

ELEC-C1230 Säättötekniikka/Kotitehtävä 1 Ratkaisut

Tarkastellaan prosessia, jolle on laadittu tilayhtälöt

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_1(t) - 3x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t).\end{aligned}$$

Alkutilat ovat nollia hetkellä $t = 0$.

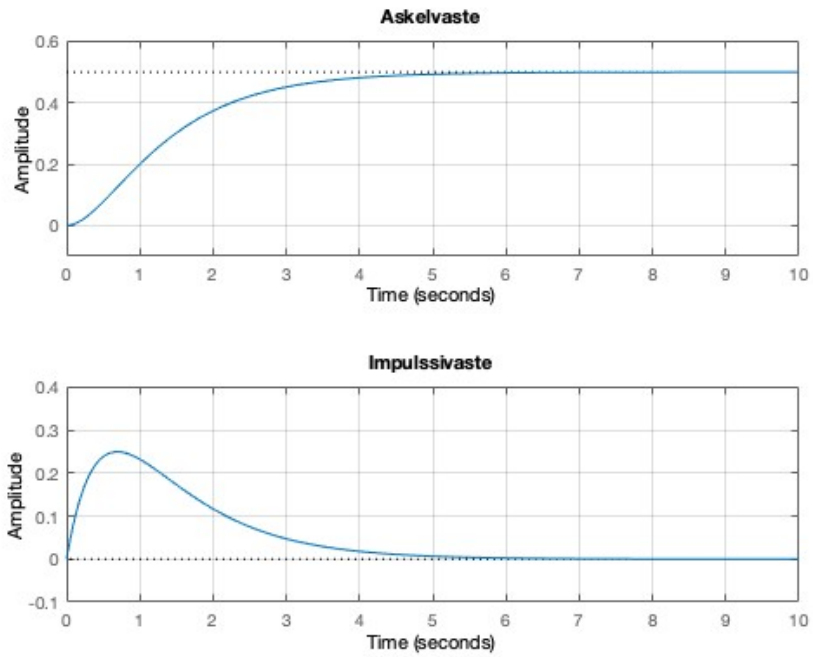
- a.** Kirjoita matriisimuotoinen tilaesitys prosessin mallista.

Meillä on tilamuuttujat tiedossa. Voimme muodostaa matriisimuotoisen esityksen suoraan annetusta tilayhtälöstä:

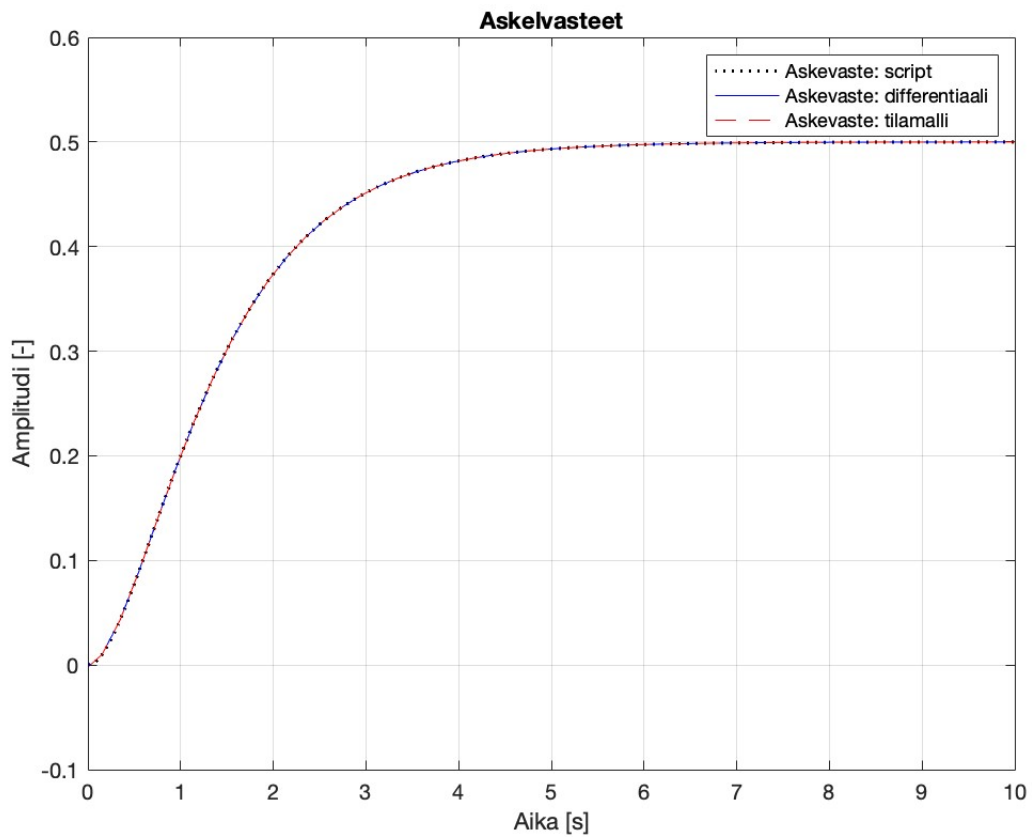
$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 0u(t),\end{aligned}$$

