

Luku 9

Liikemäärä


Liikemäärä ja voima

Törmäykset ja impulssi

Massakeskipiste

▼ In-Class Learning

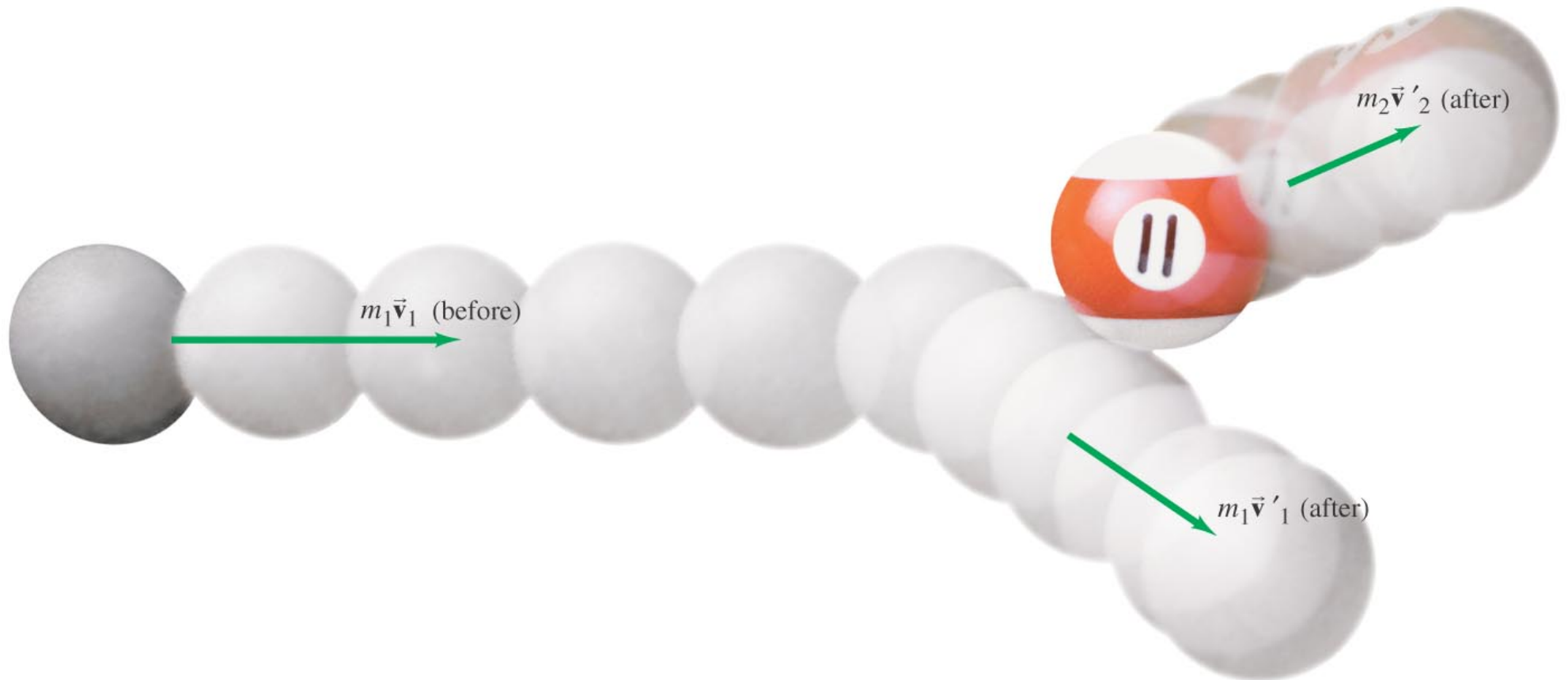
Ask students questions during class to assess their understanding in real time.

 [Learning Catalytics](#)

▼ Dynamic Study Modules

Dynamic Study Modules are always available for student self-study, and are now also available as assignments.

