

Labrojen puoliväliluento

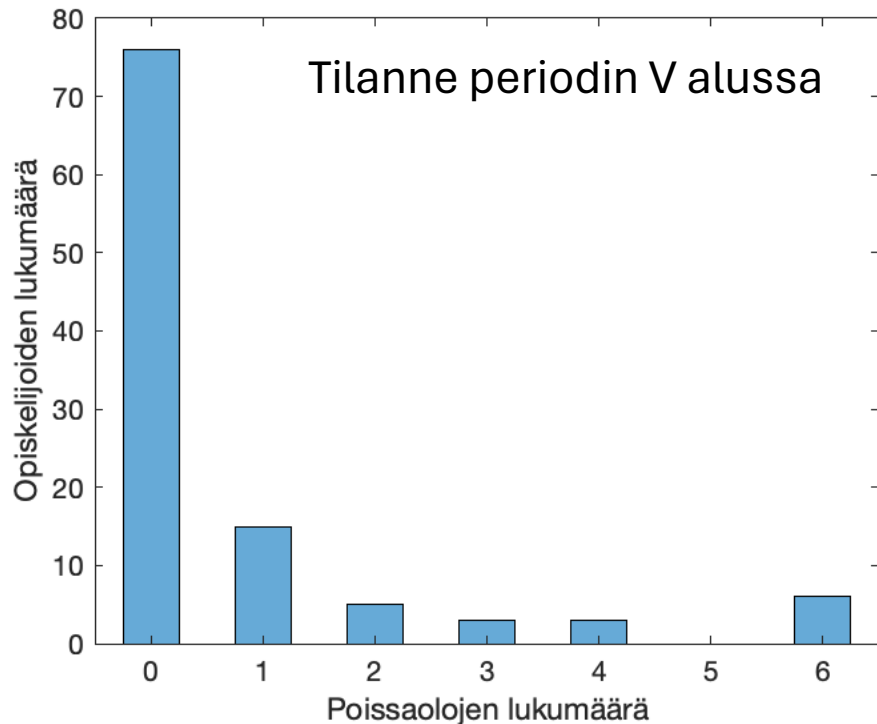
SCI-C0200 - Fysiikan ja matematiikan menetelmien studio

25.4.2024, 16:15 - 18:00

Yleiskatsaus

- Seitsemän laboratorioharjoitusta takana
- Vastuupettajan näkökulmasta...
 - Järjestetty 150 tuntia opetusta labrassa
 - Labrassa näkynyt reipas tekemisen meininki
 - Opiskelijat ja assarit aktiivisia
- Opiskelijoiden näkökulmasta... ?

Poissaolot ja rästit



- Läsnaölopakko
- Yksi labrapoissaolo kurssin ajalta sallitaan
- Poissaolojen määrän voi tarkastaa assarilta

- Rästiin jääneitä töitä voi tehdä seuraavasti
 - Harjoituksia 1-6 voi rästiä viikoilla 7-9
 - Harjoituksia 7-9 voi rästiä viikoilla 10-11
 - Kaikkia harjoituksia voi rästiä lisäksi rästiviikolla
 - 27.5. – 2.6., kaikki 7 labraryhmää aktiivisia

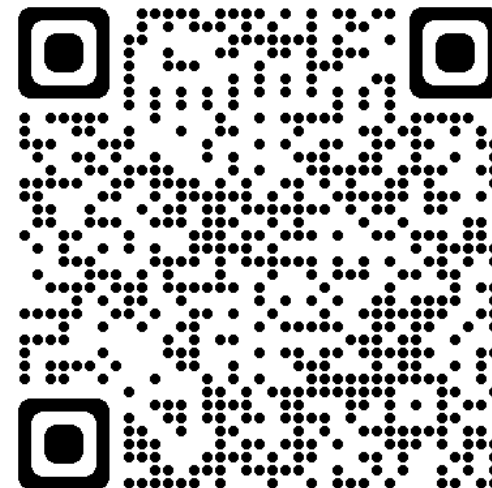
**** Rästminen 2.6. jälkeen ei mahdollista tämän vuoden puolella ****

Perustieteiden korkeakoulun opetusosaamisen arviointiryhmä (SCITEC) arvioi professori Jaakko Timosen opetusta. Arviointi on osa urapolulla kehittymistä.

Kurssin opiskelijoilla on mahdollisuus osallistua arviointiin antamalla palautetta. Voit kertoa mielipiteesi kurssista täällä:

<https://presemo.aalto.fi/scitec>

Kiitos paljon!



