
Phys-A0110 Yliopistofysiikan perusteet
Ryhmätyöharjoitukset 2

Ratkaiskaa ryhmissä assistentin ohjauksessa seuraavia tehtäviä. Tehtävien ratkaisuja ei kerätä.

Ryhmätyöharjoitukset

1. (University of Maryland Physics Education Research Group) The object of this problem is to estimate the number of people required to build the Great Pyramid at Giza in Egypt. This pyramid is nearly 150 m tall and 230 m wide at the base. The average block of stone used in building the pyramid has dimensions .66 m x 1.00 m x 1.50 m. These blocks were quarried at a site on the Giza Plateau that shall be taken to be about 5 km away although it may have been closer. The ancient Egyptians transported these blocks from the quarry to the pyramid on wooden sleds. They lubricated the ground in front of the sled's skids to make it easier to pull the blocks. In order to pull the blocks to the required heights, the Egyptians built earthen ramps that greatly reduced the slope of the pyramid side. In this fashion, Egyptian's working for the glorification of their gods and king, built the pyramid in 20 years. They were mostly farmers and needed to tend their crops most of the year so they could only work for 3 months a year when there was nothing to be done on their farms. It is beyond the scope of this problem to calculate the number of people required to quarry the stones, make and repair the ropes, apply the limestone seal, design and build the chambers, and perform the countless other acts of art and craftsmanship that were required to make the pyramid the marvel that it is. Instead, it is limited to calculating the number of workers needed to get the stones to the site and to lift them to the required heights.

Ohje: tehtävässä on kaksi osaa, joihin molempiin löytyy tarvittaessa vihjeet kirjekuorissa (vihje 1 osaan 1 ja vihje 2 osaan 2). Mutta voitte halutessanne koittaa ratkoa ongelmaa ensin ilman vihjeitä.

Osa 1 Arvioi kuinka monta työläistä tarvitaan kuljettamaan kivenlohkareita kaivokselta pyramidille.

Osa 2 Arvioi kuinka monta työläistä tarvitaan nostamaan kivet pyramidin huipulle.

2. St1:n Deep Heat projekti Otaniemessä koostuu kahdesta 6.4 kilometrin syvyydestä poratusta kaivosta, joiden kautta on tarkoitus pumpata vettä joka lämpiää maankuoren syvyydessä geotermisesti. Tuntematta sen tarkemmin porausjärjestelmää, pohditaan karkeasti millaisia muodonmuutoksia poranterään kohdistuu pelkän kaivon syvyyden vuoksi. Poranterä on oletettavasti teräksinen, ja kuvitellaan sen olevan suora, sylinterimäinen ja täyttää terästä (ei ontto). Terän halkaisija on 21 senttimetriä. Poranterän täytyy koostua moduuleista joita rakennetaan terän yläpäähän kun alaosa lasketaan (koska kuuden kilometrin pituinen poranterä ei mahdu Otaniemeen!). Lasketaan (rakennetaan) poranterää kaivoa alaspäin. Juuri kun poranterä saavuttaa kaivon pohja, määrittäkää
- Poranterän kokonaismassa.
 - Suurin jännitysvoima joka terässä vaikuttaa ja missä kohdin terää sen vaikutuspiste on?
 - Suurin suhteellinen venymä joka terässä vaikuttaa.
 - Kuinka paljon poranterä on kokonaisuudessaan venynyt painovoiman vaikutuksesta?
 - Täytyykö poranterän koostua jostakin erityisesti teräslaadusta, jotta painovoiman aiheuttama jännitys on vielä materiaalin elastisessa alueessa (vähemmän kuin 'yield strength').
 - Todellisuudessa reikä ei ole aivan suora, jolloin teräkin voi olla ylhäältä paksumpi kuin alhaalta. Miksi tämä vähentää terään kohdistuvaa maksimijännitettä?
3. Pulsari on nopeasti pyörivä neutronitähti, joka säteilee voimakasta sähkömagneettista säteilyä majakan lailla. Pulsarin magneettikentän uskotaan aiheutuvan tähden ytimessä olevien neutronien ja protonien muodostaman supranesteen vuoksi. Osoita, että korkeasta lämpötilasta huolimatta neutronitähden ydin tosiaan voi olla supraneste.
- a) Johda ensin dimensioanalyysillä relaatio neutronien muodostaman supranesteen kriittiselle lämpötilalle. Voit olettaa, että ko. lämpötila riippuu enintään Planckin vakioista $h \approx 6.6 \cdot 10^{-34}$ Js, neutronien