Mene MasteringPhysics harjoitukseen ja etsi Learning Catalytics



Tavoitteet:

- Kerrata liikemäärän käsite ja selvittää, milloin liikemäärä säilyy
- Selvittää kimmoisan, kimmottoman ja täysin kimmottoman törmäyksen erot ja osata valita oikea lähestyminen törmäystehtäviin.
- Määrittää massakeskipiste yksittäiselle kappaleelle ja kappalejoukolle

Esitiedot

- Liike- ja potentiaalienergian käsitteet
- Newtonin lait

9.1 Liikemäärä

Yhden kappaleen liikemäärä $\vec{p} = m\vec{v}$

Newtonin II laki $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Esimerkki 9.1

Valokuvaamalla tennispelaajan syöttöä nopealla kameralla, voidaan tennispallon vauhdiksi syötössä mitata 55 m/s ja havaita, että pallo on kiinni mailassa 4 ms ajan. Pallon massa on 60 g . Arvioi kuinka suuri on mailan palloon kohdistama keskimääräinen voima syötön aikana.

Liikemäärä

Systemin liikemäärä

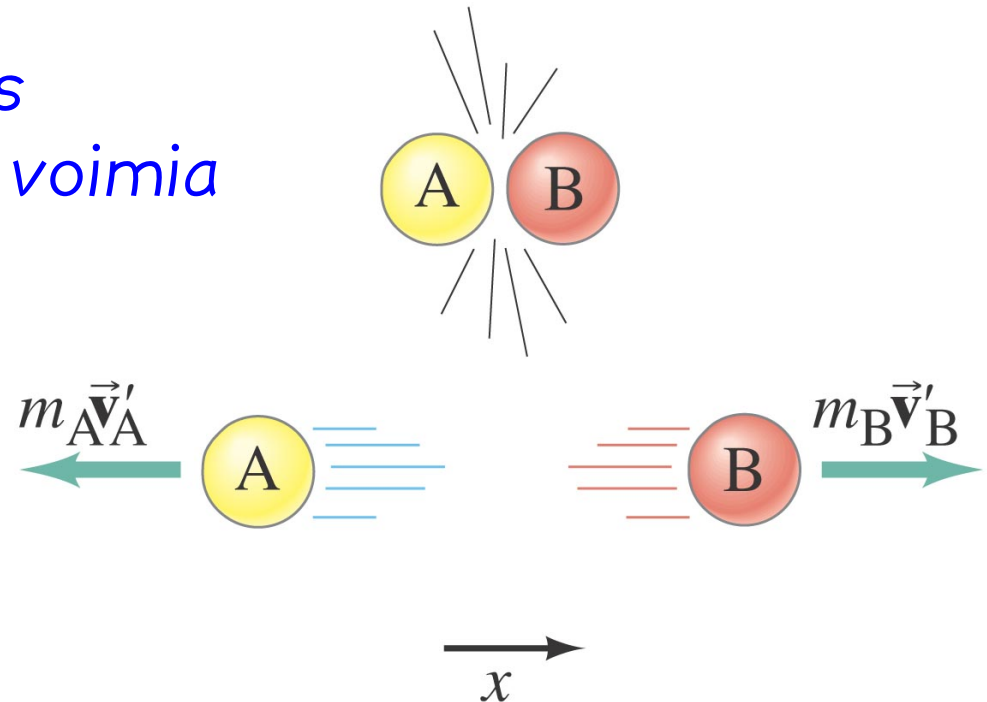
$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