Luennon sisältö

- 1. Harjoitukset 1-6: Hyviä vastauksia ja tyypillisiä ongelmia**
2. Harjoitukset 7-9: Virheanalyysin perusteet
3. Harjoitukset 10-11: Miniprojektit
4. Raportin aikataulu ja viimeiset vinkit

Luennon sisältö

1. Harjoitukset 1-6: Hyviä vastauksia ja tyypillisiä ongelmia
- 2. Harjoitukset 7-9: Virheanalyysin perusteet**
3. Harjoitukset 10-11: Miniprojektit
4. Raportin aikataulu ja viimeiset vinkit

Mittaustulosten luotettavuus

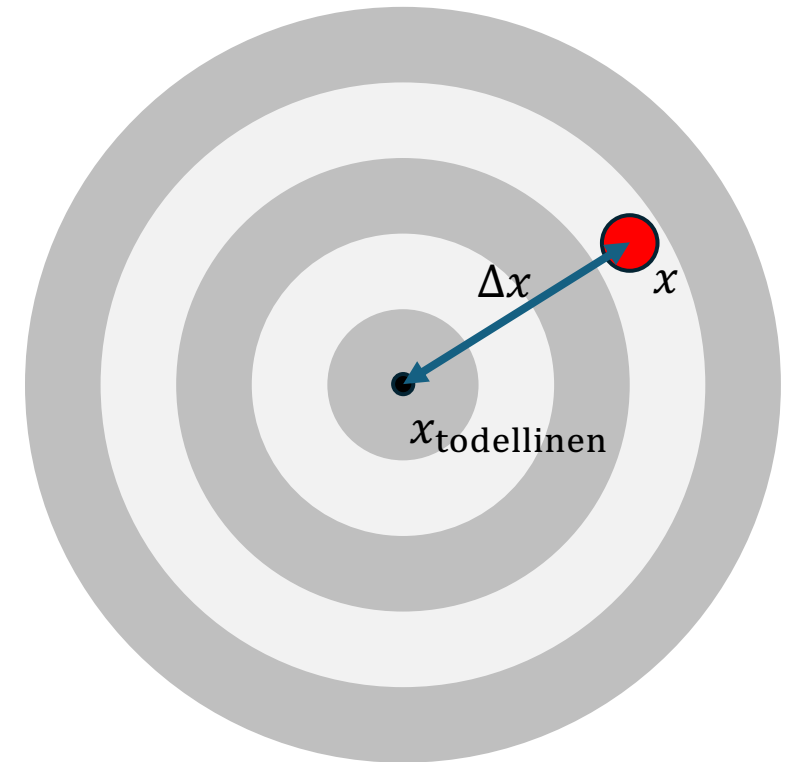
- Mittaustuloksissa aina epävarmuutta
- Kuvataan myös usein sanalla *virhe* (*error*)
- Mitatun muuttujan x mittausrvirheen suuruus:

$$\Delta x = x - x_{\text{todellinen}}$$

- Todellista arvoa $x_{\text{todellinen}}$ emme usein tiedä
- Mittaustulos ja epävarmuus voidaan raportoida esim:

$$x \pm \Delta x$$

- Virhe Δx annetaan yhden merkitsevän numeron tarkkuudella ja pyöristetään ylöspäin
 - Esimerkiksi: $x = 10.2 \text{ mm} \pm 0.1 \text{ mm}$ tai $x = (10.2 \pm 0.1) \text{ mm}$



Virhetyypit

1. Karkea virhe

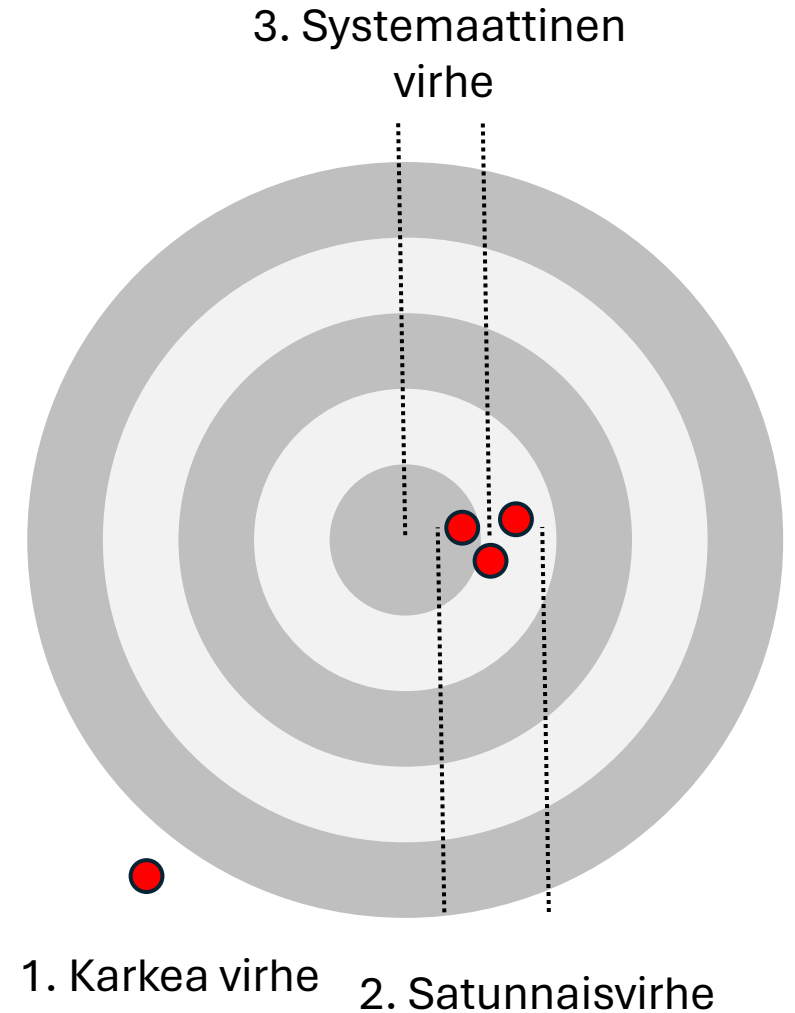
- Suure poikkeaa selvästi muista havainnoista tai tunnetusta arvosta
- Syitä: Laittevika, käyttäjä ei osaa lainkaan käyttää mittalaitetta tai on valinnut vääränlaisen laitteen

