

Torstai/Perjantai

- Kotitehtävät (ratkaistaan etukäteen kotona ja esitetään taululla laskuharjoituksessa)

K1. a) Osoita, että $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$. b) Laske $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2}}{2^n + n^2}$.

K2. Olkoon $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n}$, kun $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$.

a) Osoita, että lukujono $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ on nouseva ja ylhäältä rajoitettu.

b) Koska lukujono on nouseva ja ylhäältä rajoitettu, sillä on raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$.

Osoita, että $a \in]\frac{1}{2}, 1]$.

K3. Osoita induktion avulla, että $1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \dots + (2n-1) \cdot (2n+1) = \frac{n}{3}(4n^2 + 6n - 1)$, kun $n \in \mathbb{N}$.
Kerro selvästi, mikä on induktio-oletuksesi ja missä käytät sitä induktioaskelen todistuksessa.

- Palautustehtävät (lasketaan ennen laskuharjoitusta, sen aikana sekä jälkikäteen ja palautetaan teräskaappeihin A6-8 laskutuvan Y190c ulkopuolella viimeistään klo 12:00 seuraavan viikon tiistaina)

P1 Laske raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + \sin(2n)}{2n + \cos(3n)}$.

P2 Laske seuraavat raja-arvot:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + n} - \sqrt{n^4 + 1})$, b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + n^2} - \sqrt{n^4 + 2})$, c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + n^3} - \sqrt{n^4 + 3})$.

P3 Rekursiivinen lukujono $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \{a_1, a_2, a_3, \dots\}$ määritellään seuraavasti:

$a_1 = 19$, $a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$, kun $n \in \mathbb{N}$.

a) Osoita, että i) $a_n > 3$ ja ii) $a_{n+1} < a_n$, kun $n \in \mathbb{N}$.

b) Koska lukujono on laskeva ja alhaalta rajoitettu, sillä on raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$. Määritä tämä raja-arvo.

- Stack-tehtävien aiheet (linkki tehtäviin löytyy kurssin MyCourses-sivuilta ja ne tulee ratkaista kyseisen viikon sunnuntaihin klo 24:00 mennessä)

S1. Lukujonojen raja-arvot

S2. Sarjojen summat

S3. Sarjan summa