Newtonin II laki

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ext}$$

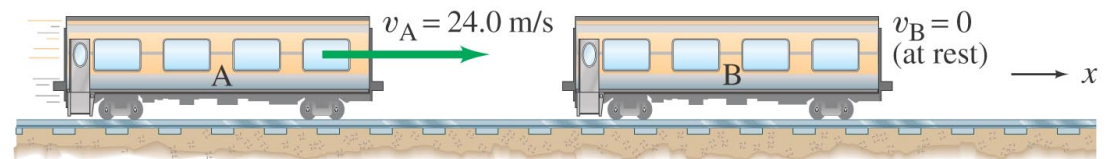


Systemin liikemäärä säilyy, jos systemiin ei kohdistu ulkoisia voimia

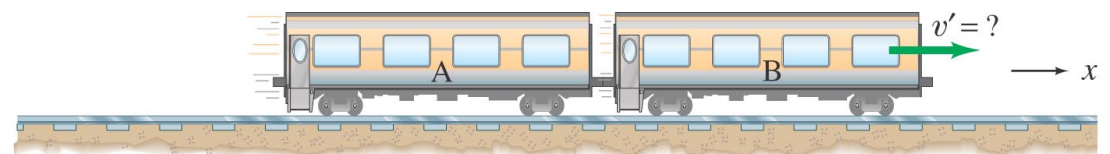


Esimerkki 9.3

Junan vaunu, jonka massa on $10\,000\text{ kg}$, rullaa 24 m/s kitkatonta rataa pitkin. Vaunu osuu toiseen samanlaiseen, aluksi paikallaan olevaan vaunuun siten, että vaunut jäävät toisiinsa kiinni. Määritä vaunujen vauhti törmäyksen jälkeen.



(a) Before collision



(b) After collision

9.3 Impulssi

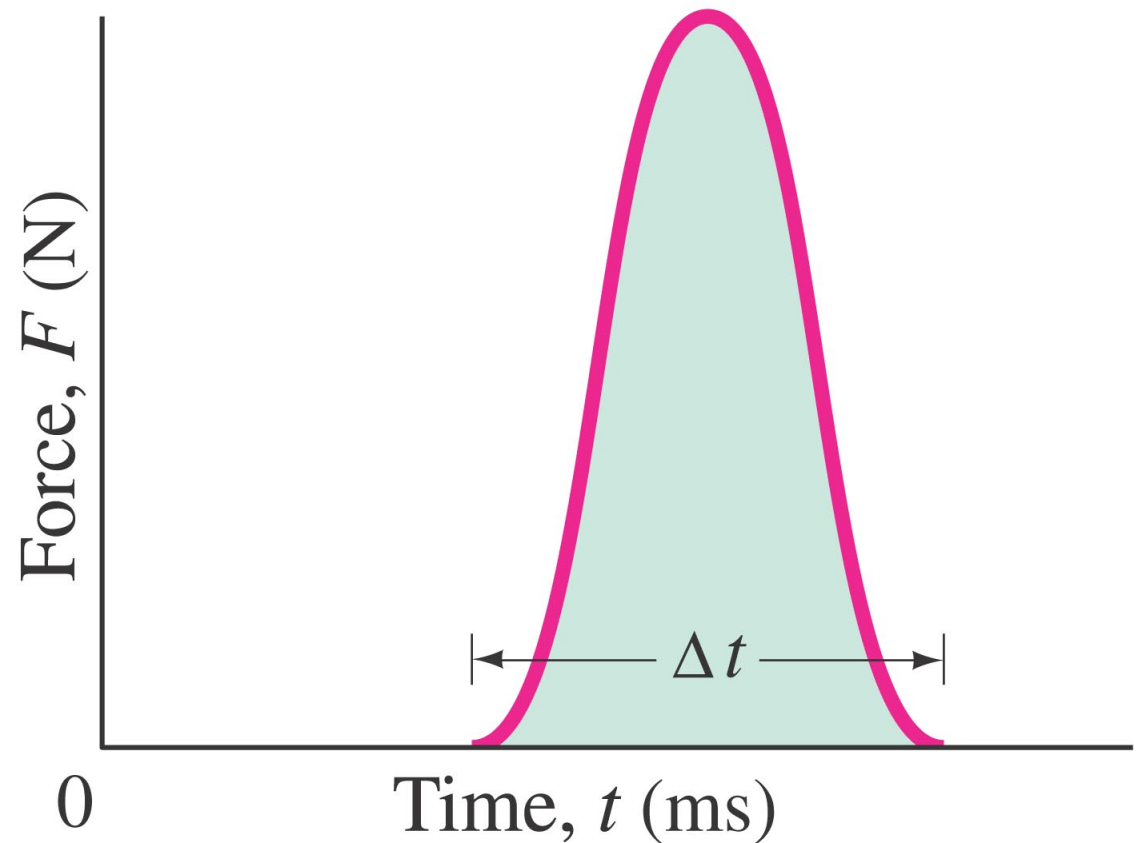
Newtonin II laki

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Impulssi

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

$$\vec{J} = \Delta\vec{p}$$



Esimerkki 9.6

Arvioi kuinka suuri impulssi ja keskimääräinen voima vaikuttaa karate-lyönnissä.