2. Satunnaisvirhe

- Suureen arvo vaihtelee satunnaisesti havaintokerrasta toiseen keskiarvon ympärillä
- Syitä: mittalaitteen/näytteen asettelu uudestaan, elektroniikan kohina, valon luonne

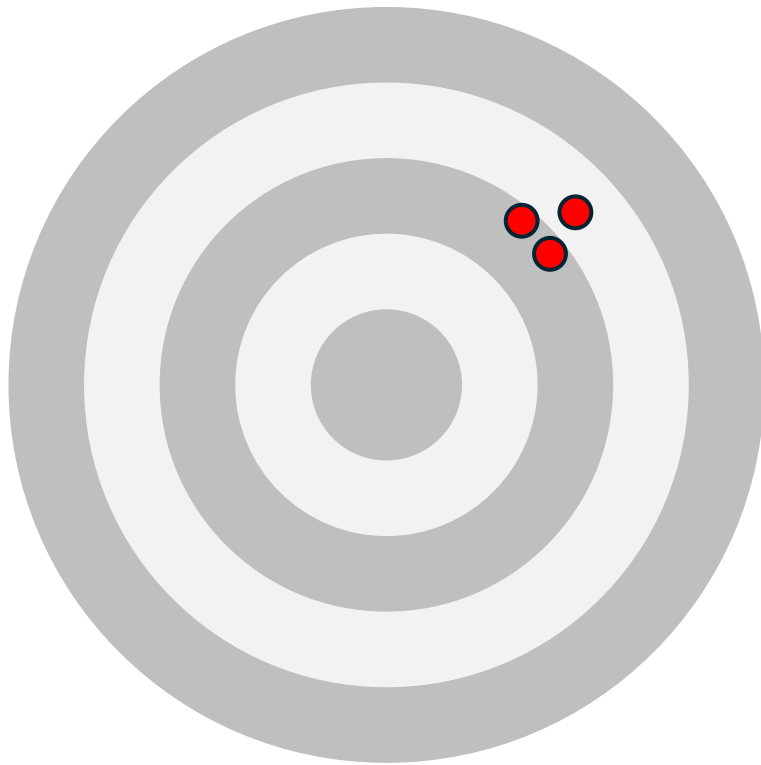
3. Systemaattinen virhe

- Suure vääristynyt aina samaan suuntaan suhteessa todelliseen arvoon
- Syitä: laitteiston kalibrointivirhe, mitataan jotain muuta kuin luultiin

