Luku 23

Tavoitteet:

- Määritellä potentiaalienergia potentiaali ja potentiaaliero ja selvittää, miten ne liittyvät toisiinsa
- Määrittää pistevarauksen potentiaali ja sen avulla mielivaltaisen varausjakauman potentiaali
- Selvittää sähkökentän ja potentiaalin keskinäinen riippuvuus

Esitiedot

- Työ, konservatiivinen voima ja mekaaninen potentiaalienergia
- Sähkökenttä

23.1 Potentiaalienergia, potentiaali ja potentiaaliero

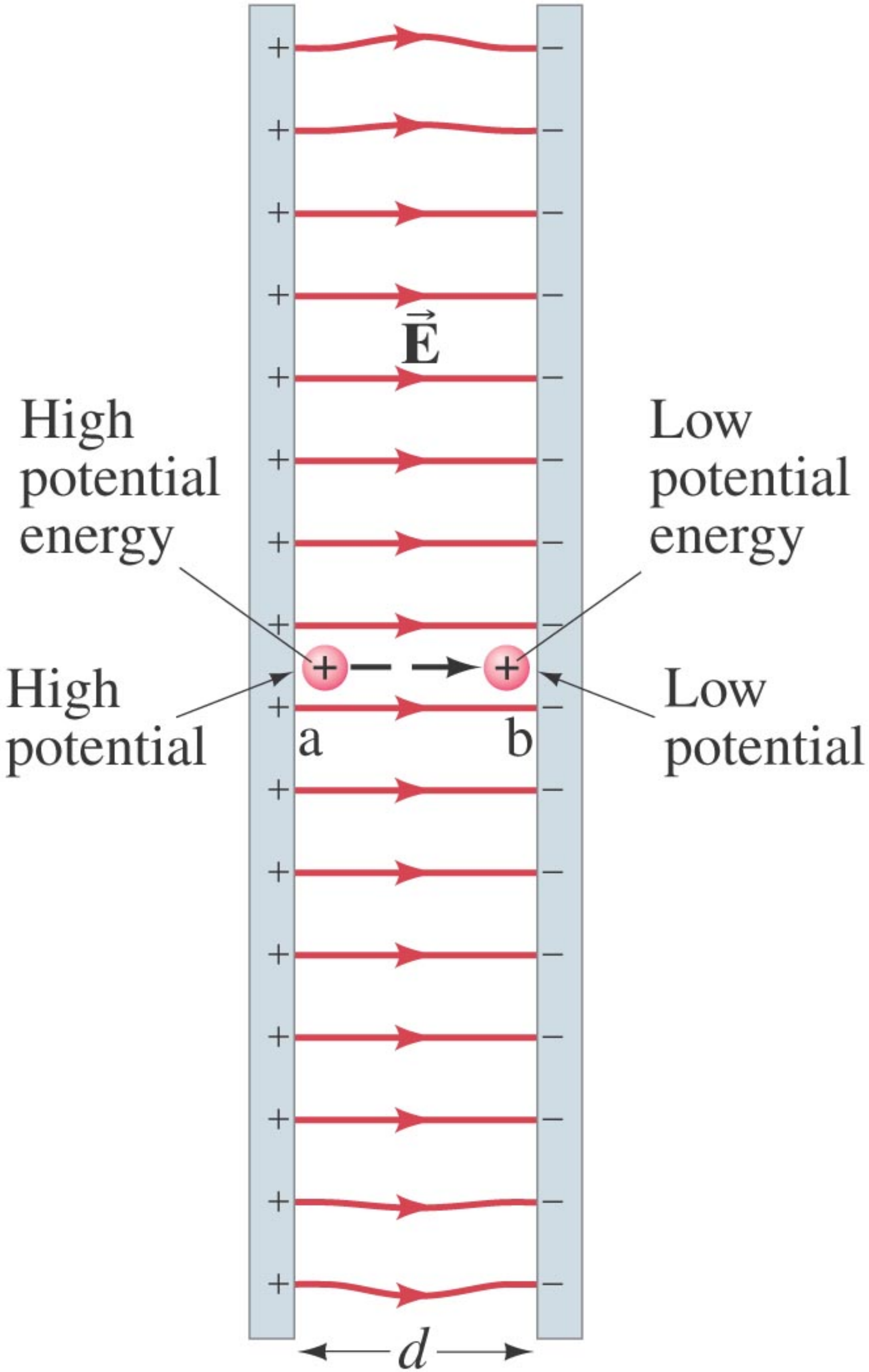
Varaus q siirretään homogeenisessa sähkökentässä a:sta b:hen

Sähkökentän tekemä työ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \qquad W = qEd$$

Konservatiiviselle voimalle voidaan määritellä potentiaalienergia. Potentiaalienergian muutos on