jossa $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, $D = 0$.

- b.** Simuloi Matlabissa (ei siis Simulinkissä) prosessin yksikköaskelvaste ja piirrä kuvaaja. (Tulosuureeseen tulee siis askelmainen muutos nolosta ykköseen ajan hetkellä 0). Simuloi sitten myös yksikköimpulssivaste ja piirrä kuvaaja.
- Matlab-koodilla toteutetun prosessimallin askel- ja impulssivasteet ovat esitetty kuvassa 1. Koodi löytyy ratkaisujen lopusta.
- c.** Toteuta prosessin malli Simulinkissä käyttämällä integraattoreita tarpeen mukaan (ei siis Simulinkin State Space-lohkoa). Simuloi yksikköaskelvaste ja talleta se Matlabin muuttujaan. c- ja d-kohdan Simulink-mallit ovat esitetty kuvassa 3.
- d.** Toteuta malli edelleen Simulinkissä, mutta nyt tilalohkoa (State Space) käyttämällä. Voit tehdä tämän rinnalle c-kohdan ratkaisusi kanssa. Piirrä samaan kuvaan b-, c- ja d-kohdissa saamasi yksikköaskelvasteet ja toteuta, että ne ovat identtiset.
- c- ja d-kohdan Simulink-mallit ovat esitetty kuvassa 3. b-, c- ja d-kohdan askelvasteet ovat esitetty kuvassa 2. Oletetusti askelvasteet ovat identtiset.



Kuva 1: Prosessin askel- ja impulssivaste.



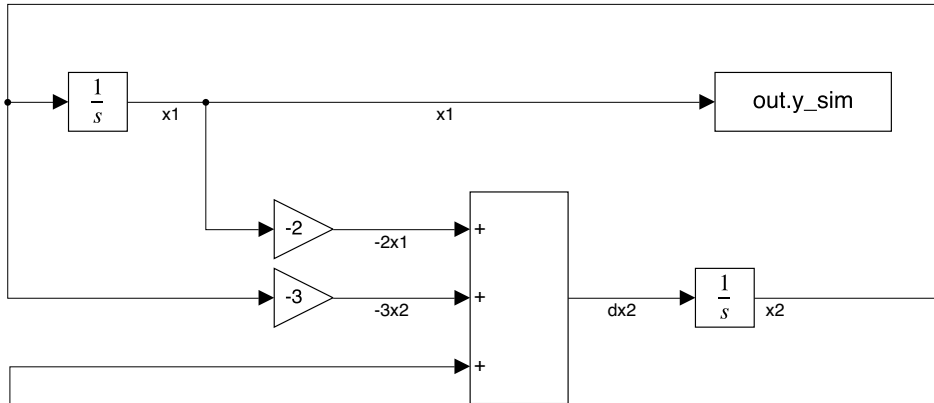
Kuva 2: Matlab-koodin ja Simulink-mallien askelvasteet, kun herätteenä on hetkellä $t=0$ aktivoituva askelheräte.

