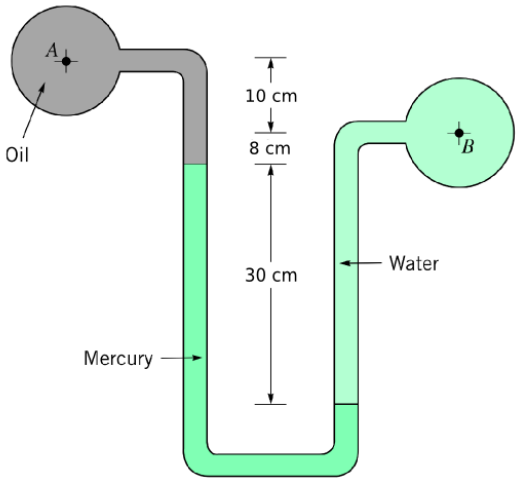
KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, tehtäväpankki

Tehtävistä 1-13 tulee yksi tehtävä ensimmäiseen välikokeeseen ja tehtävistä 14-24 yksi toiseen välikokeeseen. Tenttiin tulee tehtävistä 1-24 kaksi tehtävää.

1. U-manometri sisältää öljyä (ρ = 913 kg/m^3), elohopeaa (ρ = 13600 kg/m^3) ja vettä (ρ = 999 kg/m^3) kuvan 1 mukaisesti.
   a) Miten hydrostaattinen paine muuttuu korkeuden funktiona levossa olevassa fluidissa ja miten tämä yhteys on johdettavissa? (2p)
   b) Johda yhtälö pisteen A ja B väliselle paine-erolle kuvan tilanteessa. Mikä on pisteen B paine, jos paine pisteessä A on 100 kPa? (2p) Vastaus: 138 kPa
   c) Mikä on uusi manometrilukema, jos paine pisteessä B kasvaa 10 kPa:lla? (2p) Vastaus: 38 cm



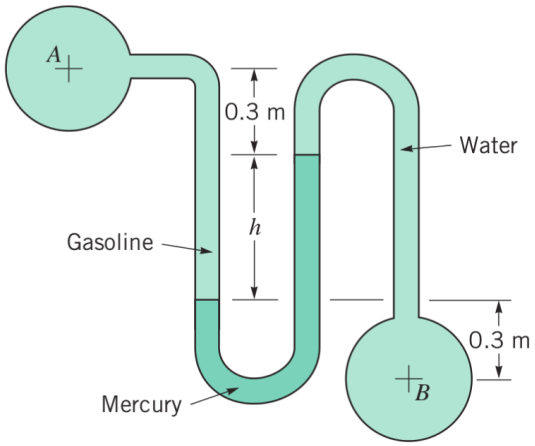
Kuva 1: Tehtävä 1 (Young et al, 2012)

2. Kuvan 2 manometrissä on bensiiniä (ρ = 650 kg/m^3) putkessa A, vettä (ρ = 999 kg/m^3) putkessa B ja elohopeaa (ρ = 13600 kg/m^3) manometrinesteenä.

   a) Selitä ilman yhtälöitä fysikaalisten periaatteiden avulla, miksi paine kasvaa levossa olevassa fluidissa alaspäin siirryttäessä. Kuinka paljon paine kasvaa vedessä, kun syvyys kasvaa 100m? (2p) Vastaus: 980 kPa

   b) Määritä manometrilukema *h*, kun putkessa A on 20 kPa ylipainetta ja putkessa B 20 kPa alipainetta. (2p) Vastaus: 0,38 m

   c) Laske putken B uusi paine, jos lukema *h* pienenee 10 cm:llä. (2p) Vastaus: -7,5 kPa



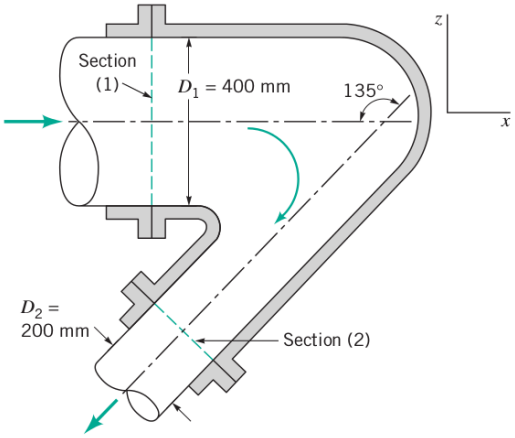
Kuva 2: Tehtävä 2 (Young et al, 2012)

3. Kuvan 3 mukainen kapeneva putken mutka kääntää virtausta 135° vertikaalitasossa. Mutkan sisääntulossa halkaisija on 400 mm ja ulostulossa 200 mm. Mutkan virtaustilavuus on 0,2 m^3 poikkileikkausten 1 ja 2 välillä. Veden (tiheys 1000 kg/m^3) tilavuusvirta on 0,4 m^3/s. Paine sisään- ja ulosvirtauksessa on vastaavasti 150 kPa ja 90 kPa. Mutkan massa on 12 kg. Tehtävänäsi on määrittää vaaka- (x) ja pystysuuntainen (z) tukivoima, jolla mutka pysyy paikallaan.