$$\Delta U = U_b - U_a = -W$$



23.1 Potentiaalienergia, potentiaali ja potentiaaliero

Potentiaali

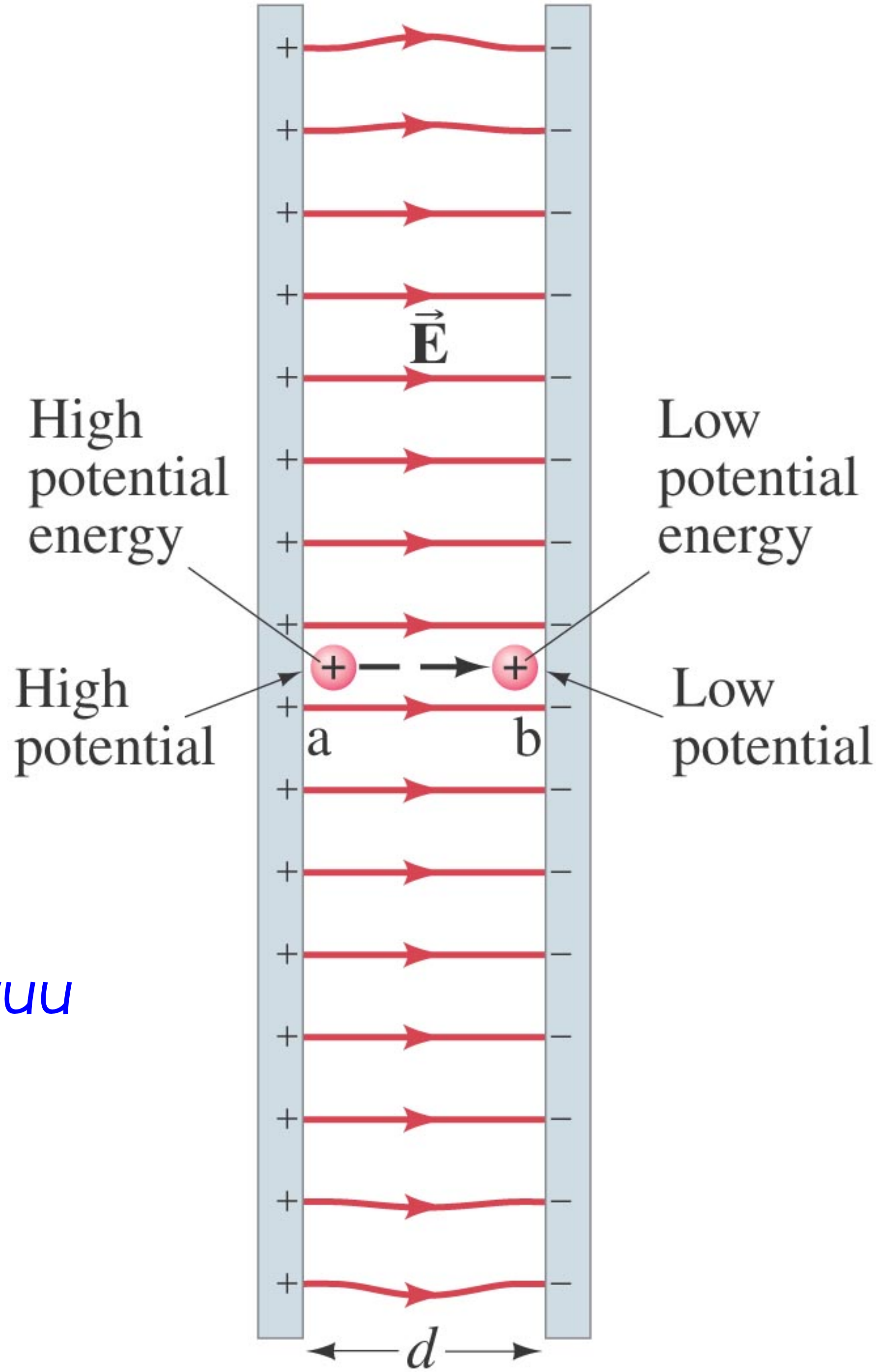
$$V = \frac{U}{q}$$

Potentiaaliero

$$\Delta V = V_b - V_a$$

Jos varaus siirretään potentiaalista toiseen, sen potentiaalienergia muuttuu

$$\Delta U = q\Delta V$$

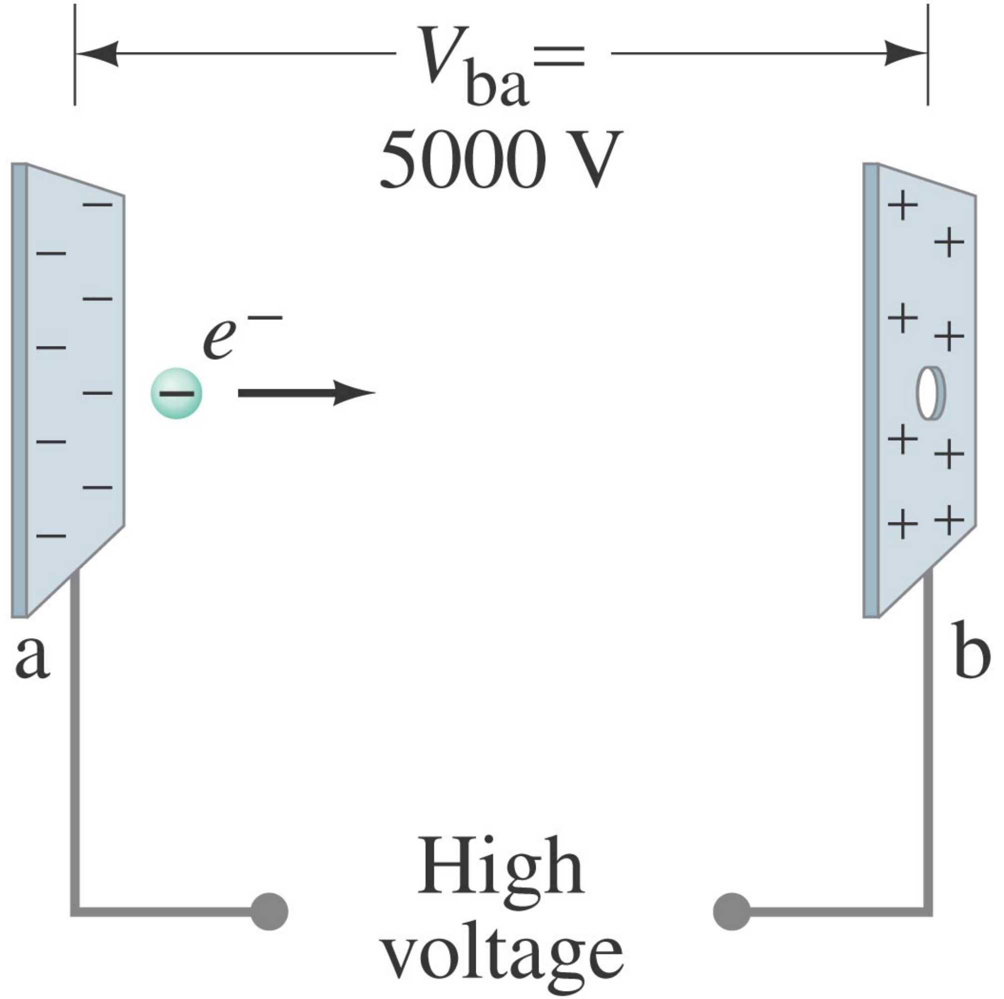


Esimerkki 23-2

Elektroni kiihdytetään levosta 5000 V:n potentiaalieron yli.

