



Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)

MS-A0201

Hakula/Vättö

Harjoitukset, Viikko 6A, 2024



Määritelmistä

TEHTÄVÄ M1 Sovitetaan positiivinen mittausdata (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$, käyrälle $y = Kx^s$. Etsi vakiot K ja s .

TEHTÄVÄ M2 Kirjoita Newtonin menetelmä systeemille

$$f(x, y, z) = 0, \quad g(x, y, z) = 0, \quad h(x, y, z) = 0.$$

Etsi pintojen $y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + z^2 = 3$ ja $x^2 - z = 1$ leikkauspiste 1. oktantissa numeerisesti Newtonin menetelmällä. Matemaattisten ohjelmistojen käyttö on suositeltavaa.

Johdanto

TEHTÄVÄ J1 Sovita paraabeli $y = p + qx^2$ mittausdataan $(x_i, y_i) = (1, 0.11), (2, 1.62), (3, 4.07), (4, 7.55), (6, 17.63), (7, 24.20)$. Arvioi mahdollista mittaustulosta, kun $x = 5$.

TEHTÄVÄ J2 Muodosta Newtonin menetelmän mukainen matriisi-muotoinen iteraatiokaava yhtälöparille

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 2xy^5, \\ x^6 + x^2 + y^4 = 4. \end{cases}$$

Etsi tämän avulla yksi yhtälöparin kaikkiaan neljästä (reaalisesta) ratkaisusta.

Kotitehtävät

TEHTÄVÄ K1 Approksimoi pienimmän neliösumman integraalimuodon avulla funktiota $f(x)$ summalla $\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos kx$ yli välin $x \in [0, \pi]$.

TEHTÄVÄ K2 Etsi yhtälöryhmän

$$\begin{cases} x + \sin^2(xy) + \cos^3 y = 0 \\ y + \sin^3(x^2 + y^2) + \cos^5(x + y) = 0 \end{cases}$$

lähinnä origoa oleva ratkaisu kaksiulotteisella Newtonin iteraatiolla. Valitse lähtöarvoiksi $x_0 = -1$, $y_0 = -0.5$. Saatko iteraation suppenemaan jotakin muuta juurta kohti jollain toisella lähtöarvolla?

Vastauksia

TEHTÄVÄ M1

V: 1 Ota ensin logaritmit! Pienimmän neliösumman minimointi on ei-triviaali! Tämä on perustelu sille, miksi tieteellisessä kirjallisuudessa logaritmitset kuvaajat ovat niin yleisiä.

TEHTÄVÄ M2

V: 2 Tarkka vastaus $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$, $z = 1$. Alkuarvauksella $x_0 = y_0 = z_0 = 2$ menetelmän pitäisi olla kohtuullisen tarkka jo neljän askelen jälkeen.

TEHTÄVÄ K1

V: 3 $a_j = \frac{1}{2} \int_0^\pi f(x) \cos jx dx$.