9-4...7 Törmäykset

Jos törmäyksissä vaikuttaa vain systeemin sisäiset voimat, *systeemin liikemäärä säilyy törmäyksessä.*

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

Jos liike-energia säilyy, törmäys on *kimmoinen (elastinen).*

$$K_i = K_f$$

Jos liike-energia ei säily, törmäys on *kimmoton.*

Jos kappaleet tarttuvat törmäyksessä toisiinsa, törmäys on *täysin kimmoton.*

Esimerkki 9.7

Biljardipallo A, jonka massa on m , ja nopeus v_A osuu keskelle samanlaista palloa B, joka on paikallaan. Määritä pallojen nopeudet törmäyksen jälkeen. Oleta törmäys kimmoisaksi.

Esimerkki 9.8

Kappale A, jonka massa on m_A ja nopeus v_A osuu keskelle aluksi paikallaan olevaa kappaletta B, jonka massa on m_B . Oleta törmäys kimmoisaksi.

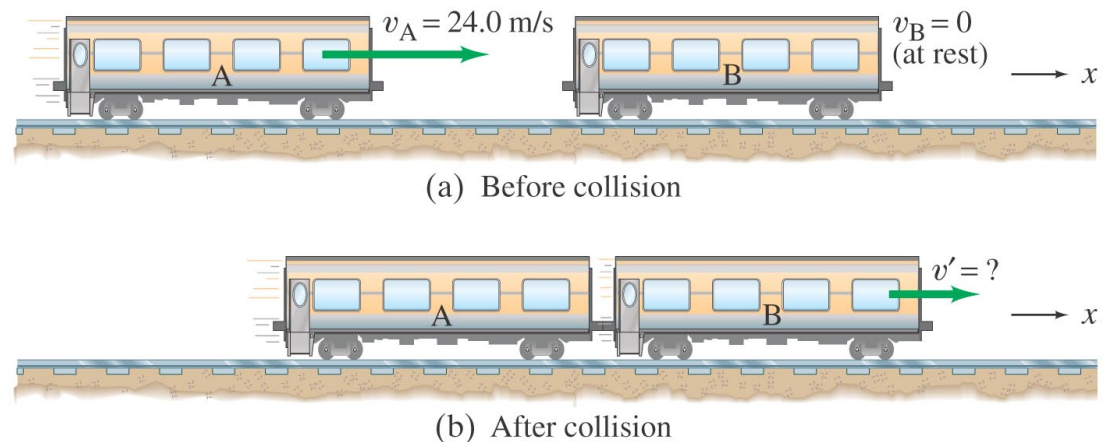
Määritä kappaleiden nopeudet törmäyksen jälkeen ja selvitä, mitä tapahtuu, jos kappaleiden massat ovat selvästi eri suuruisia.

Esimerkki 9.3

Junan vaunu, jonka massa on $10\,000\text{ kg}$, rullaa 24 m/s kitkatonta rataa pitkin. Vaunu osuu toiseen samanlaiseen, aluksi paikallaan olevaan vaunuun siten, että vaunut jäävät toisiinsa kiinni. Määritä vaunujen vauhti törmäyksen jälkeen.