Määritä elektronin potentiaalienergian muutos

Määritä elektronin nopeus kiihdytyksen jälkeen



Esimerkkien ratkaisut löytyvät kurssin oppikirjasta

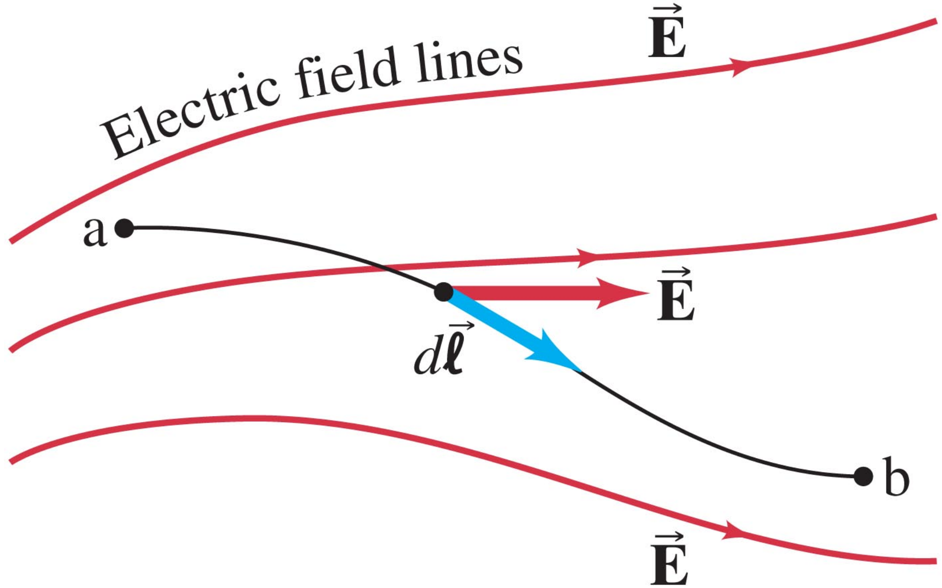
23.2 Sähkökentästä potentiaaliin

Potentiaalienergian muutos

$$U_b - U_a = -\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

Potentiaalin muutos

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

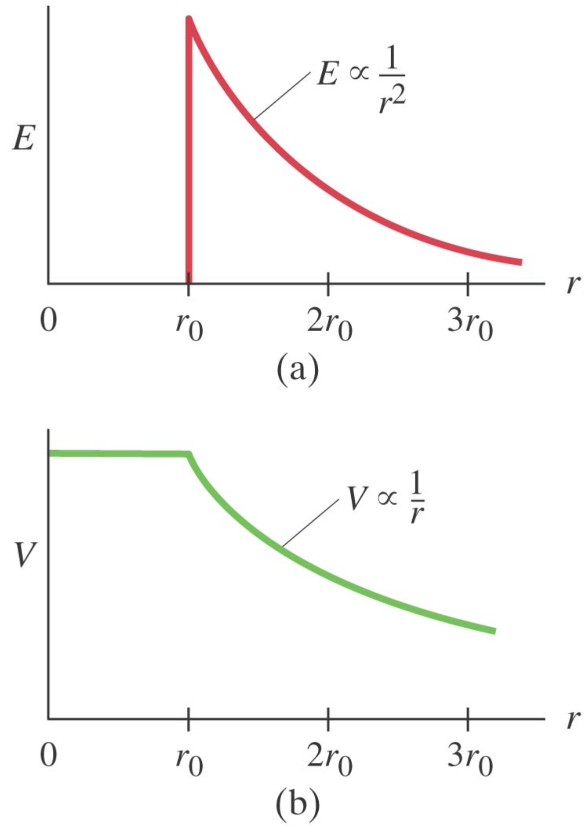


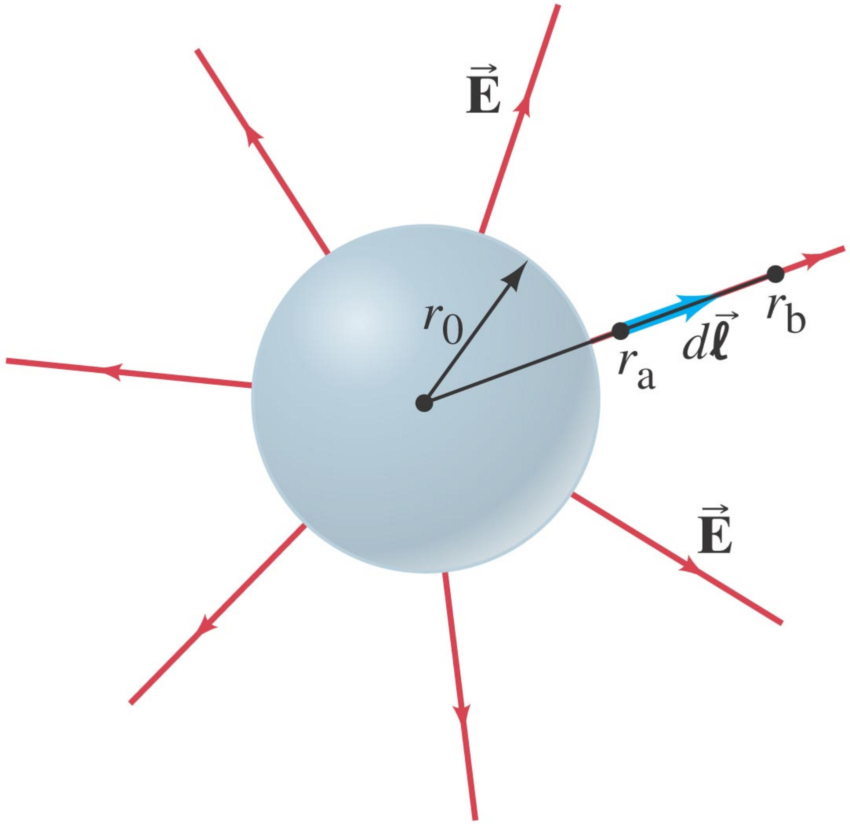
Esimerkki 23-4

Määritä potentiaali etäisyydellä r varatun johtavan pallon ulkopuolella, kun palloon on jakautunut varaus Q. Pallon keskipiste on origossa.

Voidaan osoittaa, että sähkökenttä pallon ulkopuolella on yhtä suuri kuin origossa olevan varauksen Q muodostama kenttä.

Millainen on potentiaali pallon sisällä?