massasta $m \approx 1.7 \cdot 10^{-27}$ kg, Boltzmannin vakiosta $k_B \approx 1.4 \cdot 10^{-23}$ J/K, neutronien lukumäärätiheydestä n (eli tiheys/neutronin massa, $n = \rho/m$), sekä neutronien välistä vuorovaikutusta kuvaavasta sironnapituudesta $a \approx -1.9 \cdot 10^{-14}$ m. Keskimääräisen tiheyden n voit laskea olettaen neutronitähden säteeksi 10 km ja massaksi auringon massan $2.0 \cdot 10^{30}$ kg. (Neutronitähden minimimassa on pari kertaa auringon massaa suurempi, mutta suuruusluokkalaskennan hengessä voimme käyttää auringon massaa.)

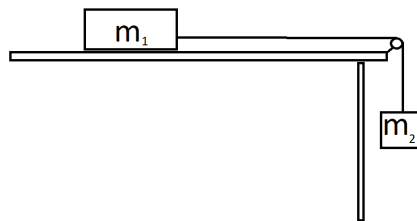
Vihje: katso b)-kohdan funktionaalinen riippuvuus kriittiselle lämpötilalle.

- b) Suprajohtavuuden mikroskooppisen Bardeen-Cooper-Schrieffer teorian mukaan kriittinen lämpötila saadaan laskettua relaatiosta (mukaan lukien ns. Gorkov-Melik-Barkhudarov-korjaukset)

$$T_c = \left(\frac{2}{e}\right)^{7/3} \frac{e^\gamma}{\pi} T_F e^{\pi/(2k_F a)}, \quad (1)$$

missä $\gamma \approx 0.5772156649$ on nimeltään Eulerin vakio ja $e \approx 2.7183$ on Neperin luku. Relaatiosta esiintyy Fermi aaltovektori $k_F = (6\pi^2 n)^{1/3}$, sekä Fermi lämpötila $T_F = \frac{1}{k_B} \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$. Totea, että tämä relaatio toteuttaa a)-kohdassa saamasi yleisemmän ratkaisun.

Loppukommentti: sijoitettaessa tehtävänannossa annetut lukuarvot kriittisen lämpötilan lausekkeeseen, saadaan neutronitähden kriittisesti lämpötilaksi $4 \cdot 10^{11}$ K. Kun neutronitähden lämpötilat ovat luokkaa 10^6 K, niin vaikuttaa todennäköiseltä että neutronitähdet saattavat olla suprajohtavia (tai varauksettomien neutronien tapauksessa puhumme itse asiassa suprajohtavuudesta, mutta ilmiö on sama). Samaa tulosta voi käyttää myös kriittisen lämpötilan laskemiseen auringollemme: auringon kriittinen lämpötila on noin 10^{-215} K. Aurinko ei varmastikaan ole suprajohtava! Suureiden absoluuttiset arvot ovat monesti fysiikan kannalta mielenkiinnottomia. Vaikka neutronitähden lämpötila on käsittämättömän korkea, se voi silti olla suprajohtava – ominaisuus, joka yleensä liitetään ultrakylmiin Bosen-Einsteinin kondensaatteihin. Neutronitähden kannalta oleellinen energiaskaala onkin Fermi-energia, joka on vielä paljon neutronitähden lämpöenergiaa suurempi. Neutronitähti onkin itseasiassa paljon 'ultrakylmempi' kuin kylmimmät atomikaasumme (atomikaasuissa tyypillisesti $T/T_F \geq 0.01$). Sopivien energiaskaalojen käyttö mahdollistaa samojen teorioiden käytön hyvin erilaisissa konteksteissa: esimerkiksi BCS-teoriaa käytetään yhtäläillä suprajohteiden, ultrakylmien atomikaasujen, neutronitähden kuin kvarkkigluoniplasman kuvauksessa.



Kuva 1: Tehtävän 4 koeasetelma.

4. Ohessa on kuva koeasetelmasta, jossa palikko (massa m_1) on pöydällä ja siitä roikkuu narun ja kitkattoman pyörän kautta toinen palikko (massa m_2). Oleta, että tilanne on kaikinpuolin kitkaton ja naru venymätön.
- Millaisia erilaisia systeemi-ympäristö-valintamahdollisuuksia teillä on?
 - Mitkä voimat ovat eri valinnossanne ulkoisia voimia ja mitkä ovat systeemin sisäisiä voimia?
 - Säilyykö systeeminne energia ja mistä koeasetelman kannalta oleellisista energioista sen kokonaisenergia koostuu?