

---

---

**PHYS-C0240 Materiaalifysiikka, kevät 2019**

Laskuharjoitus 3. Palautus viimeistään perjantaina 10.5. klo 10.00.

---

---

**Tehtävä 1.**

Äänen nopeus ja hilavärähtelyt. Helium (isotooppi  $^4\text{He}$ ) esiintyy kiinteässä muodossa (heksagonaalinen tiivispakattu rakenne eli hexagonal close-packed structure, HCP; tästä lisää myöhemmin kurssilla) hyvin matalassa lämpötilassa ( $T < 3$  K) ja hyvin korkeassa paineessa ( $p > 2,5$  MPa). Tällöin HCP-heliumin tiheys on suuruusluokkaa  $0,2$  g/cm<sup>3</sup>, ja ominaislämpömittausten mukaan heliumin Debyen lämpötila  $T_D = 30$  K. Arvioi tämän perusteella äänen nopeus kiinteässä heliumissa. Vertaa tulostasi äänen nopeuteen heliumkaasussa (1007 m/s, kun  $T = 293$  K) ja toisaalta tyypilliseen äänen nopeuteen kiinteissä materiaaleissa. Mistä äänen nopeuden erikoinen arvo kiinteässä heliumissa johtuu?

**Tehtävä 2.**

Yksiatomisen 1D-ketjun tarkastelua (**Simon 9.2 (d) ja (e)**). Oppikirjan luvussa 9 tarkastellulle harmoniselle yksiatomiselle 1D-ketjulle dispersiorelaatio oli muotoa

$$\omega = 2\sqrt{\frac{\kappa}{m}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|.$$

a) Määritä ketjussa etenevien aaltojen vaihenopeus,  $v_p = \omega/k$  ja ryhmänopeus,  $v_g = d\omega/dk$ . Piirrä näiden kuvaajat välillä  $-2\pi/a \leq k \leq 2\pi/a$  ja kommentoi tulostasi.

b) Määritä ja piirrä ketjun värähtelyjen kulmataajuustilatiheys  $g(\omega)$ . Mitä erikoista tilatiheydessä on?

**Tehtävä 3.**

Oppikirjan luvussa 9 määritettiin yksiatomisen 1D-ketjun värähtelyn dispersiorelaatio ottamalla huomioon vain ensimmäisten lähinaapurien väliset vuorovaikutukset. Osoita, että kun kaikkien ionien väliset vuorovaikutukset otetaan huomioon periodisessa ketjussa, niin dispersiorelaatio on muotoa

$$\omega^2 = \frac{2}{m} \sum_{j=1}^{\infty} \kappa_j [1 - \cos(kja)],$$

jossa  $m$  on värähtelevien ionien massa,  $\kappa_j$  ionin ja sen  $j$ :n lähinaapurin välinen voimavakio ("jousivakio") ja  $a$  vierekkäisten ionien välinen etäisyys ketjussa.

**Tehtävä 4.**

Jatketaan edellisen tehtävän hilavärähtelymallin kanssa, mutta otetaan nyt huomioon ionien vuorovaikutukset vain niiden ensimmäisten ja toisten lähinaapurien kanssa.

a) Tarkastellaan ensin tapausta  $\kappa_1 = \kappa_2$ . Hahmottele värähtelyn dispersiorelaatio ( $\omega$  vs.  $k$ ) ensimmäisessä Brillouinin vyöhykkeessä. Miten toisen lähinaapurin vaikutus ilmenee kuvaajassa verrattuna oppikirjassa esitettyyn tapaukseen (kuva 9.2), jossa huomioitiin vuorovaikutukset vain ensimmäisten lähinaapurien kanssa?

b) Mittauksissa lyijyn pitkittäisten [100]-suunnan värähtelyjen maksimitaajuus havaitaan kohdassa  $k = 0,8\pi/a$ . Oletetaan, että nyt tutkimamme ensimmäisten ja toisten lähinaapurien vuorovaikutusmalli kuvaa hyvin lyijyn hilavärähtelyjen dispersiorelaatiota tässä kidesuunnassa. Arvioi tämän perusteella suhde  $\kappa_2/\kappa_1$  ja kommentoi tulostasi.