   a) Piirrä kontrollitilavuus, jota voit käyttää voiman ratkaisemiseen. Määritä kuvassa tarkasti, miten kontrollitilavuus sijoittuu suhteessa mutkaan. (1p)

   b) Kuvaa (piirrä ja nimeä/selitä) kaikki valitsemaasi kontrollitilavuuteen vaikuttavat voimat. (1p)

   c) Määritä tukivoiman komponentit. (4p) Vastaus: -26 kN (x), -3,5 kN (z)



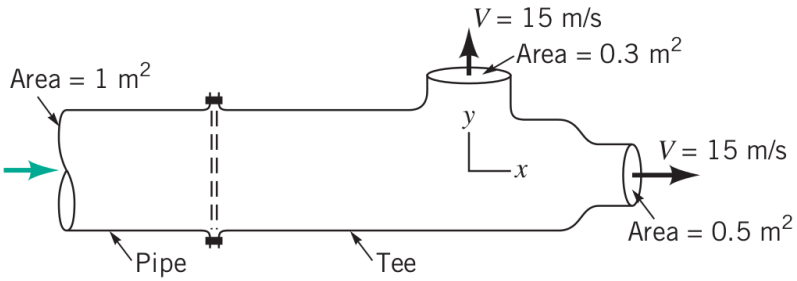
Kuva 3: Tehtävä 3 (Young et al, 2012)

4. Vesi virtaa kuvan 4 mukaisesti kahtena vapaana suihkuna putkeen kiinnitetyn t-liittimen kautta. Oletetaan, että viskositeetin ja painovoiman vaikutus on merkityksetön. Tehtävänäsi on ratkaista putken kohdistama tukivoima liittimeen.

   a) Piirrä kontrollitilavuus, jota voit käyttää voimien ratkaisemiseen. (1p)

   b) Kuvaa (piirrä ja nimeä/selitä) kaikki valitsemaasi kontrollitilavuuteen vaikuttavat voimat. (1p)

   c) Määritä tukivoiman *x*- ja *y*-komponentit. (4p) Vastaus: -72 kN (x), 68 kN (y)



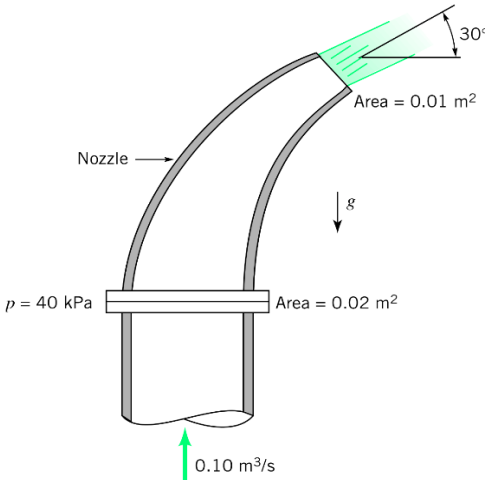
Kuva 4: Tehtävä 4 (Young et al, 2012)

5. Suutin, josta vesi virtaa vapaana suihkuna, on asennettu pystysuoraan putkeen kuvan 5 mukaisesti. Paine putken ja suuttimen liitoksessa on 40 kPa, kun tilavuusvirta on 0,1 m³/s. Suutin painaa 200 N, ja suuttimessa olevan veden (tiheys 999 kg/m³) tilavuus on 0,012 m³.

   a) Piirrä kontrollitilavuus, jota voit käyttää voimien ratkaisemiseen. (1p)

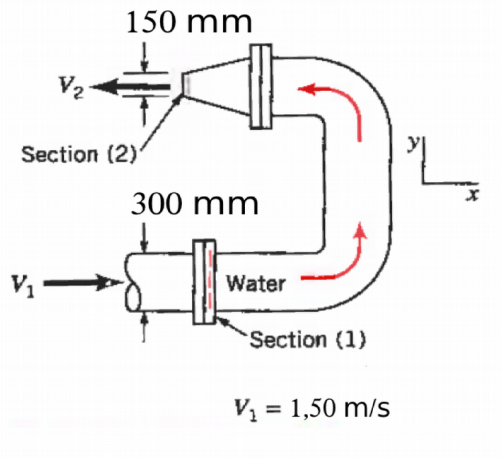
   b) Kuvaa (piirrä ja nimeä/selitä) kaikki valitsemaasi kontrollitilavuuteen vaikuttavat voimat. (1p)

   c) Määritä suuttimeen kohdistuvan tukivoiman pysty- ja vaakakomponentit. (4p) Vastaus: 870 N (x), -480 N (y)



Kuva 5: Tehtävä 5 (Young et al, 2012)