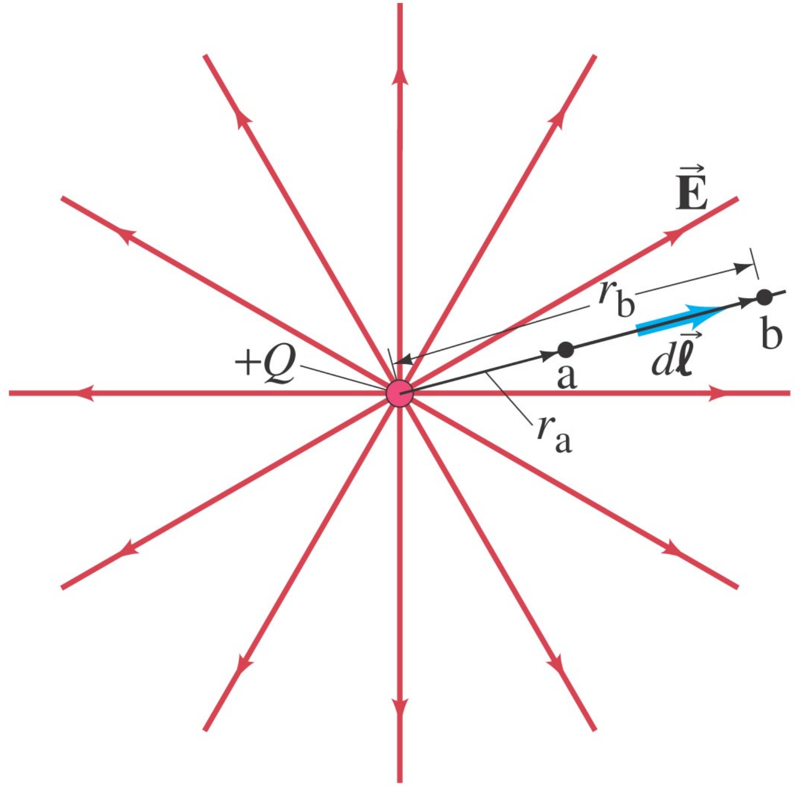
Esimerkki 23-5

Arvioi kuinka suuri jännite voidaan tuoda halkaisijaltaan 1 cm:n kokoseen metallikuulaan niin, että ilman läpilyöntikestävyys 3 MV/m ei ylity.

23.3 Pistevarauksen potentiaali

Potentiaalin muutos

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



Potentiaali

$$V_b - V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{Q}{r_b} - \frac{Q}{r_a}\right)$$

Tulos riippuu vain päätepisteiden etäisyydestä varaukseen.

Potentiaalierosta voidaan siirtyä potentiaaliin valitsemalla sopiva nollakohta.

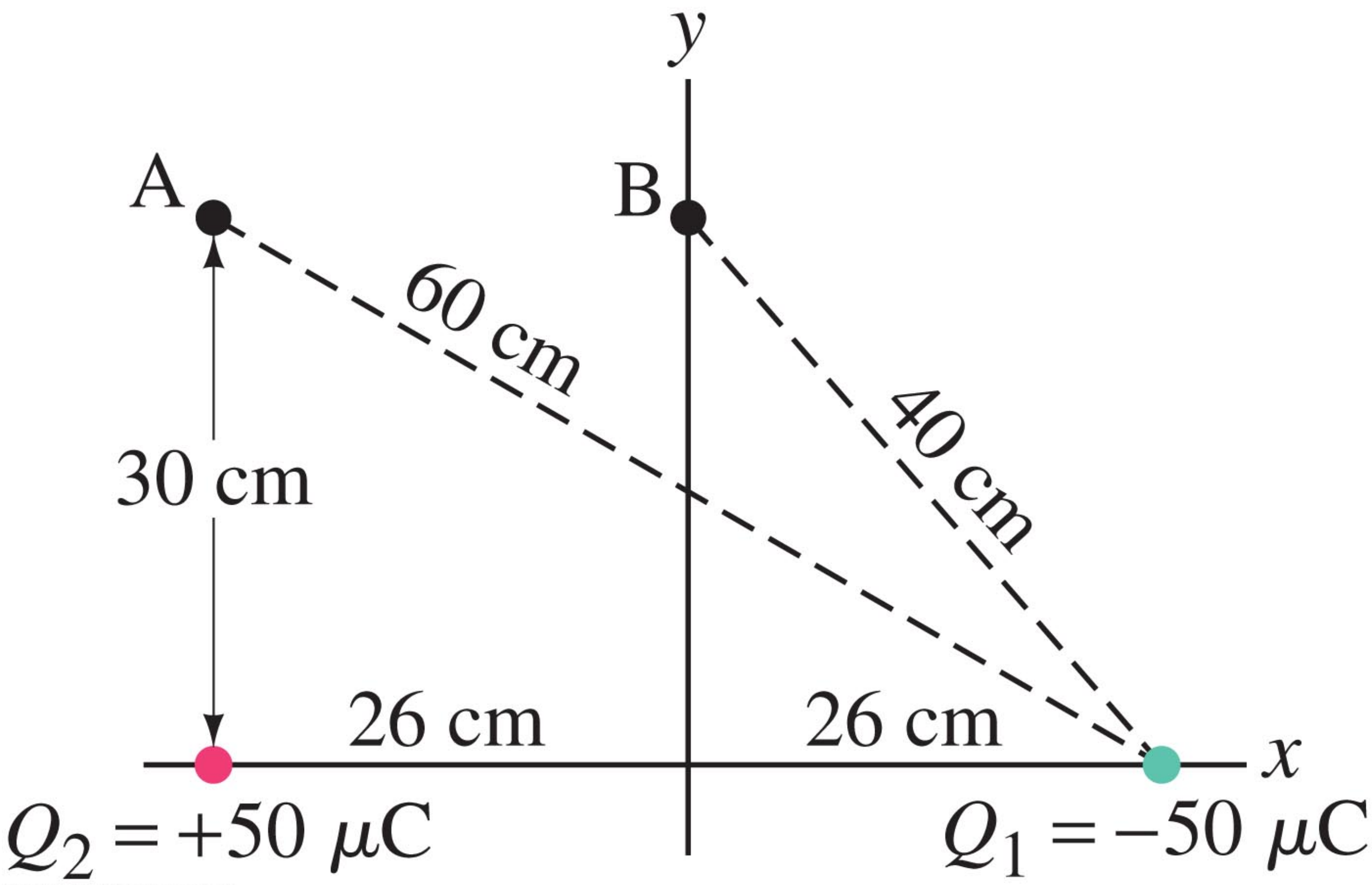
Pistevarauksen potentiaali on $$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r}$$

Esimerkki 23-6

Määritä kuinka suuri työ tarvitaan, kun tuodaan varaus $q = 3{,}00\ \mu\mathrm{C}$ äärettömän kaukaa $0{,}5\ \mathrm{m}$ etäisyydelle varauksesta $Q = 20{,}0\ \mu\mathrm{C}$.