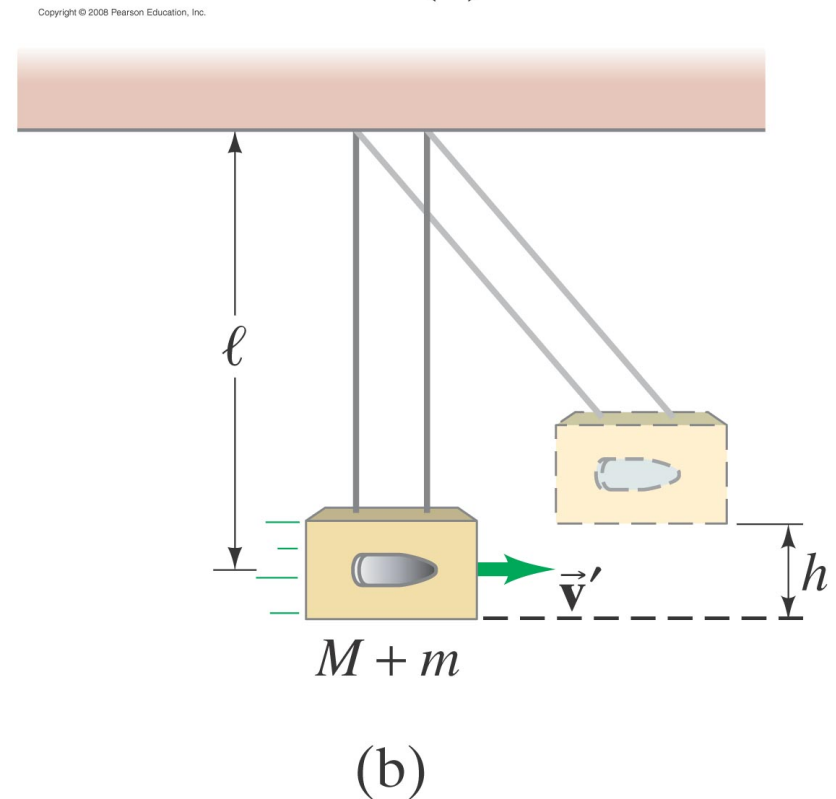
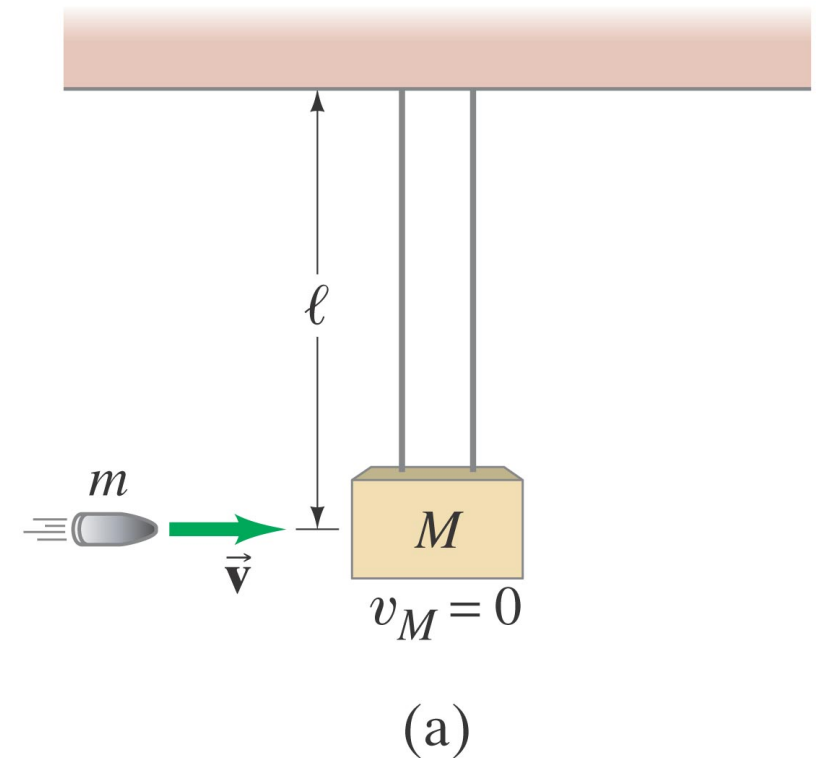
Esimerkki 9.10

Määritä kuinka suuri osa alkuperäisestä liike-energiasta muuttuu muuksi energiaksi törmäyksessä.



Esimerkki 9.11

Ballistisella heilurilla voidaan mitata ammuksen nopeus. Ammus, jonka massa on m ja nopeus v osuu narun varassa paikallaan roikkuvaan kappaleeseen, jonka massa on M . Narun varassa roikkuvan kappaleen materiaali on valittu siten, että ammus jää sen sisälle törmäyksessä. Törmäyksen seurauksena kappale heilahtaa ja nousee alkuasemastaan korkeudelle h . Johda lauseke ammuksen nopeudelle kappaleen nousukorkeuden funktiona.

