i ja sarake j (huomaa erityisesti indeksien järjestys).

Käänteismatriisi saadaan adjungaattimatriisista yhtälöllä

$$A^{-1} = \frac{adjA}{\det A} \, .$$

Laplace-muunnoksen teoreemoja

Määritelmä: $F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t) e^{-st} \, dt$

Laplace-muunnos	Ajan funktio
$F(s)$	$f(t)$
$C_1F_2(s) + C_2F_2(s)$	$C_1f_2(t) + C_2f_2(t)$
$F(s+a)$	$e^{-at}f(t)$
$e^{-as}F(s)$	$\begin{cases} 0, & t \le a \\ f(t-a), & t > a \end{cases}$
$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$	$f(at)$
$F_1(s)F_2(s)$	$\int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$
$sF(s) - f(0)$	$f'(t)$
$s^n F(s) - \left[s^{n-1} f(0) + \ldots + f^{(n-1)}(0)\right]$	$f^{(n)}(t)$

Mikäli $f(t)$:n ja $F(s)$:n raja-arvot ovat olemassa, niin niille pätee:

$$\lim_{s \to 0} \{sF(s)\} = \lim_{t \to \infty} \{f(t)\} \qquad \lim_{s \to \infty} \{sF(s)\} = \lim_{t \to 0} \{f(t)\}$$

Laplace-muunnos ja aikavasteita

Laplace-muunnos	Ajan funktio
1	$\delta(t)$
$1 / s$	1
$1 / s^2$	t
$1 / s^{n+1}$	$t^n / n!$
$\dfrac{1}{s+a}$	e^{-at}
$\dfrac{1}{(s+a)^{n+1}}$	$\dfrac{t^n e^{-at}}{n!}$
$\dfrac{1}{s(s+a)}$	$\dfrac{1}{a}\left(1-e^{-at}\right)$
$\dfrac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{a-b}\left(e^{-bt}-e^{-at}\right)$
$\dfrac{1}{s(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{ab(b-a)}\left(ae^{-bt}-be^{-at}\right)$
$\dfrac{a}{s^2+a^2}$	$\sin(at)$
$\dfrac{s}{s^2+a^2}$	$\cos(at)$
$\dfrac{a}{(s+b)^2+a^2}$	$e^{-bt}\sin(at)$
$\dfrac{s+b}{(s+b)^2+a^2}$	$e^{-bt}\cos(at)$
$\dfrac{s+a}{s+b}$	$\delta(t)+(a-b)e^{-bt}$