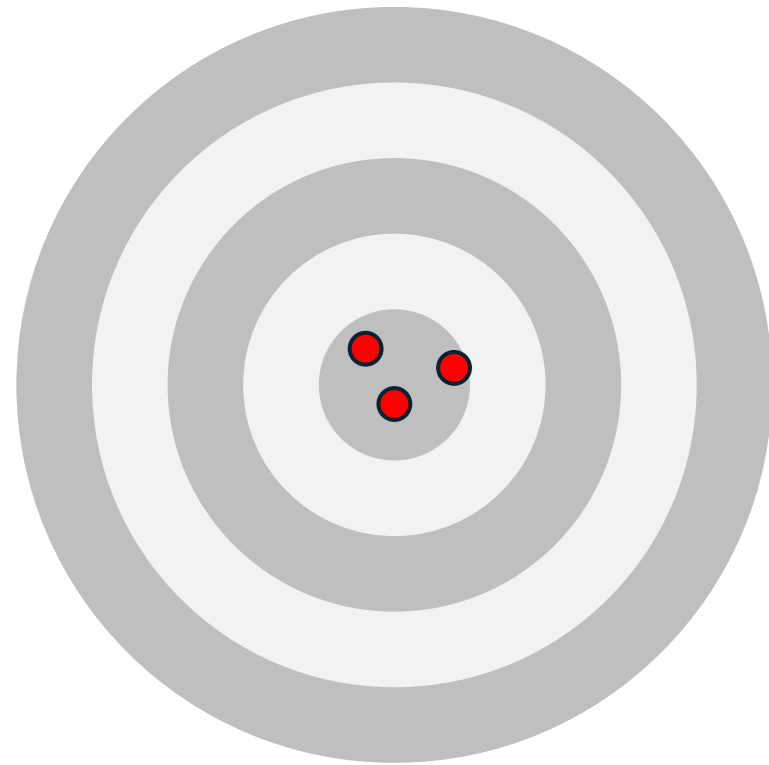


Terminologiaa

High precision = pieni satunnaisvirhe,
mittaus on *hyvin toistettava*

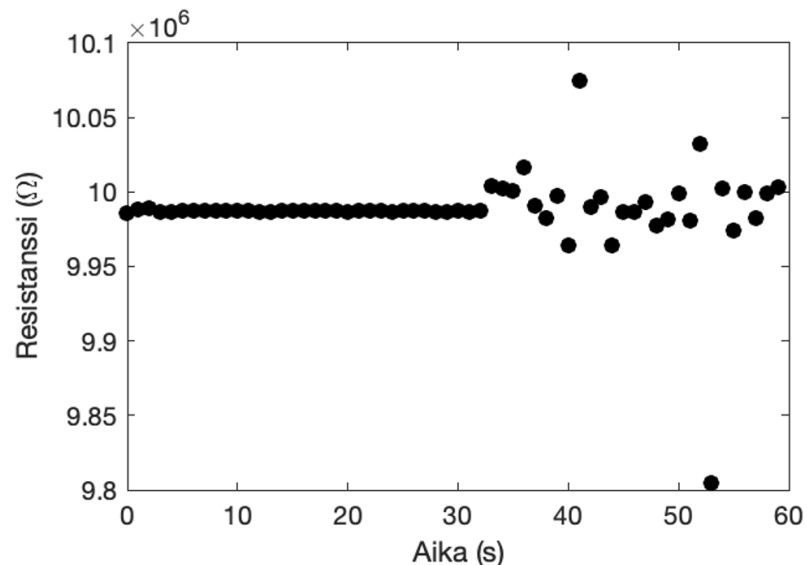


High accuracy = Pieni systemaattinen virhe,
mittaus on *tarkka, lähellä todellista arvoa*



Karkeat virheet: esimerkkejä

- **Pt100-harjoituksessa** mitattiin 10 megaohmin vastusta samalla kun laitteiston ympärillä käveltiin ja/tai johtoja koskelteltiin. Saatiin aikaan käyttäjästä aiheutuvaa karkeaa virhettä (voi myös osittain tulkita satunnaisvirheeksi)
- **Laserdiodiharjoituksessa** yritettiin mitata laserdiodin resistanssi yleismittarilla. Se ei kuitenkaan sovellu epälineaarisen komponentin mittaamiseen. Karkea virhe.



Range (ohm)	Resistanssi (ohm)
200	overload
2k	1.8k
20k	17k
200k	158k
2M	1.47M
10M	6.4M
100M	10.7M

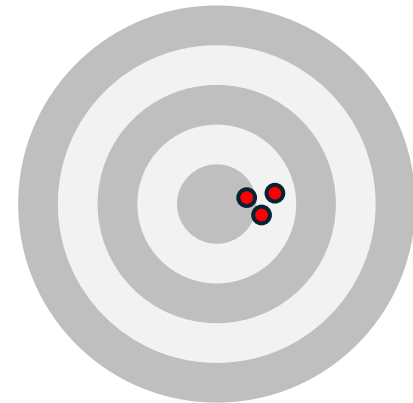
Satunnaisvirhe: arvioiminen toistokokeella

- Satunnaisvirheen suuruutta voidaan arvioida toistokokeella
- Toistokokeessa havainnoidaan (mitataan) sama muuttuja N kertaa
- Saadulle havaintosarjalle voidaan laskea tunnuslukuja:

