

Virheen kasautuminen

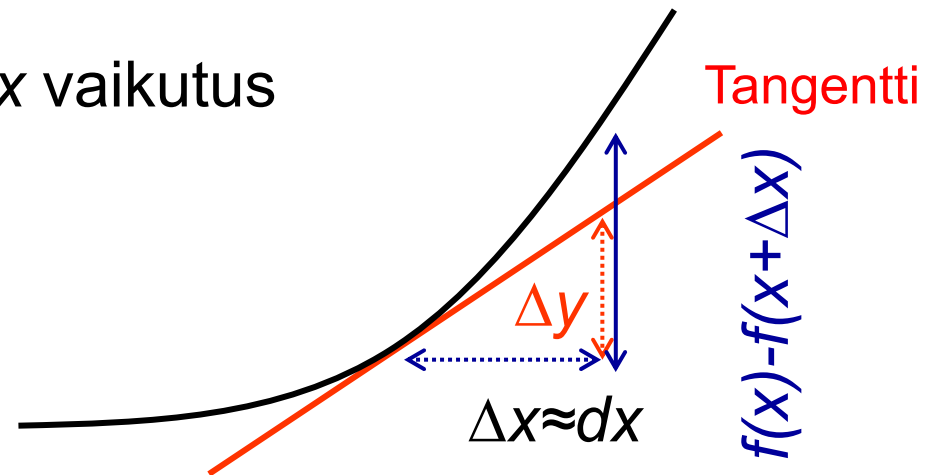
Miten lopputuloksen virhe riippuu mitatun suureen virheestä?

Laskettu tulos y riippuu mitatusta suureesta x funktion $y = f(x)$ mukaan.

Voitaisiin etsiä funktion min- ja max-arvot alueella $y = f(x \pm \Delta x)$.

Toisaalta mittausvirheen $(\pm)\Delta x$ vaikutus tulokseen on likimäärin

$$\Delta y = \left| \frac{df}{dx} \right| \Delta x$$



Virheen kasautuminen

Miten lopputuloksen virhe riippuu mitattujen suureiden virheestä, kun mitattuja suureita on useita ?

- Mittaustulokset x , y ja z sekä riippuvuus $f=f(x,y,z)$
- Virheet yksittäisille mittauksille Δx , Δy , Δz .
- Yläraja-arvio virheelle saadaan ns. **kokonaisdifferentiaalilla**

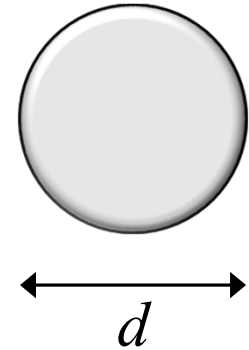
$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| |\Delta x| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| |\Delta y| + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| |\Delta z|,$$

jossa termit $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ ja $\frac{\partial f}{\partial z}$ ovat **osittaisderivaattoja**.

Suhteellisen virheen hyödyntäminen

- Ei tarvitse derivoida!
- Toimii vain tulomuotoisille funktiolle eli esim. $f(x) = Ax^b$
- Lasketaan kokonaisdifferentiaali ja jaetaan itsellään

Esimerkki virheen laskemisesta



Metallikuulan tiheyden määrittäminen

$$m = (4,08 \pm 0,03) \text{ g}$$

$$d = (1,00 \pm 0,02) \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{6m}{\pi d^3} \approx 7790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Lasketaan virhe ($\pm \Delta\rho$) kokonaisdifferentiaalilla:

$$\Delta\rho = \left| \frac{\partial\rho}{\partial m} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial\rho}{\partial d} \right| \Delta d = \left| \frac{6}{\pi d^3} \right| \Delta m + \left| -\frac{18m}{\pi d^4} \right| \Delta d \approx 57 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 467 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 520 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0,067$$

Kirjoitetaan suhteellinen virhe suoraan muistisäännöllä:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + \left| -3 \frac{\Delta d}{d} \right| \approx 0,007 + 0,060 = 0,067$$

Suhteellinen virhe helppo laskea, käy kurssilla (lähes) aina!

Virhetermien erittely

- Ajatuksena eritellä muuttujien aiheuttamat virheet
- Lasketaan muuttujien virheiden suuruudet esiin
- Saadaan selville **suurimmat epävarmuuden lähteet**

Taulukko 1. Kuulan tiheyden ρ virhetermien erittely

muuttuja	arvo	virhe	virhetermi
m	4,08 g	0,03 g	$\left \frac{\Delta m}{m}\right \rho \approx 60 \text{ kg/m}^3$
d	1,00 cm	0,02 cm	$\left -3 \frac{\Delta d}{d}\right \rho \approx 470 \text{ cm}$