6. Määritä kuvan 6 mukaisessa suutin-mutka -yhdistelmässä tarvittavan tukivoiman x- ja y-suuntaiset komponentit seuraavien vaiheiden mukaisesti. Painovoimaa ja viskooseja ilmiöitä ei tarvitse ottaa huomioon.
   a) Piirrä kontrollitilavuus, jota voit käyttää voiman ratkaisemiseen. (1p)
   b) Kuvaa (piirrä ja nimeä/selitä) kaikki valitsemaasi kontrollitilavuuteen vaikuttavat voimat. (1p)
   c) Määritä tukivoiman komponentit. (4p) Vastaus: -1,99 kN (x), 0 N (y)



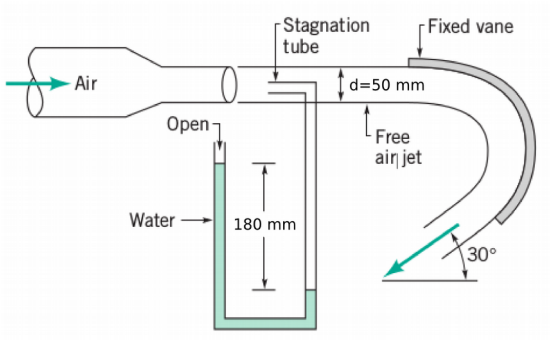
Kuva 6: Tehtävä 6 (Young et al, 2004)

7. Ilmaa purkautuu halkaisijaltaan 50 mm putkesta ja osuu kaarevaan siipeen, joka on pystysuorassa tasossa (kuva 7). Pitot-putki, joka on yhdistetty vedellä täytettyyn U-manometriin, mittaa painetta vapaassa suihkussa. Ilman painoa ja kitkaa ei tarvitse ottaa huomioon. Tehtävänäsi on määrittää siipeen kohdistuva voima.

   a) Selitä periaate, jolla voit määrittää suihkun nopeuden ja määritä sen arvo kuvan tilanteessa. (2p)

   b) Piirrä kontrollitilavuus, jonka avulla voit määrittää siipeen kohdistuvan voiman. (1p)

   c) Määritä *x*-suuntainen voiman komponentti, jonka ilma kohdistaa siipeen. (3p) Vastaus: 13 N (oikealle)



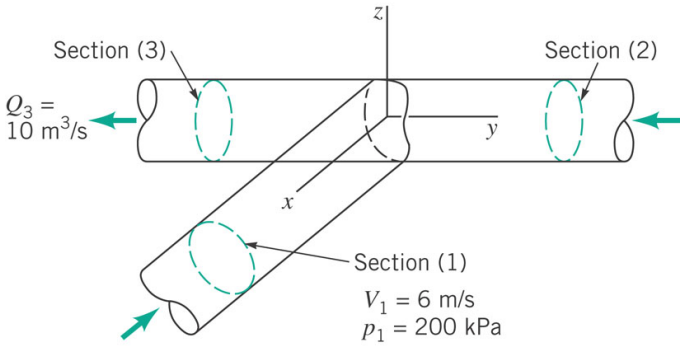
Kuva 7: Tehtävä 7 (Young et al, 2012)

8. Oletetaan kitkaton, kokoonpuristumaton ja yksiulotteinen veden virtaus vaakatasossa olevan T-liitoksen läpi (kuva 8). Määritä liitoksen veteen kohdistaman voiman *x*- ja *y*-komponentit. Kunkin putken sisähalkaisija on 1 m.

   a) Piirrä kontrollitilavuus, jota voit käyttää voimien ratkaisemiseen. (1p)

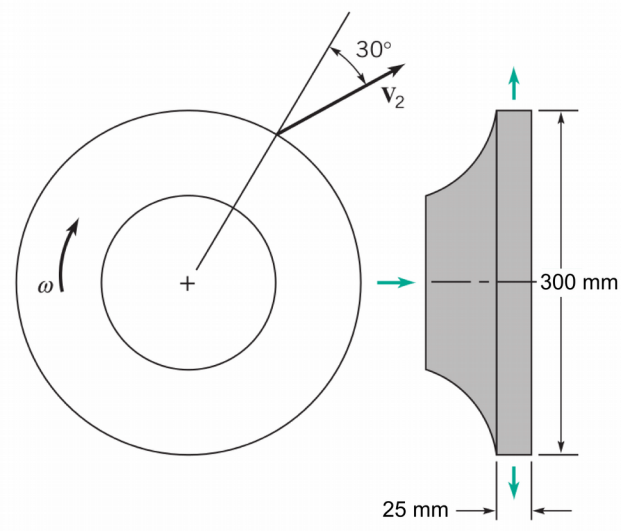
   b) Kuvaa (piirrä ja nimeä/selitä) kaikki valitsemaasi kontrollitilavuuteen vaikuttavat voimat. (1p)

   c) Määritä voiman komponentit. (4p) Vastaus: 185 kN (x), -45,8 kN (y)



Kuva 8: Tehtävä 8 (Young et al, 2012)

