

MS-A040X Diskreetin matematiikan perusteet

Huom: Taulukko on kumulatiivinen, eli korkeampaan arvosanaan tulee osata myös alemmissa arvosanoissa edellytetyt asiat.

	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Joukki-oppi ja logiikka	Tiedän, että matematiikka nojaa vahvasti väitteille ja niiden todistuksille.	Tunnen joukko-opin perusmääritelmät kuten joukon, osajoukon, yhdisteen, leikkauksen, joukko-erotuksen ja komplementin. Osaan havainnollistaa näitä Vennin diagrammin avulla. Tunnistan todistuksesta, onko siinä käytetty suoraa vai epäsuoraa todistustapaa. Osaan käyttää induktiomenetelmää kokonaislukuja koskevien väitteiden todistamiseen.	Osaan todistaa kahden joukon samuutta koskevia väitteitä osoittamalla, että tarkasteltavat joukot ovat kumpikin toistensa osajoukkoja. Osaan kirjoittaa väitteelle negaation ja kontraposition. Osaan yhdistää väitelauseita loogisilla konnektiiveilla ja tarkastella niiden totuusarvoja. Valitsen todistuksessa suoran tai epäsuoran todistusmenetelmän tarpeen mukaan.	Osaan selittää, miksi induktioperiaate toimii. Osaan selittää, miksi väite ja sen kontrapositiivinen väite ovat loogisesti yhtäpitäviä, ja osaan todistuksessa tarvittaessa todistaa väitteen sijaan sen kontrapositiivisen väitteen. Osaan laatia päättelytehtävistä logiikan väitteitä, joiden totuustaulusta tehtävän ratkaisu ilmenee.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Relaatiot ja funktiot	Olen käsitellyt erilaisia funktioita kuten polynomifunktiot, eksponenttifunktiot ja trigonometriset funktiot.	Tunnen relaation määritelmän kahden joukon tulojoukon osajoukkona. Tiedän, että funktiot ovat relaatioita, joissa lähtöjoukon jokainen alkio on relaatiossa yhden tietyn maalijoukon alkion kanssa. Osaan selittää, millaisia funktioita ovat injektio, surjektio ja bijektio, ja osaan etsiä joukon kuva- ja alkukuvajoukot. Osaan määritellä funktioita rekursiivisesti.	Osaan esittää relaatiota verkkojen avulla. Osaan tutkia, onko relaatio ekvivalenssirelaatio ja onko annettu funktio bijektio. Osaan yhdistää funktioita ja tarkastella yhdistettyjen funktioiden määrittely- ja arvojoukkoja. Tiedän, että äärelliselle joukolle joukon mahtavuus tarkoittaa alkioiden lukumäärää, ja että äärettömiä joukkoja voidaan luokitella mahtavuutensa perusteella.	Osaan todistaa induktion avulla väitteitä rekursiivisesti määritellyille funktioille, tarvittaessa useampaa alkuarvoa ja induktio-oletusta käyttäen. Osaan todistaa joukkoja yhtä mahtaviksi etsimällä niiden väliille bijektion. Osaan jaotella äärettömiä joukkoja numeroituviin ja ylinumeroituviin.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Verkot		Tunnen verkon peruskäsitteet kuten solmut, linkit, asteen, polun, syklin ja yhtenäisyyden. Osaan piirtää verkon, kun annettuna on joko naapurimatriisi tai solmujen ja linkkien joukot. Osaan selvittää, onko verkossa Eulerin polku, ja osaan määrittää verkolle jonkin solmuvärttyksen.	Tiedän, millaisia verkkoja ovat täydelliset verkot, puut ja kaksijakoiset verkot. Osaan tarkastella verkkojen isomorfisuutta tutkimalla niiden syklejä ja solmujen asteita. Osaan myös etsiä verkkoisomorfismin kahden pienehkön isomorfisen verkon välille. Osaan määrittää pienehkön verkon kromaattisen luvun ja etsiä minimaalisia virittäjäpuita jollakin algoritmilla.	Osaan käyttää verkon väritystä sovelluksissa, kuten riittävien resurssien selvittämisessä konfliktiverkkoa käyttäen. Tunnen verkon värttyksessä ahneen algorimin toimintaperiaatteen ja ymmärrän, miksi se ei aina anna kromaattista lukua. Osaan mallintaa erilaisia tehtäviä verkkojen avulla.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Kombinatoriikka	Olen ratkonut yksinkertaisia vaihtoehtojen lukumääriin liittyviä kysymyksiä pääättelemällä, esim. Montako erilaista numeroyhdistelmää voidaan saada, kun heitetään kahta noppaa?	Osaan ratkaista vaihtoehtojen lukumääriin liittyviä kysymyksiä summaperiaatetta, kyyhkyslakkaperiaatetta ja tuloperiaatetta käyttäen. Tiedän, että binomikerroin esittää tietyn kokoisten osajoukkojen lukumäärää.	Osaan käyttää seulaperiaatetta vaihtoehtojen lukumääriin liittyvissä tehtävissä. Osaan selittää summa-, tulo- ja kyyhkyslakkaperiaatteen idean ja perustella, miksi ne toimivat. Osaan selittää, miksi binomikaava antaa oikeat kertoimet lausekkeen (x+y)^n termeille.	Osaan hyödyntää multinomikertoimia vaihtoehtojen lukumääriin liittyvissä tehtävissä. Osaan selittää, mihin seulaperiaate perustuu. Osaan etsiä multinomikerrointen avulla lausekkeen (x_1+x_2+...