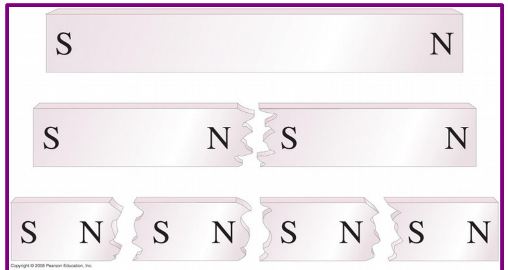
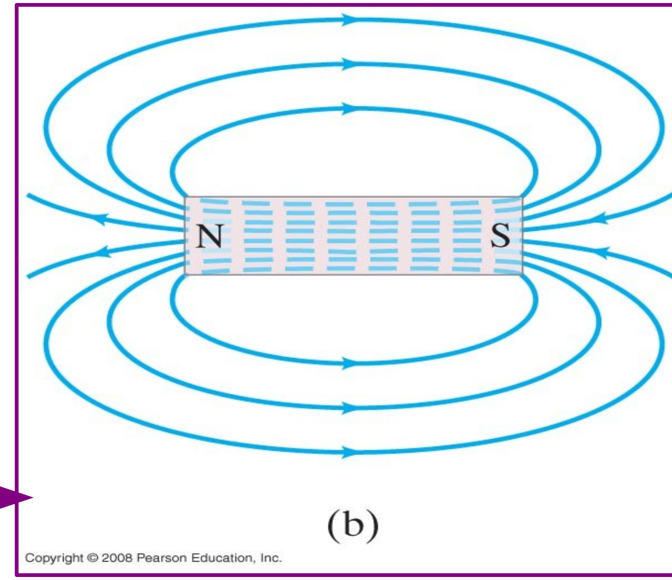
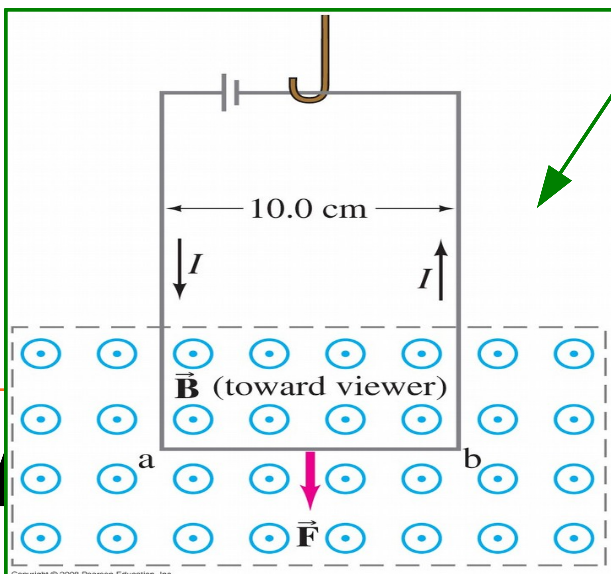
Magnetismi

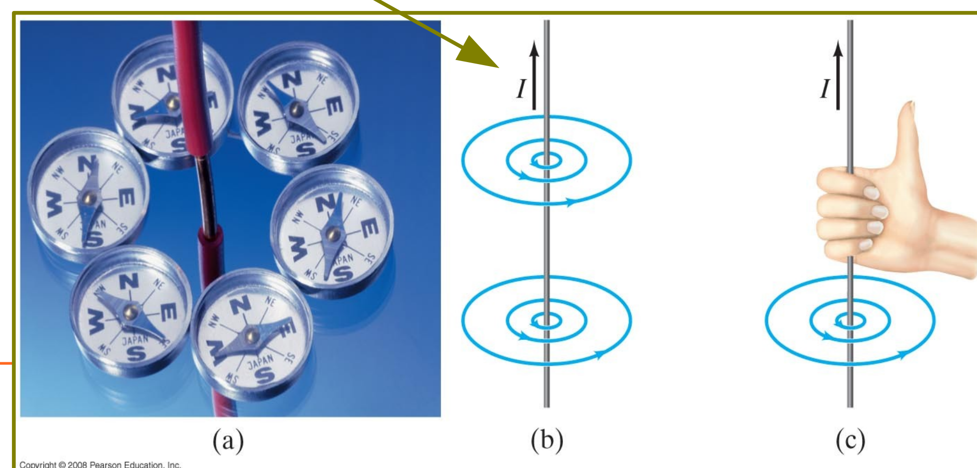
Mitä tiedämme magnetismista?