Esimerkki 23-7

Määritä potentiaali kuvan pisteissä A ja B.



23-4 Varausjakauman potentiaali

Monen pistemäisen varauksen aiheuttama potentiaali saadaan superpositioperiaatteella

$$V_a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \sum_{1=1}^{n} \frac{Q_i}{r_{ia}}$$

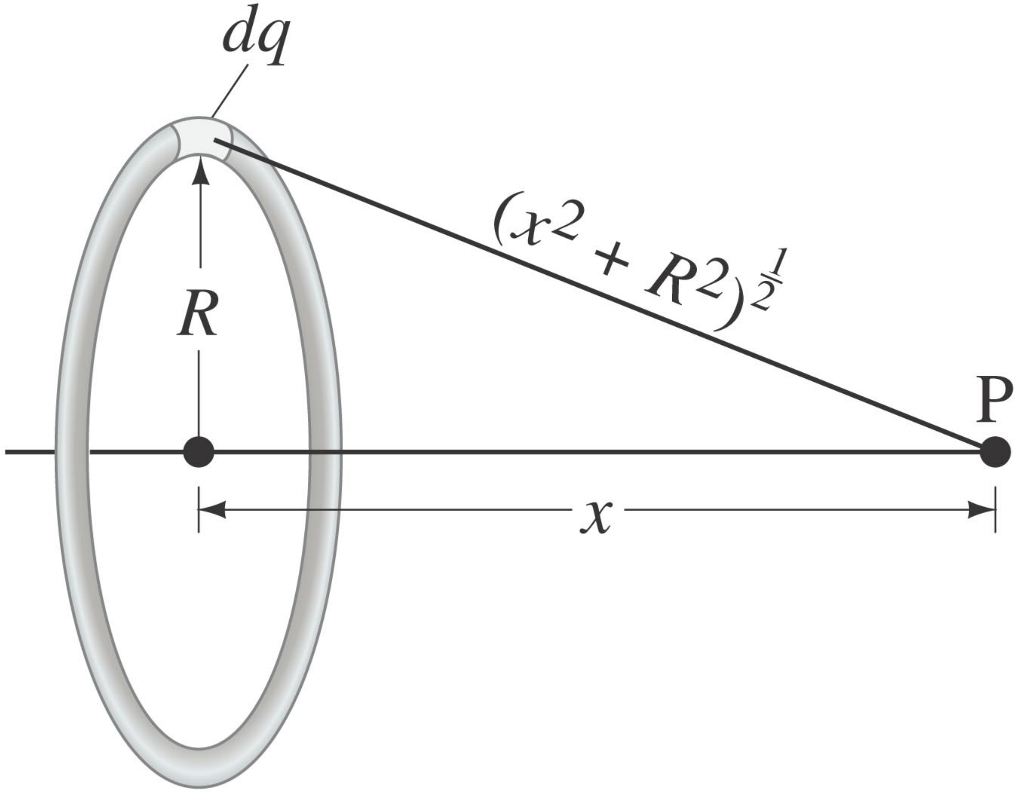
Kun varaukset q_i ovat etäisyydellä r_{ia} tarkastelupisteestä a

Kun varausjakauma on jatkuva, saadaan

$$V = \int dV = \int_Q \frac{dq}{4\pi\varepsilon_o r}$$

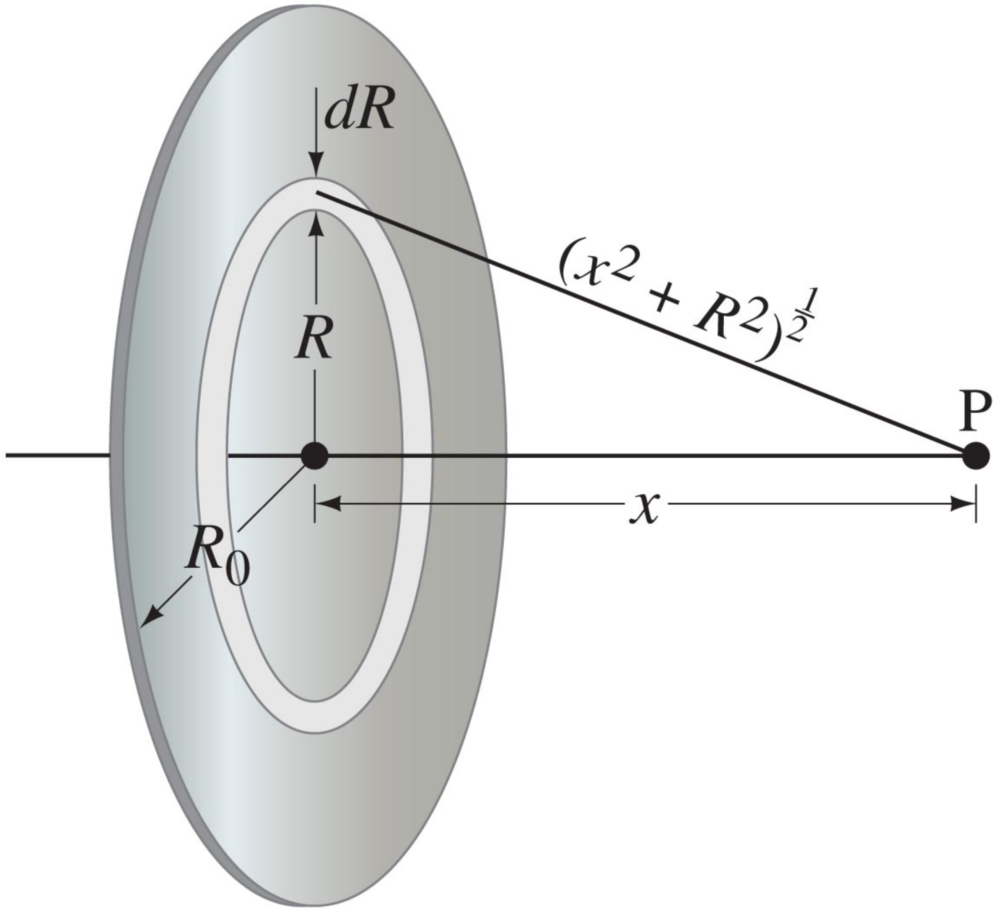
Esimerkki 23-8

Ohuessa renkaassa on tasaisesti jakautuneena varaus Q. Määritä potentiaali renkaan akselilla.