+x_m)^n termien kertoimia.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Modulaariaritmetiikka	Osaan jakaa kokonaisluvun tekijöihin. Tiedän, että alkuluku on jaollinen kokonaisluvusta vain itsellään ja luvulla 1.	Tiedän, että kaksi kokonaislukua ovat kongruentteja modulo n, jos niillä on sama jakojäännös tällä luvulla jaettaessa. Osaan laskea kongruenssiluokkien yhteen- ja kertolaskuja. Osaan etsiä jäännösluokkarenkaan lukujen mahdolliset käänteisluvut ja tiedän, milloin käänteislukua ei ole olemassa.	Osaan ratkaista modulaariyhtälön tyyppiä a*x = b (mod c), jos sillä on ratkaisu, ja jos ratkaisua ei ole, osaan perustella miksi ei. Tiedän, että RSA-salaus perustuu modulaariaritmetiikkaan ja alkulukuihin ja osaan salata ja purkaa viestejä pieniä alkulukuja käytettäessä.	Osaan perustella Fermat’n pienen lauseen. Osaan selittää, miten RSA-salaus toimii; miten tulee valita salausavain ja purkuavain, ja miksi salauksen purkaminen ilman avainta on hankalaa.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Ryhvät ja permutaatiot	Tiedän, että permutaatiolla tarkoitetaan joukon alkioiden järjestämistä uuteen järjestykseen.	Osaan esittää permutaatioita sekä matriiseina että syklinotaatiolla. Osaan kirjoittaa lausekkeen yhdistetylle permutaatiolle. Osaan määrittää radat sen joukon alkiolle, joilla annettu permutaatioryhmä toimii.	Osaan esittää monikulmion symmetriaryhmän alkiot yhdisteinä kierroista ja peilauksista. Osaan määrittää permutaatioryhmän kiintopistejoukon ja ryhmän permutaatioiden kiinnittäjäaliryhmät. Osaan laskea monikulmion väritysten määriä symmetriat huomioiden ns. Burnsiden lemman avulla.	Osaan tutkia, onko ryhmä toisen aliryhmä, ja tiedän, miten aliryhmien mahdolliset mahtavuudet riippuvat ryhmän mahtavuudesta. Osaan muokata kombinatorisen tehtävän monikulmion väritystehtäväksi, jos mahdollista. Osaan määrittää monitahokkaiden pyörähdysymmetriaryhmiä.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Matematiikan lukeminen ja kirjoittaminen	Olen halukas lukemaan kurssimateriaalia ja kirjoittamaan todistuksia ja tehtävien ratkaisuja.	Käytän vastauksissasi kurssin merkintöjä. Tunnen eron määritelmän, lauseen, todistuksen ja esimerkin välillä. Hyväksyn sen, että matematiikka lukiessa ei voi heti ymmärtää kaikkea, vaan on välillä palattava takaisin tai hypättävä vaikeiden kohtien yli.	Kirjoitan vastauksiini kokonaisia ja ymmärrettäviä lauseita, joista ulkopuolinen lukijakin saa selvän. Määrittelen todistuksissa käyttämäni muuttujat. Osaan tarkistaa, että jokin konkreettinen objekti toteuttaa annetun määritelmän.	Kirjoitan ratkaisuja, jotka sisältävät vain olennaisen, ja käytän matemaattisia symboleita vain tarvittaessa. Pyrin ymmärtämään todistuksia ja käytän kynää ja paperia hankalien välivaiheiden selvittämiseksi.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Matemaattinen keskustelu	Olen halukas keskustelemaan matematiikasta ja matemaattisista tehtävistä.	Puhun matemaattisista aiheista toisille. Osaan ilmaista tarvitsevani apua matemaattisen ongelman ratkaisemiseen.	Käyn matemaattisia keskusteluja, joissa ilmaisen omia ajatuksiani ja kuuntelen toisen ideoita. Käytän keskustelussa oikeita nimityksiä matemaattisille käsitteille. Osaan selittää, mikä kohta matemaattisen ongelman ratkaisemisessa tuottaa minulle ongelmia.	Kykenen ylläpitämään matemaattista keskustelua, joka hyödyttää molempia osapuolia. Muotoilen täsmällisiä kysymyksiä saadakseni apua matemaattisiin ongelmiin.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Palautteen antaminen ja vastaanottaminen	Olen halukas vastaanottamaan palautetta työskentelystäni	Luen tehtävistä annetun palautteen ja korjaan tehtäviä palautteen perusteella. En ota saamaani palautetta henkilökohtaisesti, vaan ymmärrän, että palaute on annettu, jotta oppisin lisää.	Otan saamani palautteen puheeksi ohjaajien kanssa, jos en ymmärrä, mitä palautteen antaja on tarkoittanut. Autan kanssaopiskelijoitani oppimaan keskustelemalla ratkaisuista yhdessä.	Osaan toimia tilanteessa, jossa saan eri lähteistä ristiriitaista palautetta.
	Esitiedot	Arvosanaan 1-2 riittävät taidot	Arvosanaan 3-4 riittävät taidot	Arvosanaan 5 riittävät taidot
Tehtävien tekeminen		Olen tehnyt yli puolet tehtävistä.	Olen tehnyt yli kaksi kolmannelta tehtävistä.	Olen tehnyt lähes kaikki kurssin tehtävät.