9. Keskipakopumpun impelleri pyörii nopeudella 1200 rpm kuvan 9 mukaisesti. Fluidi tulee pumppuun pyörimisakselin suuntaisesti tilavuusvirralla 0,6 m^3/s ja lähtee pumpusta maahan nähden 30° kulmassa.
   a) Piirrä nopeuskolmio ulosvirtauksessa ja määritä absoluuttisen nopeuden V_2 arvo. (2p) Vastaus: 29 m/s
   b) Laske pumpun momentti, jos fluidin tiheys on 1000 kg/m^3. (2p) Vastaus: 1,3 kNm
   c) Laske pumpun akseliteho ja vastaava nostokorkeus. (2p) Vastaus: 170 kW, 28 m



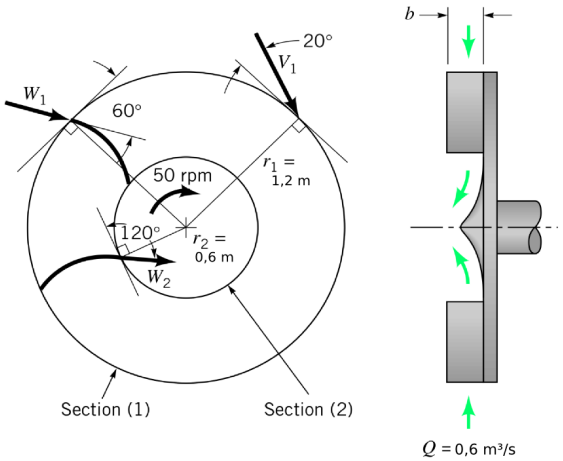
Kuva 9: Tehtävä 9 (Young et al, 2012)

10. Vesiturbiini pyörii 50 rpm kuvan 10 mukaisesti. Sisäsäde r_2 = 0,60 m, ja ulkosäde r_1 = 1,2 m. Sisään tulevan absoluuttisen nopeuden V_1 kulma on 20° tangentiaaliseen nopeuteen nähden. Suhteellinen nopeus sisäänvirtauksessa W_1 = 3,34 m/s. Turbiinin lavat ovat 60°:n kulmassa tangenttiin nähden. Suhteellisen nopeuden kulma ulostulossa on 120°. Tilavuusvirta on 0,6 m³/s.

a) Piirrä nopeuskolmio sisäänvirtauksessa ja selitä, mihin nopeuskolmion eri komponentit liittyvät. (2p)

b) Määritä turbiinin lapojen korkeus *b*. (2p) Vastaus: 2,7 cm

c) Selitä, millä periaatteella turbiinin akseliteho voidaan tässä tilanteessa määrittää ja laske teho annetuista tiedoista. (2p) Vastaus: 30 kW



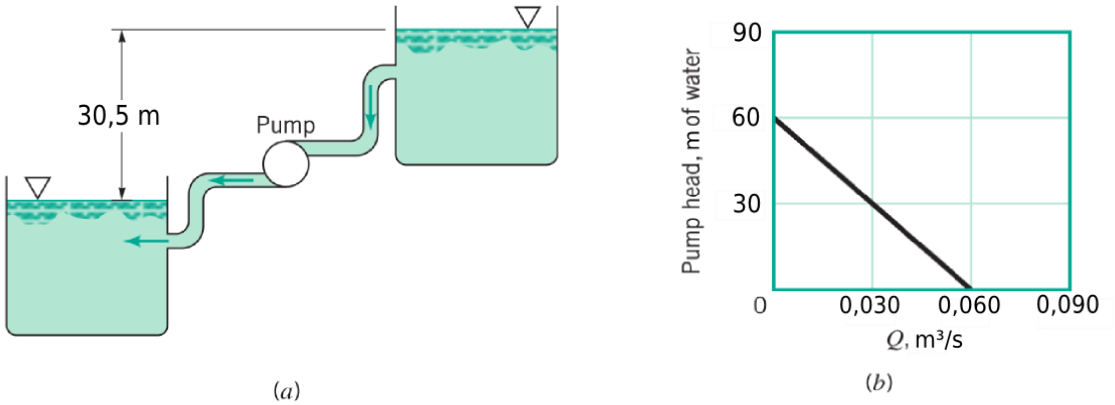
Kuva 10: Tehtävä 10 (Young et al, 2012)

11. Pumppu siirtää vettä korkeammalla olevasta säiliöstä alempana olevaan säiliöön (kuva 11a). Säiliöiden korkeusero on 30,5 m. Kitkahäviöt putkessa ovat $20V^2/(2g)$, missä V on keskimääräinen fluidin nopeus putkessa. Pumpun nostokorkeuden ja tilavuusvirran suhde on annettu kuvassa 11b. Putken halkaisija on 10 cm. Tehtävänäsi on määrittää tilavuusvirta ja pumpun teho.

    a) Kuvaa tunnetut suureet ja yhtälöt, joita tarvitset tehtävän ratkaisemiseksi. (2p)