Esimerkki 23-9

Ohuessa kiekossa on tasaisesti jakautuneena varaus Q. Määritä potentiaali kiekon akselilla.



23-8 Varausjoukon potentiaalienergia

Kaksi varausta Q_1 ja Q_2

Q_2:n potentiaalienergia Q_1:n potentiaalissa

$$U_{21} = Q_2 V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}}$$

Kolme varausta Q_1, Q_2 ja Q_3

Q_2:n potentiaalienergia Q_1:n potentiaalissa

Q_3:n potentiaalienergia Q_1:n potentiaalissa

$$U_{31} = Q_3 V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_1 Q_3}{r_{13}}$$

Q_3:n potentiaalienergia Q_2:n potentiaalissa

$$U_{32} = Q_3 V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}$$

$$U_{tot} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}\right)$$

$$V_{tot} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n}\frac{Q_i Q_j}{r_{ij}}$$

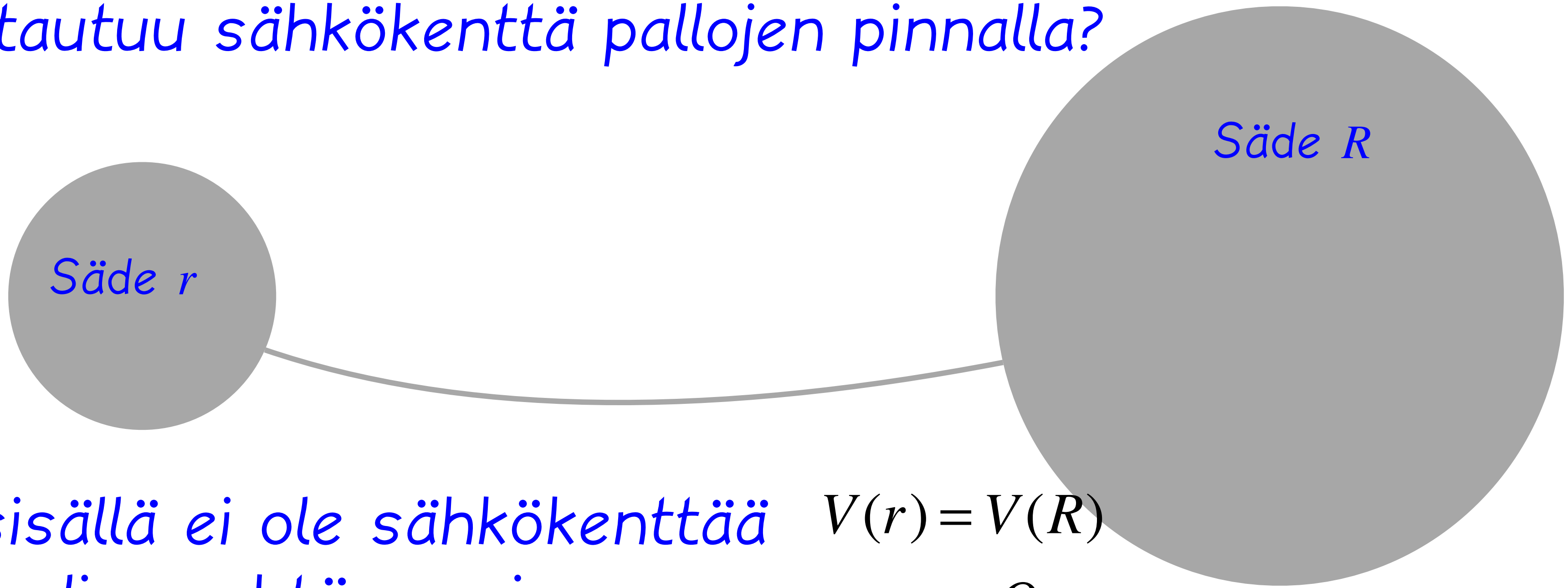
Esimerkki 23-12

Määritä energia, joka tarvitaan vetyatomin hajoitamiseen protoniksi ja elektroniksi, jotka on viety äärettömän kauas toisistaan. Oleta, että atomissa ne ovat 0,5 Å:n etäisyydellä toisistaan.

$1\ \text{Å} = 10^{-10}\ m$

Varatuista johteista ja varauksen jakautumisesta

Miten varaus jakautuu palloihin?
Miten suhtautuu sähkökenttä pallojen pinnalla?



Johteen sisällä ei ole sähkökenttää ja potentiaali on yhtä suuri.

$$V(r) = V(R)$$

$$k\frac{q}{r} = k\frac{Q}{R}$$

Sähkökenttä pinnalla

$$E_r = k\frac{q}{r^2}$$

$$E_R = k\frac{Q}{R^2}$$

Pienemmällä pallolla on pienempi varaus. $q = \frac{r}{R}Q$

Sähkökenttä pienemmän pallon pinnalla on suurempi. $E_r = \frac{R}{r}E_R$

Luku 24

Tavoitteet:

- Määritellä kapasitanssi
- Selvittää, miten saadaan yhteen kytkettyjen kondensaattoreiden kokonaiskapasitanssi
- Määrittää sähkökenttään varastoituneen energian suuruus
- Kuvata eristettä perimittiivisyyden avulla

Esitiedot

- Potentiaali, sähkökenttä

24.2 Kapasitanssi

Tarkastellaan kahta lähekkäistä johdelevyä.
Tuodaan toiselle levylle varaus Q.