- Otoskeskiarvo $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

- Otoskeskihajonta $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$

- Keskiarvon keskivirhe $\Delta\bar{x} = \frac{s}{\sqrt{N}}$

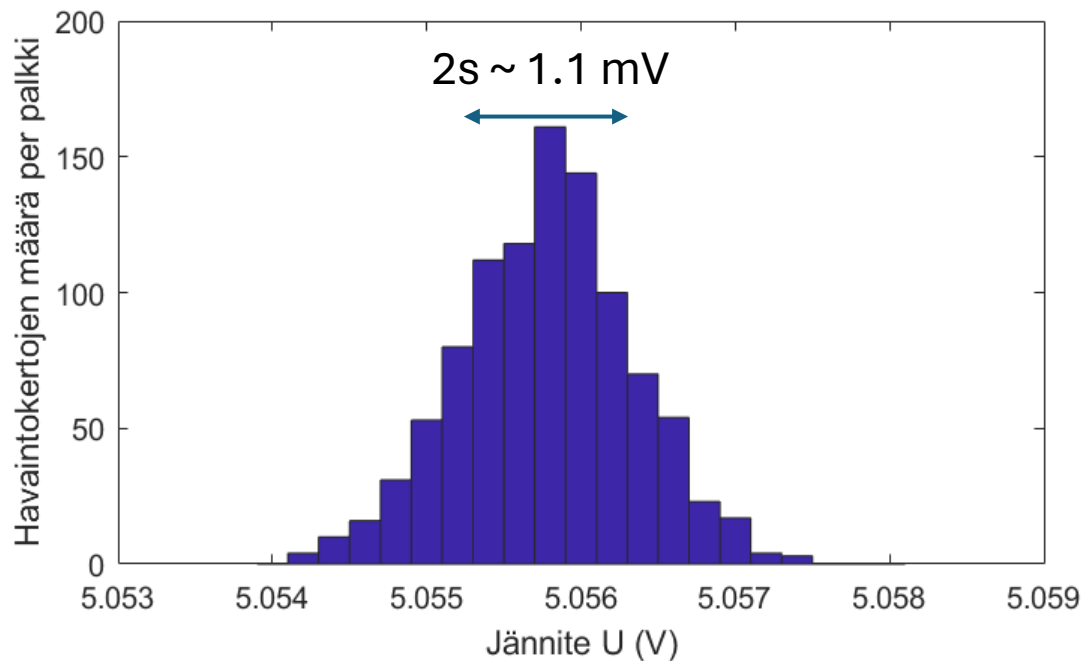


Toistokoe: Esimerkki 1

Tässä toistokokeessa on mitattu yleismittarilla vakiojännitettä tuhat kertaa.

-> Selvästi satunnaisvirhettä

-> Jakauma näyttää normaalijakaumalta



$$\text{Otoskeskiarvo } \bar{U} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i = 5055.7772 \text{ mV}$$

$$\text{Otoskeskihajonta } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (U_i - \bar{U})^2}{N-1}} = 0.5575330 \text{ mV}$$

$$\text{Keskiarvon keskivirhe } \Delta\bar{U} = \frac{s}{\sqrt{N}} = 0.0176307 \text{ mV}$$

Mittauksen lopputulos mikäli ei ole systemaattista virhettä:

$$\bar{U} = 5055.78 \text{ mV} \pm 0.02 \text{ mV}$$

Voiko todella olla näin tarkka mittaus?

- **Otoskeskihajonta** kertoo mille alueelle **yksittäisen mittauksen arvo** todennäköisesti saadaan (68% todennäköisyydellä)
- **Keskiarvon keskivirhe** kertoo mille alueelle toisen **samanlaisen mittaussarjan keskiarvo** todennäköisesti (68% todennäköisyydellä)

Systemaattinen virhe

Performance Specifications

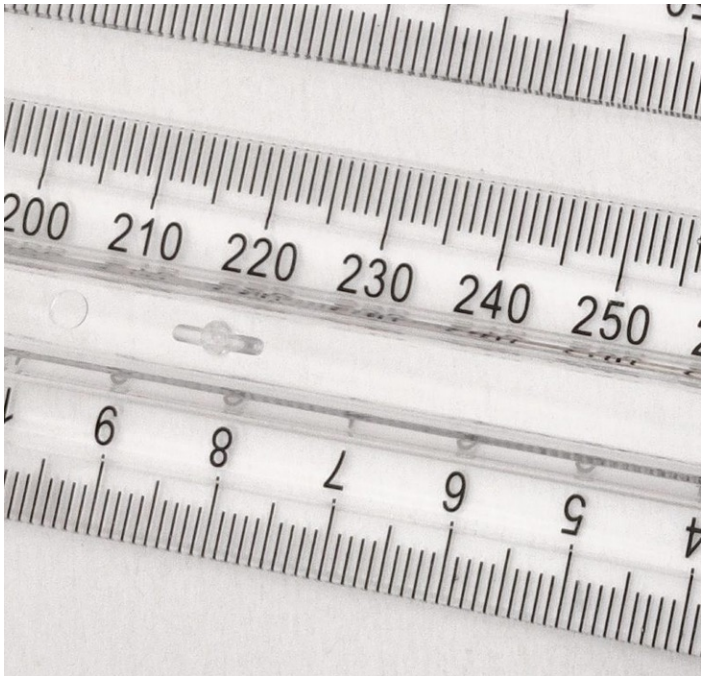
Parameters	Measurement Range	Frequency Range	Accuracy: 1 Year \pm (% of reading + % of range)
DC Voltage	200mV, 2V, 20V, 200V, 1000V	-	0.015 \pm 0.004



- Valmistajan esite: “Accuracy = 0.015% of reading + 0.004% of range)”
 - Reading = 5V, range = 20 V
 - Accuracy = $(0.015 \cdot 5 \text{ V} + 0.004 \cdot 20 \text{ V})/100 = 1.55 \text{ mV}$
- Lopputuloksena raportoidaan siis $U = 5056 \text{ mV} \pm 2 \text{ mV}$