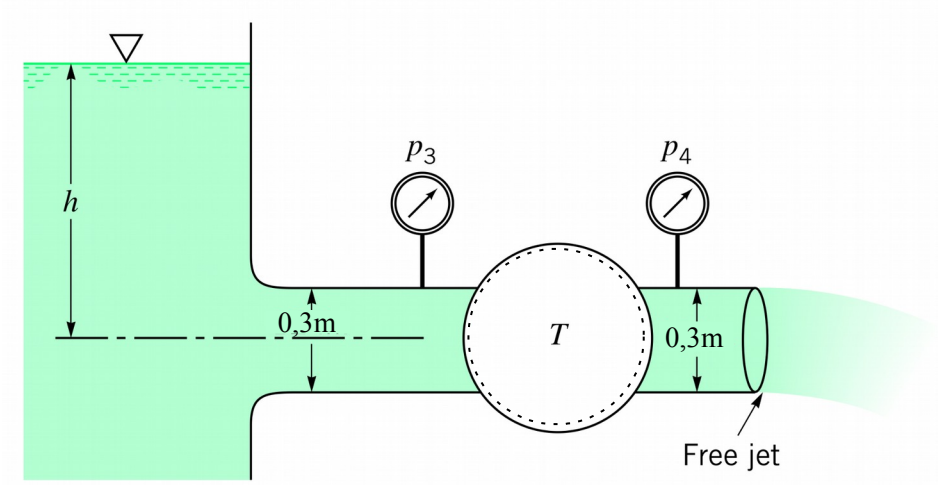
    b) Määritä tilavuusvirta. (2p) Vastaus: 0,05 m^3/s

    c) Mikä on pumpulta vaadittava teho tässä tilanteessa? (2p) Vastaus: 4,9 kW



Kuva 11: Tehtävä 11 (Young et al, 2012)

12. Kuvan 12 turbiinin (T) teho on 74,6 kW, kun tilavuusvirta on 0,6 m³/s ja virtaavan veden tiheys on 999 kg/m³. Oleta, että häviöt ovat mitättömiä.
    a) Mitä tiedät virtausnopeuksista ja paineista eri pisteissä? (1p)
    b) Määritä korkeus *h*. (3p) Vastaus: 16,4 m
    c) Määritä paine-ero p_3-p_4. (1p) Vastaus: 124 kPa
    d) Miten tilavuusvirta muuttuu, jos turbiini poistetaan? Perustele vastauksesi. (1p)



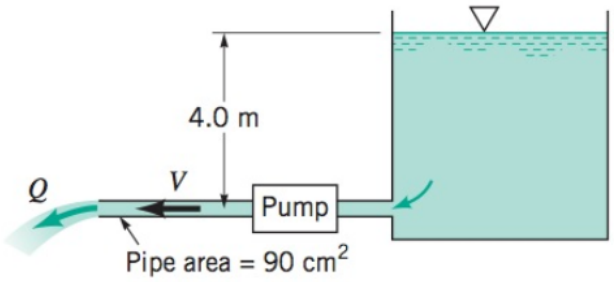
Kuva 12: Tehtävä 12 (Young et al, 2012)

13. Vettä (ρ = 1000 kg/m^3) pumpataan suuresta tankista (kuva 13). Painehäviöiden tiedetään olevan $4\rho V^2/2$ ja pumpun nostokorkeus on $h_p = 20 - 40Q^2$, jossa h_p:n yksikkö on m ja Q:n m^3/s. Tehtävänäsi on määrittää tilavuusvirta ja pumpun teho.

    a) Kuvaa tunnetut suureet ja yhtälöt, joita tarvitset tehtävän ratkaisemiseksi. (2p)

    b) Määritä tilavuusvirta. (2p) Vastaus: 0,087 m^3/s

    c) Määritä pumpun teho. (2p) Vastaus: 16,8 kW

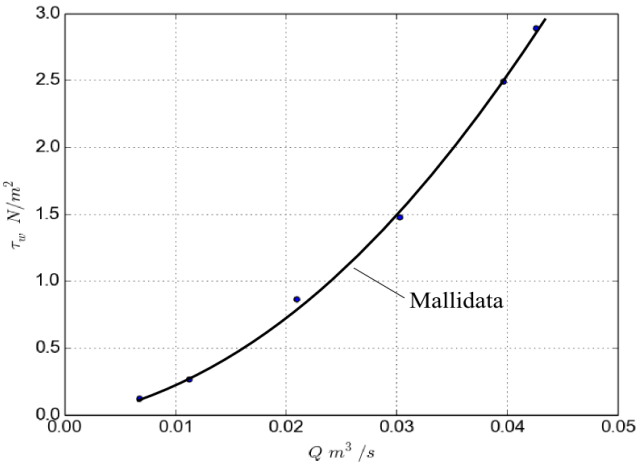


Kuva 13: Tehtävä 13 (Young et al, 2012)

14. Oletetaan, että putkessa virtaavan nesteen synnyttämä leikkausjännitys seinällä τ riippuu putken halkaisijasta D, tilavuusvirrasta Q, fluidin tiheydestä ρ ja kinemaattisesta viskositeetista ν. Laboratoriokokeet halkaisijaltaan 6 cm putkella antoivat kuvan 14 mukaiset tiedot.

