

Tiistai/Keskiviikko

- Harjoitustehtävät (ratkaistaan laskuharjoituksessa)

H1. a) Määritä seuraavat integraalifunktiot. Älä unohda integroimisvakiota.

i) $\int (x^{5/3} - 2x^{3/5}) dx$ integroimalla suoraan, ii) $\int x \cdot \sin(x^2) dx$ käyttämällä sijoitusta $u = x^2$.
(Muista, että aina voi tarkistaa vastauksen laskemalla derivaatan.)

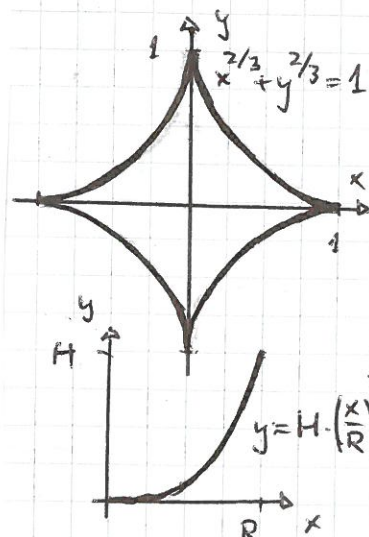
b) Laske $\int_0^{\pi/3} (\cos(x))^{4/3} \cdot (\sin(x))^3 dx$ käyttämällä tuttua(?) kaavaa $(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ ja sijoitusta $u = \cos(x)$.

H2. Käyrää $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ sanotaan *asteroidiksi*. Osoita, että käyrän pituus on 6. Käytä hyväksi symmetriaa.

H3. Olkoot $R, H > 0 \text{ cm}$. Kun käyrä $y = H \cdot (x/R)^3$, $x \in [0 \text{ cm}, R]$ pyörähtää y -akselin ympäri, syntyy pieni snapsipikari, jonka korkeus on H ja säde reunalla R . Laske pikarin tilavuus.

H4. Olkoon $I_n = \int_0^{\pi/2} x^n \cdot \sin(x) dx$, kun $n = 0, 1, 2, \dots$

Laske $I_0 = \int_0^{\pi/2} x^0 \cdot \sin(x) dx = \int_0^{\pi/2} \sin(x) dx$ ja $I_1 = \int_0^{\pi/2} x^1 \cdot \sin(x) dx = \int_0^{\pi/2} x \cdot \sin(x) dx$. Johda (osittaisintegroimalla kahdesti) reduktiokaava, jossa ilmaistaan luku I_{n+2} luvun I_n avulla. Laske kaavan avulla I_4 ja I_5 .



OH CALCULUS, OH CALCULUS

(To: "Oh, Christmas Tree")

Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.
Derivatives tell us the rate,
For areas we integrate.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
How different seem thy branches.

Derivative. Derivative,
The limit your foundation,
Derivative. Derivative,
The limit your foundation.
A quotient, both parts growing nil,
Behold you reach a value still.
Derivative. Derivative,
The limit your foundation.

Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.
Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.
Add more and more of less and less,
The errors disappear, we guess.
Oh, Integral; Oh, Integral,
Partitions getting finer.

Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.
Because of that eternal gem,
The Fundamental Theorem.
Oh, Calculus; Oh, Calculus,
United are thy branches.

by Leon Hall and Ilene Morgan
University of Missouri-Rolla

Torstai/Perjantai

- Kotitehtävät (ratkaistaan etukäteen kotona ja esitetään taululla laskuharjoituksessa)

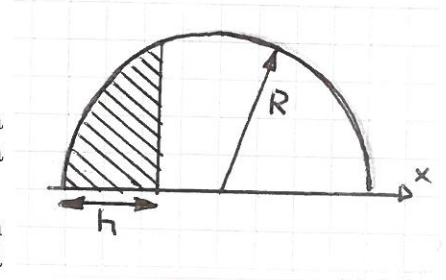
K1. Määritä seuraavat integraalifunktiot. Älä unohda integroimisvakiota.

- $\int x \cdot \cos(x) dx$ käyttämällä osittaisintegrointia,
- $\int e^{\sqrt{x}} dx$ käyttämällä aluksi sijoitusta $x = v^2$.

(Muista, että aina voi tarkistaa vastauksen laskemalla derivaatan.)

K2. Laske sen tasoalueen pinta-ala, jota käyrät $y = f(x) = x^3 + x - 1$ ja $y = g(x) = 2x^2 + 3x - 1$ rajaavat. (Huom: Alue koostuu kahdesta osasta!)

K3. Kun kuvassa viivoitettu alue R -säteisen ympyrä-kaaren ja x -akselin välissä pyörähtää x -akselin ympäri, syntyy pallokalotti. Osoita, että sen tilavuus on $V = \pi h^2(R - h/3)$.

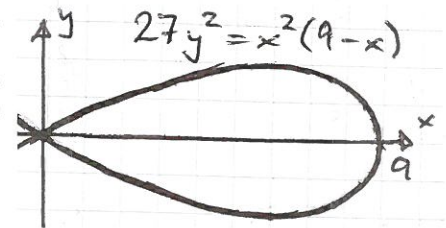


- Palautustehtävät (lasketaan ennen laskuharjoitusta, sen aikana sekä jälkikäteen ja palautetaan teräskaappeihin A6-8 laskutuvan Y190c ulkopuolella viimeistään klo 12:00 seuraavan viikon tiistaina)

P1 Laske epäoleellinen integraali $\int_0^\infty \frac{dx}{x^{2/3} + x^{4/3}} = \{\text{integraalissa on kaksi eri ongelmaa}\} = (\int_0^1 \frac{dx}{x^{2/3} + x^{4/3}}) + (\int_1^\infty \frac{dx}{x^{2/3} + x^{4/3}}) = (\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_\epsilon^1 \frac{dx}{x^{2/3} + x^{4/3}}) + (\lim_{M \rightarrow \infty} \int_1^M \frac{dx}{x^{2/3} + x^{4/3}})$ käyttämällä sijoitusta $u = x^{1/3}$.

P2 Käyrä $27y^2 = x^2(9-x)$ muodostaa silmukan oikeassa puolitasossa $x \geq 0$, kuten kuvassa oikealla.

Laske silmukan pituus L . (Kaavasta $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ja sijoituksesta $u = 9-x$ saattaa olla hyötyä. Huomaa myös, että silmukan pituus $L > 2 \cdot 9$.)



P3. Kun edellisen tehtävän silmukka pyörähtää x -akselin ympäri, syntyy pisananmuotoinen pyörähdyspinta. Laske tämän pinnan pinta-ala.

- Stack-tehtävien aiheet (linkki tehtäviin löytyy kurssin MyCourses-sivuilta ja ne tulee ratkaista kyseisen viikon sunnuntaihin klo 24:00 mennessä)

- S1. Integrointi sijoituksen avulla
- S2. Osittaisintegrointi
- S3. Epäoleellinen integraali
- S4. Pyörähdyskappaleen tilavuus
- S5. Käyrän pituus