

ELEC-C1230 Sääätötekniikka

11. laskuharjoitus

Digitaalinen säätö, z-muunnos

1. Z-muunna seuraavat lukujonot perustuen määritelmään

a) $y(k) = 1, k = 0, 1, 2, 3, \dots$

b) $y(k) = e^{-ak}, a = \text{vakio ja } k = 0, 1, 2, \dots$

2. Määritä $y(kh)$:n arvo, kun $k \rightarrow \infty$, käyttäen loppuarvoteoremaa.

$$Y(z) = \frac{0,792z^2}{(z-1)(z^2 - 0,416z + 0,208)}$$

3. Käänteismuunna seuraava lauseke

$$Y(z) = \frac{(1 - e^{-ah})z}{(z-1)(z - e^{-ah})}$$

4.* Määritä seuraavan differenssiyhtälön ulostulo käyttäen Z-muunnosta

$$y(k+2) - 1,5y(k+1) + 0,5y(k) = u(k+1)$$

$$u(k) \text{ on askel hetkellä } k = 0 \text{ ja } y(0) = 0,5 \text{ ja } y(-1) = 1$$

Z-muunnos

Määritelmä: $F(z) = Z\{f(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kh)z^{-k}$	
z-muunnos	Ajan funktio
$F(z)$	$f(t)$
$C_1F_1(z) + C_2F_2(z)$	$C_1f_1(t) + C_2f_2(t)$
$z^{-n}F(z)$	$q^{-n}f(t)$
$z^n \left(F(z) - \sum_{j=0}^{n-1} f(jh)z^{-j} \right)$	$q^n f(t)$
$F_1(z)F_2(z)$	$\sum_{n=0}^k f_1(n)f_2(k-n)$
Mikäli $f(kh)$:n ja $F(z)$:n raja-arvot ovat olemassa, niin niille pätee	
$\lim_{k \rightarrow \infty} \{f(kh)\} = \lim_{z \rightarrow 1} \{(1 - z^{-1})F(z)\}$	$f(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$

Loppuarvoteoreema sanoo:

$\lim_{k \rightarrow \infty} y(kh) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})Y(z)$, jos $(1 - z^{-1})Y(z)$:lla ei ole yhtään napaa yksikköympyrällä tai sen ulkopuolella.

Z-muunnos ja aikavasteita

z-muunnos	Ajan funktio
1	$\delta(k)$
$\frac{z}{z-1}$	$1, k \geq 0.$
$\frac{hz}{(z-1)^2}$	kh
$\frac{h^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$	$(kh)^2$
$\frac{z}{z - e^{-h/T}}$	$e^{-kh/T}$
$\frac{z \sin(\omega h)}{z^2 - 2z \cos(\omega h) + 1}$	$\sin(\omega kh)$