    a) Määritä dimensioton riippuvuus tässä tapauksessa käyttäen toistuvien muuttujien menetelmää. (4p)

    b) Määritä dimensioanalyysin ja mallidatan avulla leikkausjännitys virtaukselle, jossa putken halkaisija on 9,1cm ja tilavuusvirta on 0,042 m³/s. Virtaava neste on molemmissa tapauksissa vettä. (2p) Vastaus: 0,6 Pa

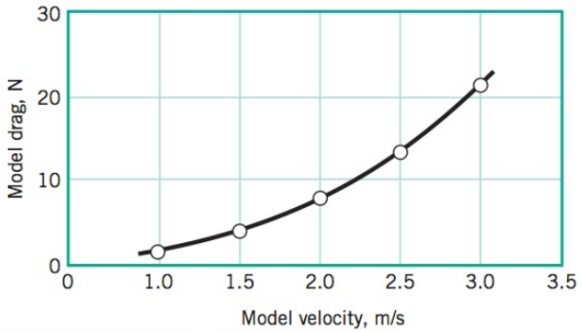


Kuva 14: Tehtävä 14 (Young et al, 2012)

15. Fluidissa liikkuvan pallon vastuksen tiedetään olevan funktio pallon halkaisijasta, nopeudesta, fluidin dynaamisesta viskositeetista ja tiheydestä. Halkaisijaltaan 10 cm:n pallolla suoritettiin laboratoriokokeita kiertovesitunnelissa, ja osa tuloksista on esitetty kuvassa 15. Näissä kokeissa veden dynaaminen viskositeetti oli 1,0 x 10^{-3} Ns/m^2 ja tiheys 999 kg/m^3.

   a) Määritä vastukselle dimensioton riippuvuus käyttäen toistuvien muuttujien menetelmää. (4p)

   b) Arvioi ilmassa nopeudella 1 m/s liikkuvan pallon vastus (halkaisija 2 m). Oleta, että ilman dynaaminen viskositeetti on 1,8 x 10^{-5} Ns/m^2 ja tiheys 1,2 kg/m^3. (2p) Vastaus: noin 1 N tai vähän alle



Kuva 15: Tehtävä 15 (Young et al, 2012)

16. Kun pyöreä reiällinen levy laitetaan poikittain virtaukseen, sen vastus $\mathscr{D}$ voidaan esittää riippuvuutena

$$\mathscr{D} = f(d_1, d_2, V, \mu, \rho) ,$$

jossa d_1 on levyn ulkohalkaisija ja d_2 sisähalkaisija, V virtauksen nopeus, μ fluidin viskositeetti ja ρ fluidin tiheys. Käytetään toistuvien muuttujien menetelmää.

a) Miten määrität toistuvien muuttujien lukumäärän ja kuinka monta niitä on tässä tapauksessa? (2p)

b) Millä perusteella valitset toistuvat muuttujat ja miten valitset ne tässä tapauksessa? (2p)

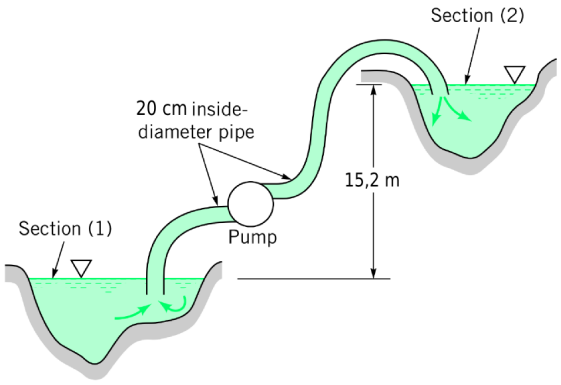
c) Määritä dimensioton riippuvuus tässä tapauksessa käyttäen toistuvien muuttujien menetelmää. (2p)

17. Pyöreässä putkessa olevalle pallolle määritetään vastus $\mathcal{D}$ kokeellisesti. Oleta, että vastus on funktio pallon halkaisijasta d, putken halkaisijasta D, nesteen virtausnopeudesta V ja nesteen tiheydestä ρ.
    a) Määritä vastukselle dimensioton riippuvuus käyttäen toistuvien muuttujien menetelmää. (4p)
    b) Kokeet näyttävät, että vastus arvoilla d = 0,5 cm, D = 1 cm ja V = 0,6 m/s on 7×10^{-3} N, kun virtaava neste on vettä. Määritä vastus pallolle putkessa, jonka halkaisija on 0,6 m, kun veden virtausnopeus on 2 m/s. Pallon halkaisija määräytyy geometrisen similaarisuuden perusteella. (2p) Vastaus: 280 N

18. Vettä siirretään suuresta altaasta toiseen korkeammalla olevaan altaaseen (kuva 16). Häviöt käytettävissä olevassa energiassa 0,07 m³/s tilavuusvirralla leikkauksesta (1) leikkaukseen (2) ovat 61 $V^2/2$ m²/s², missä V on virtauksen keskinopeus 20 cm paksussa putkistossa.