Toistokoe: Esimerkki 2

Tässä toistokokeessa mitattiin viivottimella A4-arkin pidemmän sivun pituutta viisi kertaa
-> Saatiin triviaali otos: 297 mm, 297 mm, 297 mm, 297 mm ja 297 mm.



$$\text{Otoskeskiarvo } \bar{L} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i = 297 \text{ mm}$$

$$\text{Otoskeskihajonta } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (L_i - \bar{L})^2}{N-1}} = 0 \text{ mm}$$

$$\text{Keskiarvon keskivirhe } \Delta \bar{L} = \frac{s}{\sqrt{N}} = 0 \text{ mm,}$$

$$\text{Saadaan } \bar{L} = 297 \text{ mm} \pm 0 \text{ mm}$$

Voiko todella olla näin tarkka mittaus?

Ei, virhe ei voi olla pienempi kuin mittalaitteen erottelukyky:

$$\bar{L} = 297 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

Laskettujen muuttujien virhe

- Kaikkea ei tarvitse tai voi mitata “suoraan”
- Lopputulos voidaan laskea yhdestä tai useammasta tunnetusta muuttujasta $x \pm \Delta x$
- Lasketun muuttujan virheen määrittäminen tunnetaan nimillä
 - virheen kasautuminen
 - virheen eteneminen (*error propagation*)
- Kysymys: Mikä on lasketun arvon $y = f(x)$ epävarmuus kun tunnetaan $x \pm \Delta x$?

Laskettujen muuttujien virhe

- Jos epävarmuus on pieni suhteessa arvoon voidaan linearisoida

$$y + \Delta y = f(x + \Delta x) \approx f(x) + \frac{df(x)}{dx} \Delta x$$

- Epätarkkuutta laskettaessa otetaan aina itseisarvo: $\Delta y = \left| \frac{df(x)}{dx} \right| \Delta x$
- Esimerkki: Metallikuulan säteeksi on mitattu $r \pm \Delta r$. Kuulan tilavuus ja sen virhe on

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \text{ ja } \Delta V = \frac{dV}{dr} \Delta r = 4\pi r^2 \Delta r$$

- Numeerinen esimerkki: Jos $r = 5.00 \pm 0.01$ mm niin $V = 0.524 \text{ cm}^3 \pm 0.004 \text{ cm}^3$

Laskettujen muuttujien virhe

- Jos onkin useampia muuttujia (x_1, x_2, \dots) joiden epätarkkuudet tunnetaan $(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots)$ ja tunnetaan riippuvuus $y = f(x_1, x_2, \dots)$ niin jokainen muuttuja kontribuoi virheeseen:

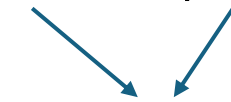
$$y + \Delta y = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots) \approx f(x_1, x_2, \dots) + \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots$$

- Samaan tapaan kuin yhden muuttujan tapauksessa otetaan itseisarvot

$$\Delta y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots$$

Laskettujen muuttujien virhe

Esimerkki: Halutaan määrittää edellisen esimerkin metallikuulan tiheys, kun on mitattu sen massaksi $m = 10.11 \text{ g} \pm 0.03 \text{ g}$

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad \Delta\rho = \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{m}{V} \right) \Delta m + \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{m}{V} \right) \Delta V = \frac{1}{V} \Delta m - \frac{m}{V^2} \Delta V$$


Muuttuja	Arvo	Epätarkkuus	Virhetermi
Paino m	10.11 g	0.03 g	0.057 g/cm ³
Tilavuus V	0.5236 cm ³	0.0031 cm ³	0.114 g/cm ³
Tiheys ρ	19.309 g/cm ³	0.057 g/cm ³ + 0.114 g/cm ³ = 0.171 g/cm ³	

Lopputulos: $\rho = 19.3 \pm 0.2 \text{ g/cm}^3$. Todennäköisesti wolframia.

Ajatuksena siis eritellä muuttujien aiheuttamat epätarkkuudet.

Saadaan selville kokonaisepävarmuuden lisäksi suurimmat epävarmuuden lähteet.

Laskettujen muuttujien virhe

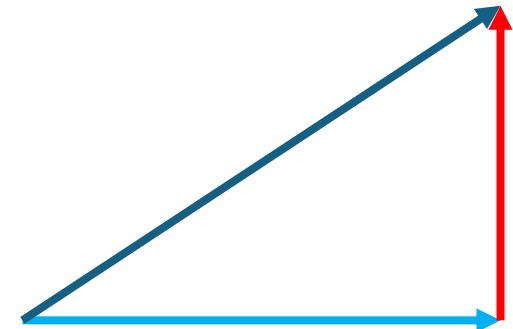
- Kokonaisdifferentiaalilla saadaan yläraja-arvio: kaikki virheet samaan suuntaan (*worst case scenario*)

$$\Delta y = \underbrace{\left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1}_{\text{blue}} + \underbrace{\left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \Delta x_2}_{\text{red}} + \dots$$