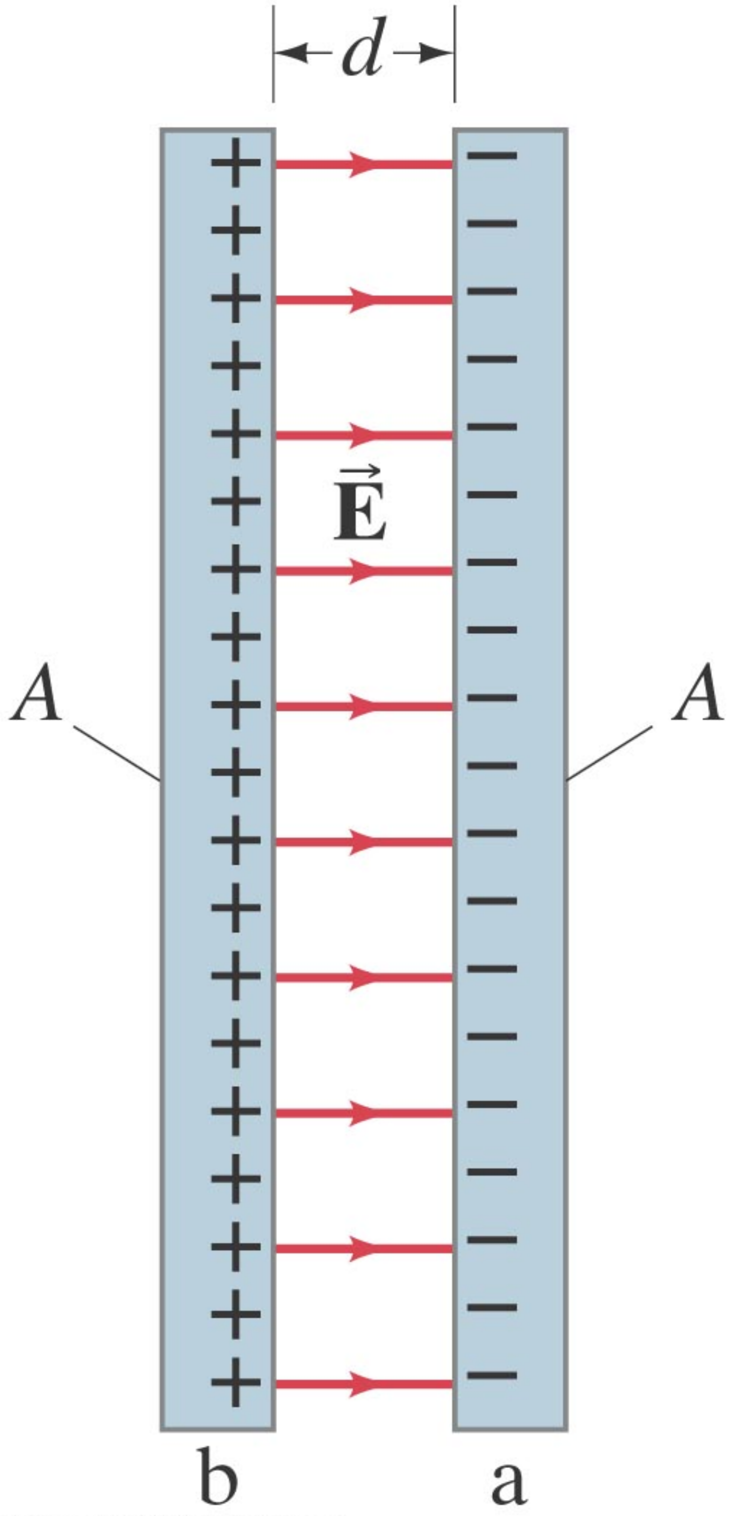
Levyjen väliin syntyy sähkökenttä $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_o A}$

ja potentiaaliero $\Delta V = \dfrac{Qd}{A\varepsilon_o}$

Määritellään kapasitanssi

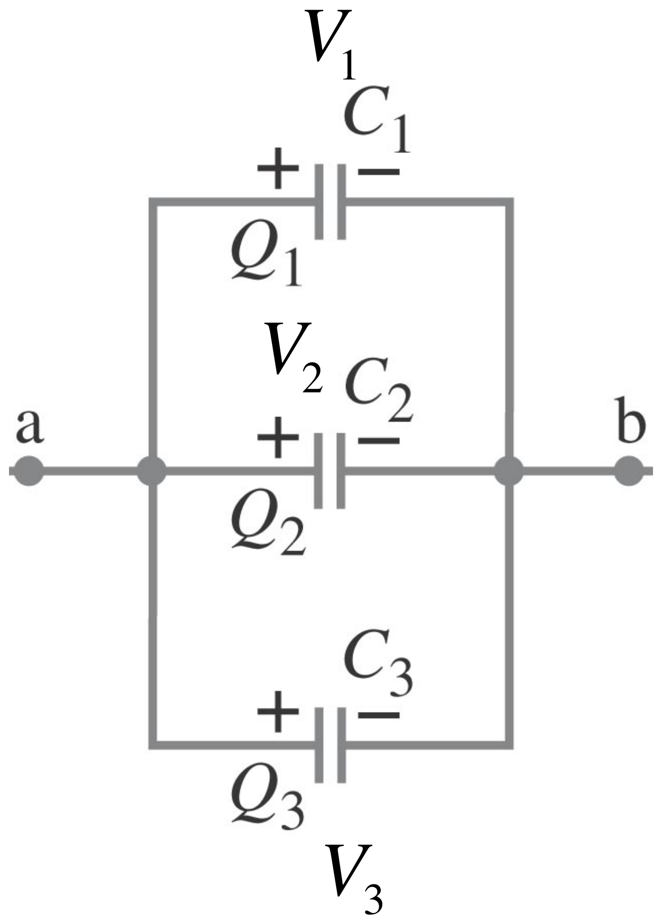
$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

Levykondensaattorille $C = \varepsilon_o \dfrac{A}{d}$



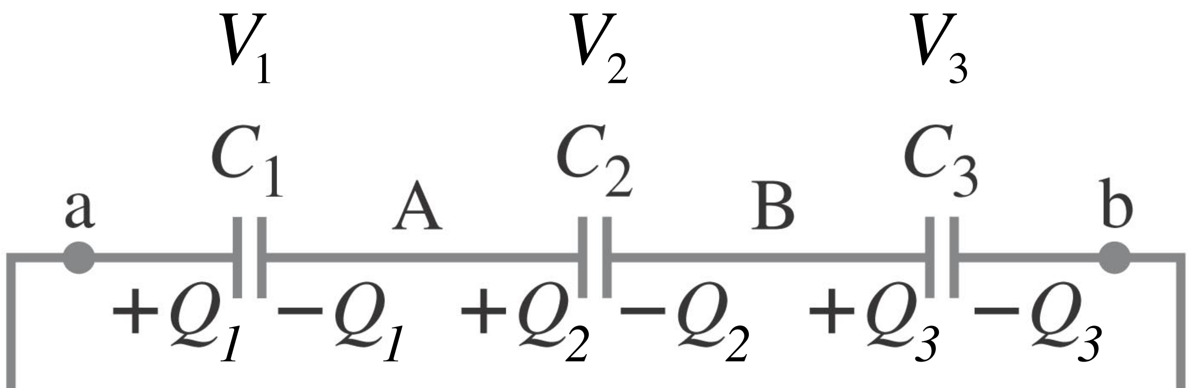
24.3 Kondensaattoreiden kytkennät

Kuinka suuri kapasitanssi saadaan kytkemällä kolme kondensaattoria rinnan?



