

Palautus ma 28.1. klo 13.00 mennessä. Demo ratkaisuihin on klo 13.15-
Lisäharjoitus on ke 23.1. klo 16-18 salissa U8.

20. Jäteveden puhdistusprosessissa käytetään kemikaaleja A ja B, jotka sisältävät entsyymejä E_1 ja E_2 , joita tarvitaan vähintään 30 ja 20 kg katalysaattoreina prosessissa. A:sta ja B:stä jää puhdistettuun veteen lievästi myrkyllistä ainetta \ddot{O} . Entsyymien ja myrkyllisen aineen pitoisuudet ovat:

	A	B	Minimitarve
Myrkky \ddot{O}	0.1 %	0.2 %	
Entsyymi E_1	15 %	25 %	30 kg
Entsyymi E_2	20 %	10 %	20 kg

Paljonko A:ta ja B:tä on käytettävä prosessissa, jotta kumpaakin entsyymiä saadaan riittävästi ja myrkyllisen aineen määrä on pienin mahdollinen?

21. Ekonomisti E tutki Herkkumatikan kysyntää ja tarjontaa markkinoilla ja sai malleiksi:

kysyntä (kg): $f: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$, $f(x) = -3.8x + 380.2$

tarjonta (kg): $g: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$, $g(x) = 0.045x^2 + 0.721x + 2.8$, kun $x =$ hinta (€/kg).

Piirrä kuvaajat. Laske hinta ja myyty määrä, kun markkinat ovat tasapainossa.

22. Lämpötila vaikuttaa ulkona biokemiallisesti valmistetavan tuotteen tuotantoprosessiin. Prosessin tuottoa kuvaa funktio

$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -0.21x^2 + 6.30x + 6.51$, missä $x =$ vrk:n keskilämpötila ja $f(x) =$ tuotto (1000 €/vrk).

Missä lämpötilassa tuotanto kannattaa? Missä lämpötilassa saadaan maksimituotto, ja mikä se on? Millaisessa ilmastossa tällaista tuotantoa kannattaa harjoittaa?

23. (jatkoa tehtävään 21.) Herkkumatikan tuottajat tekevät kartellin. Mikä yksikköhinta maksimoi markkinoilta saatavan voiton, kun tuotantokustannukset ovat 15 €/kg?

24. (jatkoa tehtävään 21.) Määrää joukko $A = \{x \in \mathbf{R}^+ \mid f(x) \geq 0\}$ ja $B = \{y \in \mathbf{R}^+ \mid y = f(x) \wedge x \in A\}$. Mitä joukot A ja B kuvaavat? Määrää funktion $f: A \rightarrow B$ käänteisfunktio $f^{-1}: B \rightarrow A$. Mitä f^{-1} kuvaa ja mihin tuottajat voisivat sitä käyttää?

25. (jatkoa tehtävään 14.) Määrää funktion f käänteisfunktio.

26. Tehdas myy tukkukauppaan elintarviketta A hinnalla 8 €/kg ja perii toimitusmaksuna 500 €/erä. Tukkauppa myy erän edelleen vähittäiskauppaan 50 %:lla korotettuun hintaan ja veloittaa oman toimitusmaksunsa 1000 €/erä.

Määrää funktio f , joka kuvaa tukkukaupan tehtaalle maksamaa hintaa x kg:n erästä ja funktio g , joka kuvaa vähittäiskaupan tukkukaupalle tästä erästä maksamaa hintaa. Määrää funktio $g \circ f$. Mitä se kuvaa? Onko $f \circ g$ järkevä tässä tilanteessa?

27. Olkoon $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x^3 + 1$ ja $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 2\sqrt[3]{x}$. määrää funktiot $g \circ f$ ja $f \circ g$.

28. Määrittele funktiot f ja g niin, että $t = g \circ f$, kun $t: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ on a) $t(x) = (-5x^2 + 3x + 1)^7$ ja b) $t(x) = \sqrt[3]{2x^2 + 3}$.

29. Laske a) $(x^3y^2)^2$, b) $(\frac{x^3}{y^2})^4$, c) x^2x^{-4} , d) $(x^3)^{-2}$, kun $x=2$ ja $y=3$.