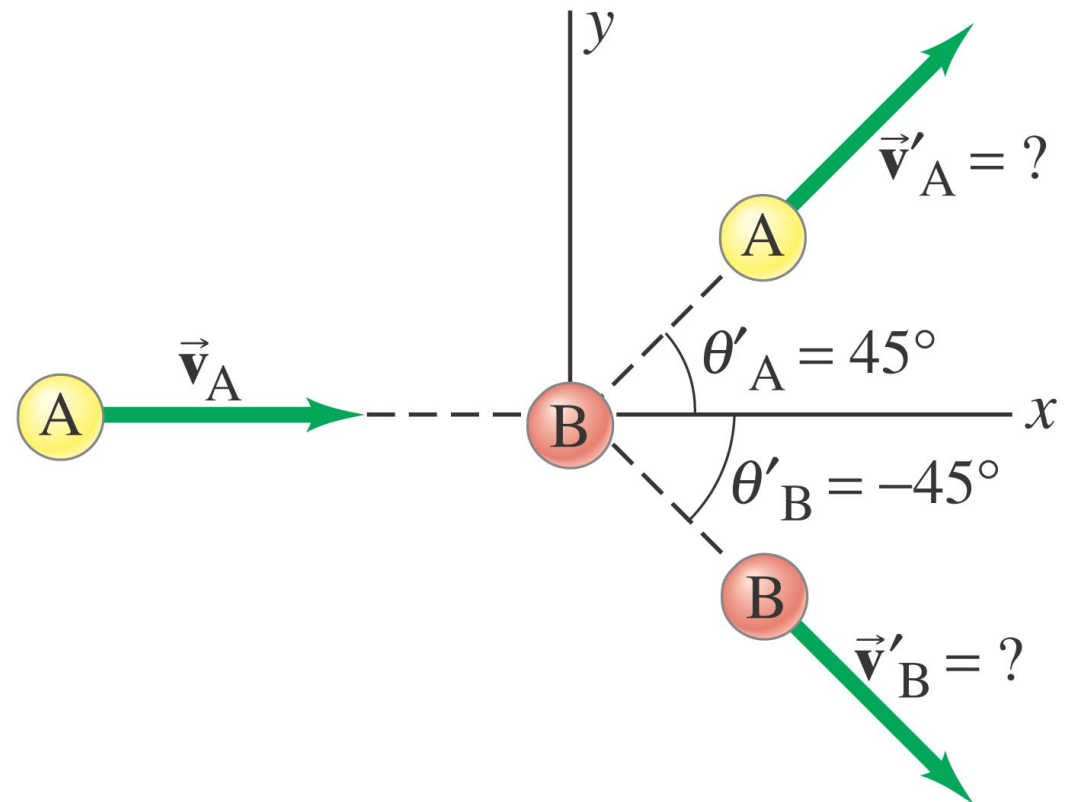


Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

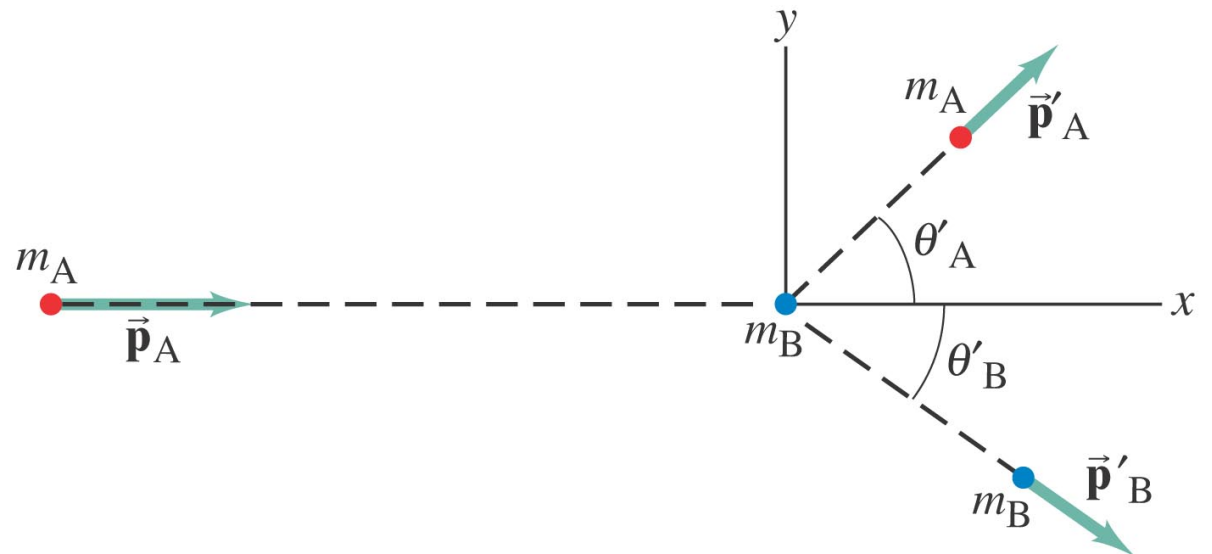
Esimerkki 9.12

Biljardipallo A pyörii eteenpäin nopeudella $\vec{v}_A = 3,0 \text{ m/s } \hat{i}$ ja osuu samantyyppiseen paikallaan olevaan palloon B. Törmäyksen jälkeen havaitaan pallojen liikkuvan kulmissa θ'_A ja θ'_B x-akselin suhteen. Määritä pallojen nopeudet törmäyksen jälkeen.



Esimerkki 9.16

Protoni, jonka nopeus on $\vec{v}_A = 8,2 \cdot 10^5 \text{ m/s } \hat{i}$ törmää elastisesti vetykohtiossa ”paikallaan olevaan” protoniin B. Törmäyksen jälkeen erään protonin havaitaan sironneen 60° kulmaan. Määritä missä kulmassa havaitaan toinen protoneista ja mitkä ovat protonien nopeudet törmäyksen jälkeen.



9.8 Massakeskipiste

Kappalejoukon *massakeskipiste* on

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} \quad M = \sum m_i$$

Jatkuvan kappaleen massakeskipiste on

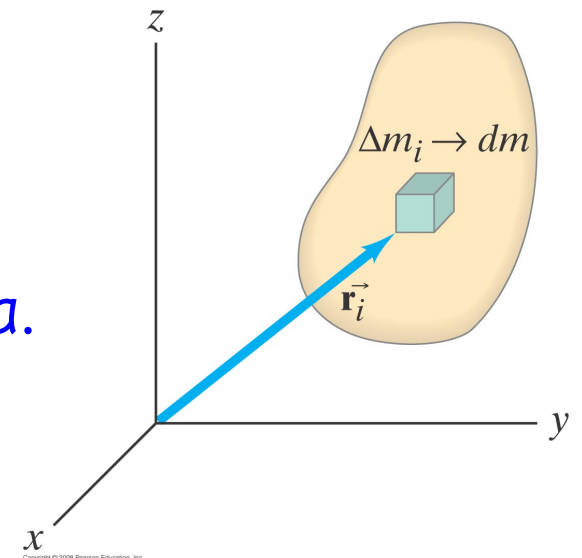
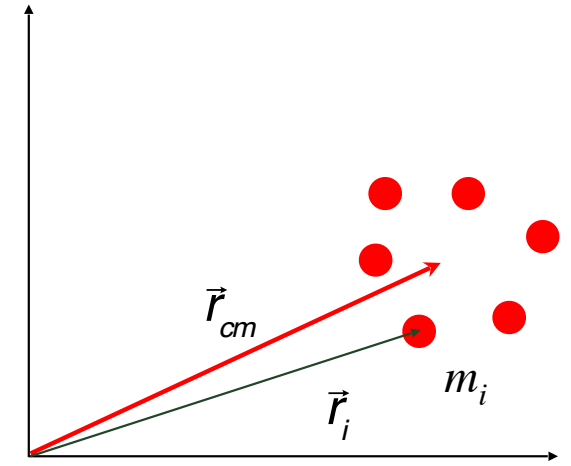
$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm \quad M = \int dm$$