24.3 Kondensaattoreiden kytkennät

Kuinka suuri kapasitanssi saadaan kytkemällä kolme kondensaattoria sarjaan?



24-4 Sähkökentän energia

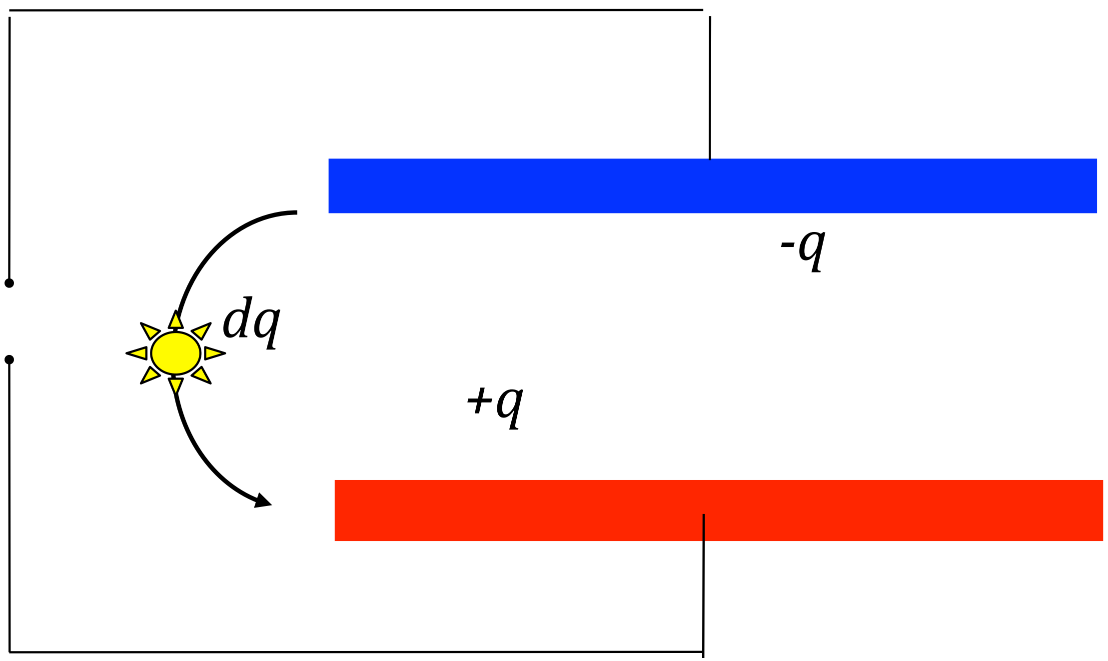
Ladataan aluksi tyhjä kondensaattori jännitteeseen V, jolloin kondensaattorin energiaksi saadaan

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

Sähkökenttään varastoituu energiaa

Sähkökentän energiatiheys on

$$u_E = \frac{\varepsilon_o}{2} E^2$$



24-5 Dielektriset väliaineet

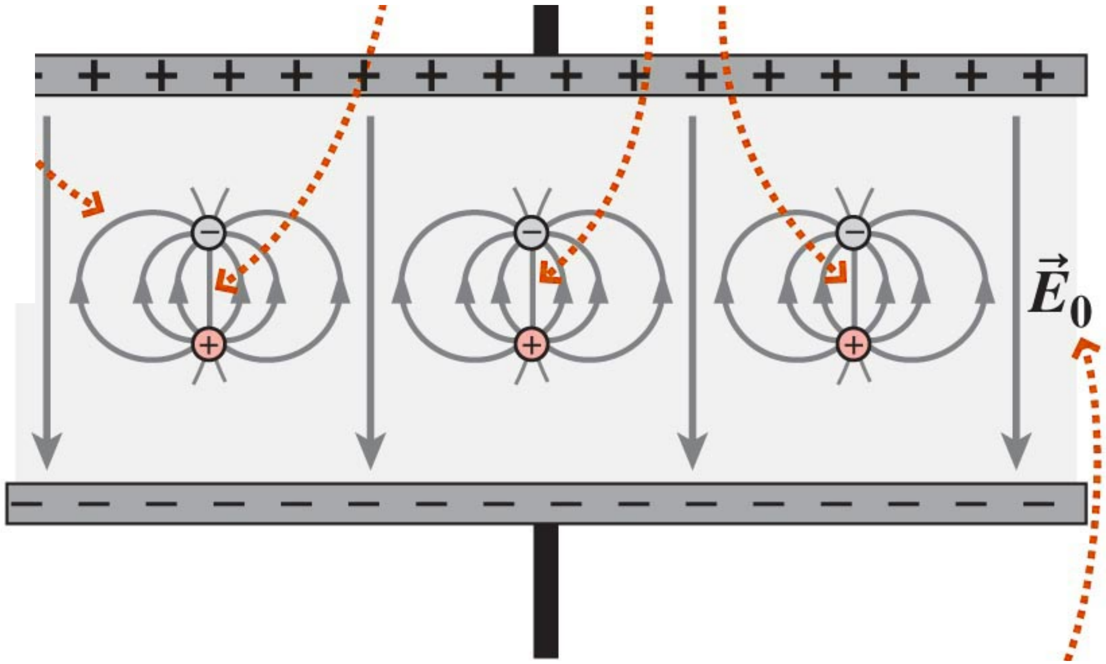
Kiinteitä eristemateriaaleja kutsutaan dielektrisiksi aineiksi. Niitä kuvaa materiaalin dielektrisyysvakio κ tai permittiivisyys ε

$$\varepsilon = \kappa\varepsilon_o$$

Eristeellä täytetyn kondensaattorin kapasitanssi

$$C = \kappa\varepsilon_o \frac{A}{d}$$

Dipolimolekyylit järjestäytyvät ja pienentävät sähkökenttää...



Kun varaus pysyy samana, pienenee potentiaaliero, ja kapasitanssi kasvaa.