    a) Selitä, mistä osuuksista annettu kokonaishäviö mahdollisesti koostuu ja miten näitä osuuksia voisi arvioida (periaate riittää), jos sinulla olisi tiedot putkiston geometriasta ja siihen liitetyistä komponenteista. (3p)

    b) Määritä pumpulta vaadittava nostokorkeus ja teho. (3p) Vastaus: 30 m, 21 kW



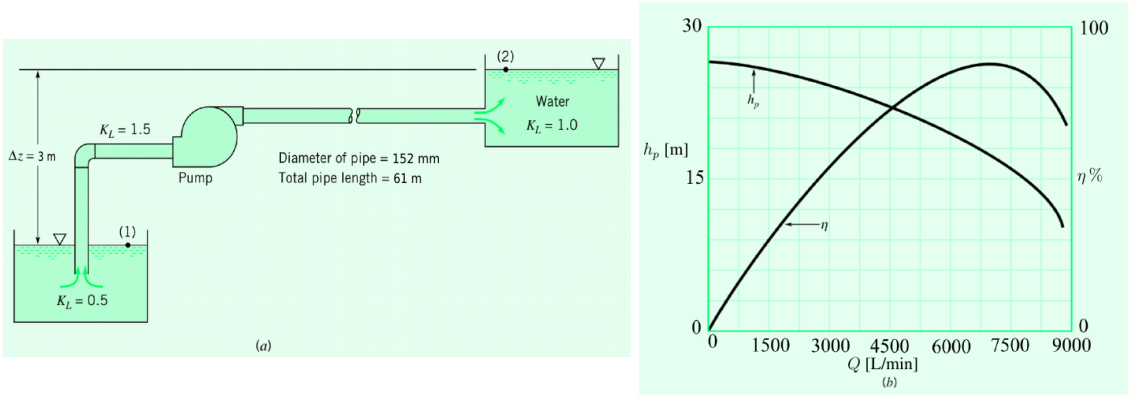
Kuva 16: Tehtävä 18 (Young et al, 2012)

19. Vettä pumpataan kahden suuren tankin välillä kuvan 17a mukaisella järjestelyllä. Putken (f = 0,03) halkaisija on 152 mm ja kokonaispituus 61 m.

    a) Miten putkistossa tapahtuvat häviöt tyypillisesti luokitellaan? Jaa tässä järjestelyssä tapahtuvat häviöt näihin luokkiin. Pumpun häviöitä ei tarvitse huomioida. (1p)

    b) Määritä pumpun nostokorkeus, jos tilavuusvirta on 3000 l/min. (2p) Vastaus: 8,8 m

    c) Järjestelmän tilavuusvirtaa halutaan muuttaa ja pumpun tilalle vaihdetaan uusi pumppu, jonka ominaisuudet ovat kuvan 17b mukaiset. Määritä tilavuusvirta ja hyötysuhde tällä pumpulla? Oletta, että putken häviökerroin ei muutu. (3p) Vastaus: 5300 l/min, 80%



Kuva 17: Tehtävä 19 (Young et al, 2012)

20. Vesi (μ=1,12x10^{-3} kg/(m·s)) virtaa 56 l/s vanhassa ja ruosteisessa halkaisijaltaan 15 cm putkessa, jonka suhteellinen karheus on 0,010. On ehdotettu, että laittamalla vanhan putken sisään sileä muoviputki, jonka sisähalkaisija on 12,7 cm, painehäviöt kilometriä kohden saadaan vähenemään muuttamatta tilavuusvirtaa.

a) Selitä periaate, jolla saat painehäviön ruosteisessa putkessa määritettyä. (1p)

b) Määritä painehäviöiden suhde ehdotetun ja alkuperäisen järjestelyn välillä samalla virtaamalla. (2p) Vastaus: 79%

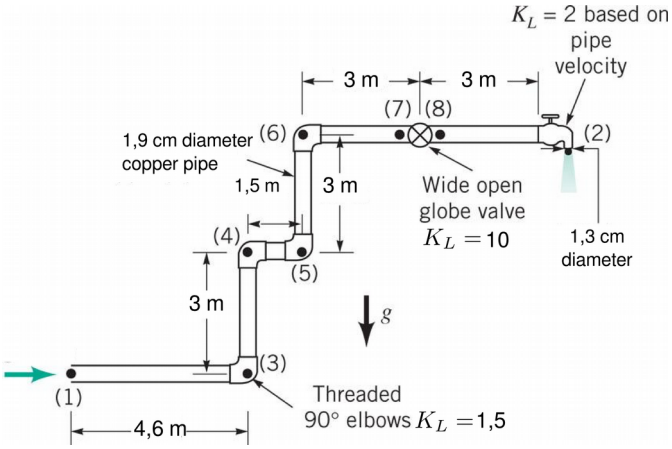
c) Määritä, kuinka suuri tilavuusvirta saavutetaan muoviputkella, jos painehäviö vastaa alkuperäistä ruosteisen putken tilannetta. (3p) Vastaus: 63 l/s

21. Vettä (ρ=998,2 kg/m^3, μ=1,002x10^{-3} kg/(m s)) virtaa kuvan 18 mukaisen putkiston läpi ulos hanasta vapaana suihkuna. Putkiston halkaisija on 1,9 cm (ε=1,5x10^{-6} m) ja tilavuusvirta on 45 l/min. Hanan halkaisija on 1,3 cm.