tai

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \rho(\vec{r}) \vec{r} dV$$

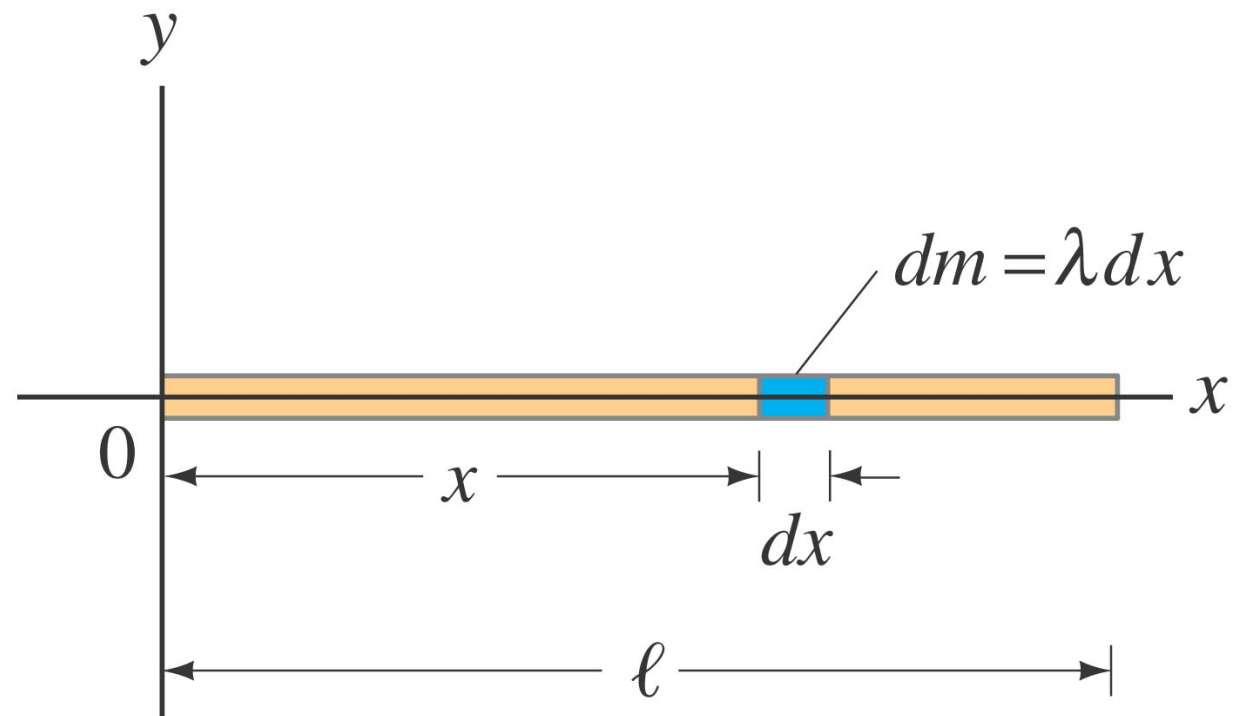
Massakeskipiste noudattaa Newtonin II lakia.

Jos gravitaatiovoima kappaleen alueella on homogeeninen, painopiste ja massakeskipiste ovat samassa pisteessä.



Esimerkki 9.13

- a) Osoita, että homogeenisen ohuen tangon, jonka pituus on ℓ ja massa M , massakeskipiste on sen keskipisteessä.
- b) Määritä ohuen tangon massakeskipiste, jos sen pituusmassa muuttuu tasaisesti arvosta λ_0 arvoon $2\lambda_0$.



Esimerkki 9.20

Raketti lähtee nousemaan pystysuoraan Maan pinnalta. Raketin massa on 21000 kg, josta 15000 kg on polttoainetta. Palaneen polttoaineen vauhti raketin suhteen on 2800 m/s, kun se syöksyy ulos suihkumoottorista. Polttoainetta käytetään 190 kg/s. Oleta (virheellisesti) ilmanvastus merkityksettömän pieneksi ja painovoiman suuruus vakioksi. Määritä raketin

- työntövoima
- rakettiin kohdistuva kokonaisvoima sen lähtiessä liikkeelle ja juuri ennen polttoaineen loppumista
- raketin nopeus ajan funktiona
- raketin nopeus polttoaineen loppuessa