c-kohta: tapa 1

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -2x_1(t) - 3x_2(t) + u(t)$$

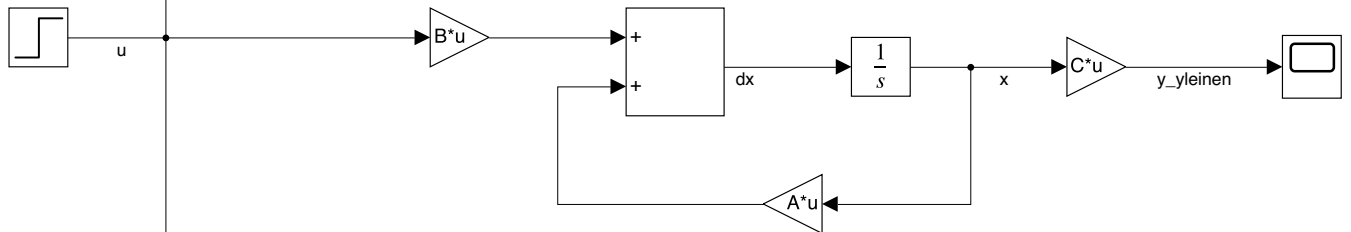
$$y(t) = x_1(t)$$



c-kohta: tapa 2

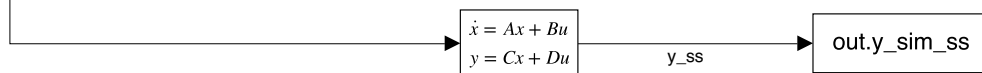
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t)$$

$$y(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t)$$



d-kohta

saman prosessin toteutus State Space -lohkolla



Kuva 3: Annetun prosessin Simulink-malli suoralla toteutuksella (c-kohta) ja state-space -lohkon avulla (d-kohta). Matriisit A , B , C (ja $D = 0$) on määritelty Matlab-koodissa.

```

%% Matlab-koodi: a- ja b-kohta,
% kirjoitetaan matriisit, simuloidaan Matlabissa
% ja piirretään vasteet
A = [0 1; -2 -3];
B = [0; 1];
C = [1 0];
D = 0;
prosessi = ss(A,B,C,D);
t = 10;
figure(1);
clf;
subplot(2,1,1)
step(prosessi,t);
ylim([-0.1,0.6]);
title('Askelvaste');
grid on;
subplot(2,1,2)
impulse(prosessi,t);
ylim([-0.1,0.4]);
title('Impulssivaste');
grid on;
%% c- ja d- kohta
% Huom. ToWorkspace-lohkon signaali on Timeseries muodossa
% out.tout parametrin sijaan voi kayttää Time-attribuuttia
% esim out.y_sim.Time
[y,tout] = step(prosessi,t);
% Simulink-mallin voi simuloida sim-komennolla Matlabista
% avaamalla tiedostoa
simout = sim('KT1_simulink.slx');
figure(3);
clf;
plot(tout, y, 'k:', 'DisplayName', 'Askevaste: script', ...
'linewidth',1.5);
hold on;
plot(simout.tout, simout.y_sim.Data, 'b-', ...
'DisplayName', 'Askevaste: differentiaali');
plot(simout.tout, simout.y_sim_ss.Data, 'r--', ...
'DisplayName', 'Askevaste: tilamalli');
grid on;
ylim([-0.1,0.6]);
title('Askelvasteet')
ylabel('Amplitudi [-]')
xlabel('Aika [s]')
legend;

```