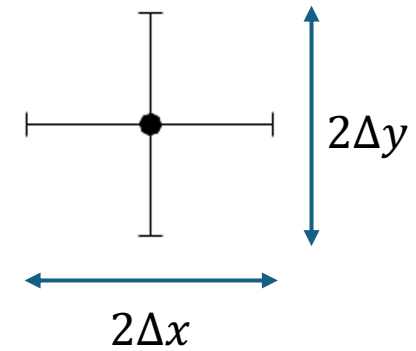
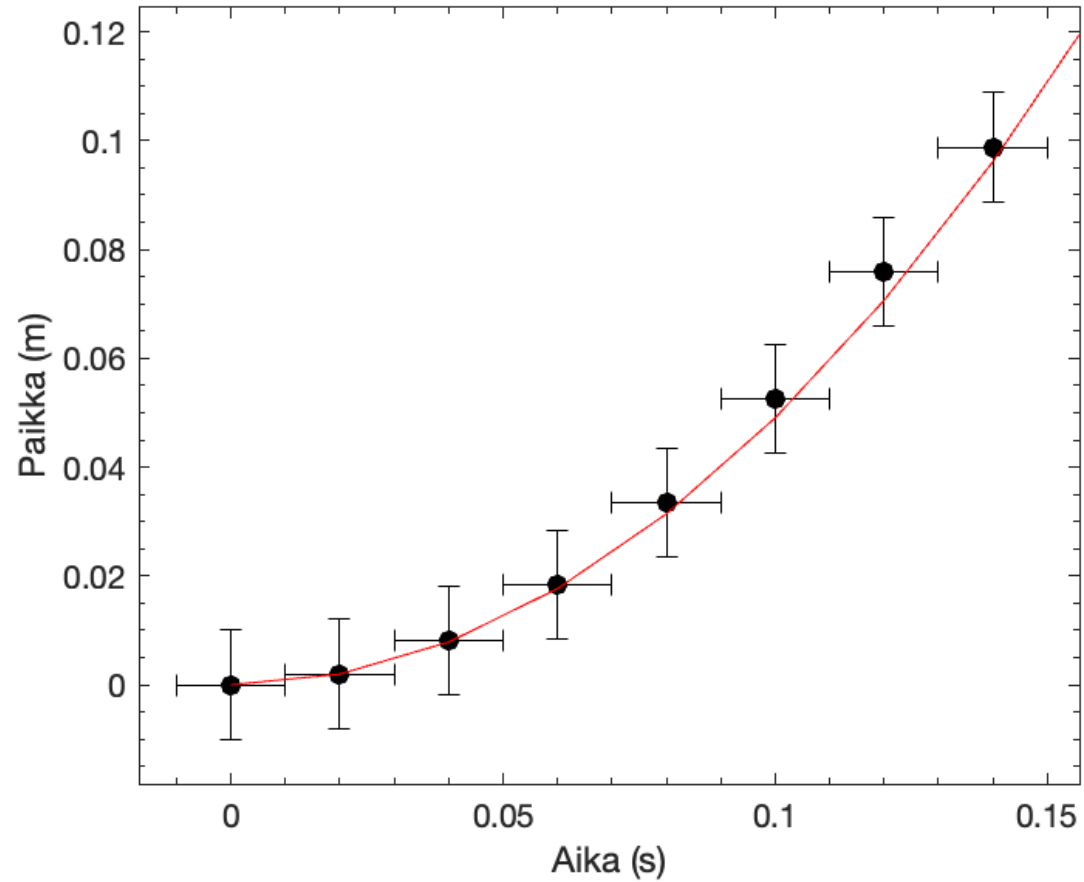
- Realistisempi arvio saadaan jos oletetaan että virheet ovat ”ortogonaalisia”

$$\Delta y = \sqrt{\underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right)^2}_{\text{blue}} + \underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right)^2}_{\text{red}} + \dots}$$



Tällä kurssilla saa käyttää kumpaa tahansa näistä tavoista.

Virheen esittäminen kuvaajissa



Luennon sisältö

1. Harjoitukset 1-6: Hyviä vastauksia ja tyypillisiä ongelmia
2. Harjoitukset 7-9: Virheanalyysin perusteet
- 3. Harjoitukset 10-11: Miniprojektit**
4. Raportin aikataulu ja viimeiset vinkit

Miniprojektit - Esimerkkejä mahdollisista tutkimuskysymyksistä

- Kaksi harjoitusta (10 ja 11). Kaksi itse keksittyä tutkimuskysymystä
- Esimerkkejä kysymyksistä (keksikää omia ideoita!)
 - Miten paperista tehdyn kartion terminaalinopeus riippuu kartion kulmasta?
 - Miten 30 cm pitkän viivoittimen taipuma riippuu taivuttavasta voimasta?
 - Miltä näyttää Pt100-anturin IV-käyrä ja miksi se on sellainen kuin se on?
 - Millaisia signaaleja PC-oskilloskoopin signaaligeneraattorilla pystyy generoimaan?
 - Miten ja miksi CMOS-kameran kuva ”kohisee” vaikka sillä kuvaisi tasaisesti valotettua valkoista paperia?