   a) Miten putkistossa tapahtuvat häviöt tyypillisesti luokitellaan? Jaa tässä järjestelyssä tapahtuvat häviöt näihin luokkiin. (1p)

   b) Selitä vaiheittain, miten paine muuttuu pisteiden (1) ja (2) välillä. (2p)

   c) Määritä paine pisteessä (1). (3p) Vastaus: 206 kPa



Kuva 18: Tehtävä 21 (Young et al, 2012)

22. Tarkastellaan vaakasuoraa teräsputkea (ε = 0,045 mm), jonka läpi virtaa bensiiniä ($\nu = 4{,}6\text{x}10^{-7}$ m^2/s, ρ = 680 kg/m^3) tilavuusvirralla 7600 l/min.

a) Miten putkistossa tapahtuvat häviöt tyypillisesti jaotellaan ja mitä häviöitä tapahtuu tässä tapauksessa? (1p)

b) Kuinka suuri painehäviö putkessa tapahtuu 100 metrin matkalla, jos sen halkaisija on 300 mm? (2p) Vastaus: 5,1 kPa

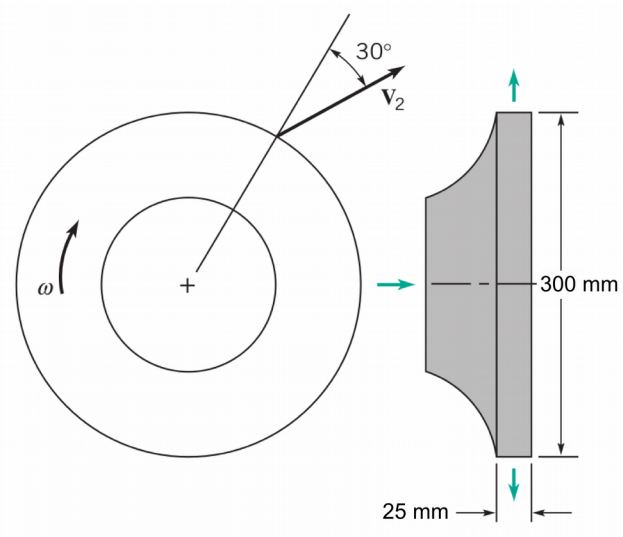
c) Määritä putken halkaisija siten, että putken painehäviö on 100 Pa 150 metrin matkalla, kun karheus ε = 0,5 mm. (3p) Vastaus: 760 mm

23. Keskipakopumpun impelleri pyörii nopeudella 1200 rpm kuvan 19 mukaisesti. Fluidi tulee pumppuun pyörimisakselin suuntaisesti ja lähtee pumpusta 30° kulmassa säteeseen nähden. Absoluuttinen nopeus V_2 ulosvirtauksessa on 30 m/s.

    a) Piirrä nopeuskolmio ulosvirtauksessa ja arvioi, mikä on pumpun siiven kulma suhteessa kehän tangenttiin. (2p) Vastaus: 82 tai 98 astetta

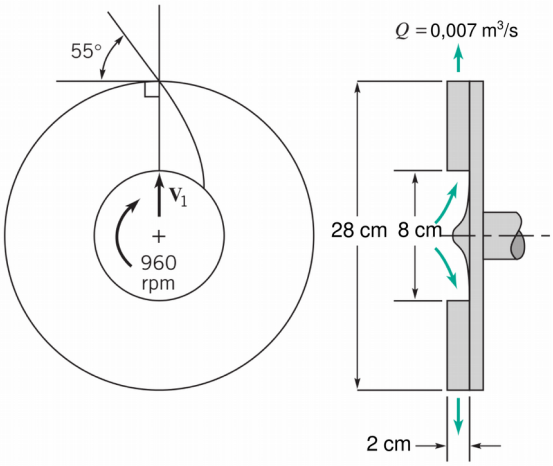
    b) Laske pumpun momentti, jos fluidin tiheys on 1000 kg/m^3. (2p) Vastaus: 1,38 kNm

    c) Laske pumpun hyötysuhde, jos sen nostokorkeus on 20,2 m. (2p) Vastaus: 70%



Kuva 19: Tehtävä 23 (Young et al, 2012)

24. Kuvan 20 keskipakopumpun tilavuusvirta vedellä on 0,007 m^3/s. Absoluuttinen nopeus sisäänvirtauksessa on säteen suuntainen ja suhteellinen nopeus ulosvirtauksessa kuvan siiven suuntainen.
    a) Piirrä nopeuskolmio ulosvirtauksessa ja selitä, mitä nopeuskolmion eri komponentit kuvaavat. (2p)
    b) Määritä pumpun teho. (2p) Vastaus: 1,4 kW
    c) Määritä pumpun ideaalinen nostokorkeus ja selitä, miten tämä eroaa todellisesta nostokorkeudesta. (2p) Vastaus: 20 m



Kuva 20: Tehtävä 24 (Young et al, 2012)