Luennon sisältö

1. Harjoitukset 1-6: Hyviä vastauksia ja tyypillisiä ongelmia
2. Harjoitukset 7-9: Virheanalyysin perusteet
3. Harjoitukset 10-11: Miniprojektit
- 4. Raportin aikataulu ja viimeiset vinkit**

Laboratorioraportti

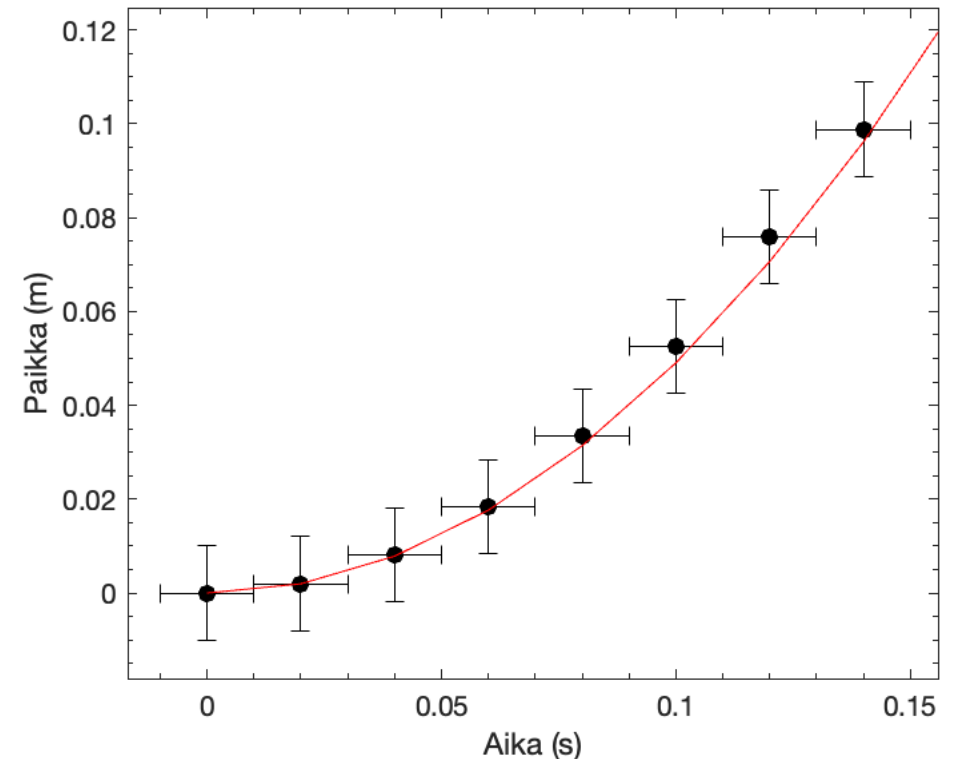
- Kirjoitetaan yhdestä kierrosten 7-9 aikana tehdystä työstä
 - Diffraktio, radioaktiivisuus, permittiivisyys
- Sopiva pituus: 5-10 sivua kuvineen ja liitteineen
- Aikataulu
 - Ensimmäinen palautus 19.5.
 - Toinen vapaaehtoinen palautus 2.6.
- Yleensä mittaukset on hyvin tehty
- **Mutta ongelmia tekstin ja kuvien kanssa...**

Tyypilliset virheet tekstissä

- Isoin ongelma: tekstistä puuttuu **johdonmukaisuus ja tasapaino**
- Pienempiä ongelmia:
 - Kaikkiin kuviin/taulukoihin/liitteisiin ei ole viitattu tai niihin on viitattu eri järjestyksessä kuin miten ne on numeroitu
 - Kaikkia käytettyjä muuttujia ei ole esitelty
 - On unohdettu että suureiden tunnukset (esim. massa m) merkitään kursiivilla ja niiden yksiköiden tunnukset ilman kursiivia (esim. kilogramma kg)
 - On unohdettu että kaavat, omalla rivilläkin, ovat osa tekstiä ja noudattavat siten normaaleja kielioppisääntöjä pisteiden ja pilkutuksen osalta

Tyypilliset virheet kuvaajissa

- Akselit on nimetty puutteellisesti – puuttuu joko suure tai yksikkö
- Mittapisteet on yhdistetty (murto)viivalla
- Pisteet eivät käytä koko kuva-alaa
- Virherajat puuttuvat
- Kuvalla ei ole kuvatekstiä tai kuvatekstiä ei ole numeroitu
- Kuvassa näkyvien symbolien ja viivojen merkitystä ei ole avattu lukijalle



Kuva 1. Putoavan kappaleen paikka ajan funktiona. Mustat pisteet kuvaavat kokeellisia mittapisteitä virhearvioineen ja punainen suora teorian mukaista sovitusta.