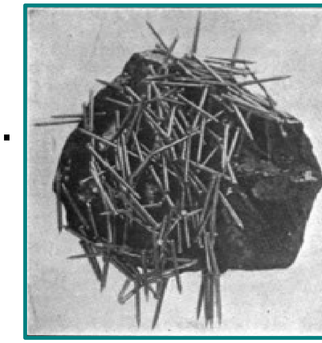
1. Magneettista monopolia ei ole.
2. Sähkövirta aiheuttaa magneettikentän.
3. Magneettikenttä kohdistaa voiman johtimeen, jossa kulkee sähkövirta.





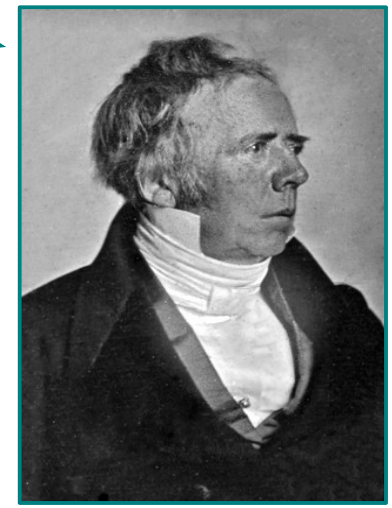
Magnetismi

Miten tietomme magnetismista on syntynyt?

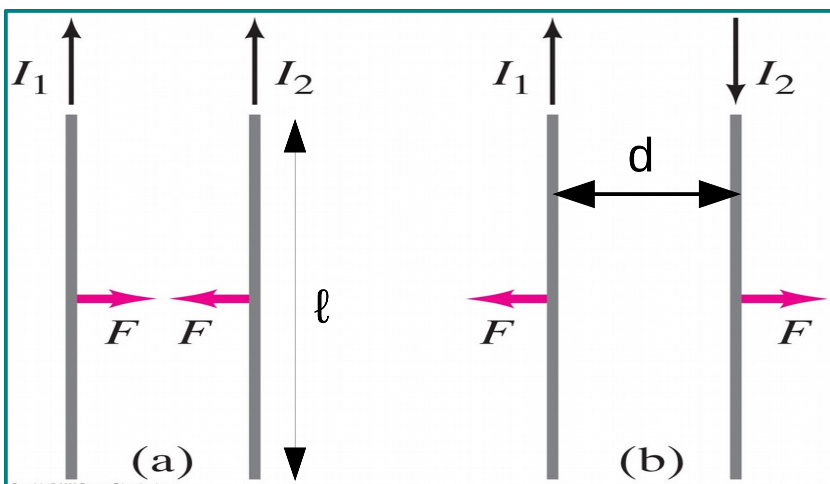


1. Luonnon magneetti: magnetiitti, paljon ennen ajanlaskun alkua.

2. Hans Christian Ørsted (1820, “Experimenta circa Effectum Conflictus Electrici in Acum Magneticam”):
Virta johtimessa vaikuttaa kompassineulaan.



3. André-Marie Ampère (1820, “Mémoire sur l'action mutuelle entre deux courants électriques, un courant électrique et un aimant ou le globe terrestre, et entre deux aimants”):
Voima, joka vaikuttaa kahden virtajohtimen välillä.



$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$$

Magnetismi ja sähkö

Ovatko Ørstedin ja Ampèren havainnot samoja kuin Coulombin?

Ehdottomasti **eivät**, *Coulombin voima* vaikuttaa varausten välillä
Ampèren voima virtojen välillä.
Johtimessa ei ole nettovarausta → Ei voi olla Coulombin voima.

Sittenhän tässä on jotakin uutta?

Kyllä, itse asiassa tässä on *kaksi uutta asiaa*

1. Virta synnyttää magneettikentän

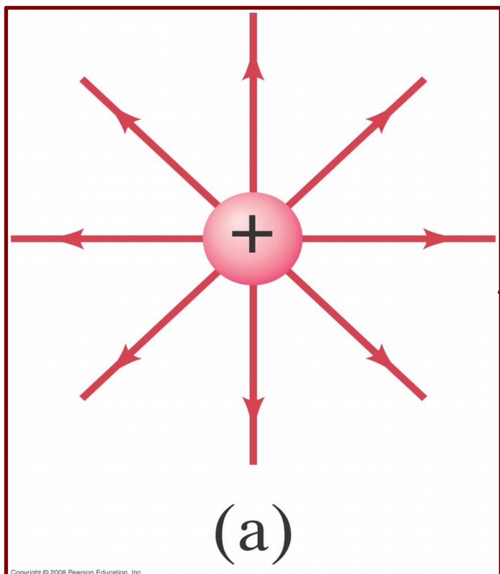
2. Virtaan kohdistuu voima magneettikentässä

"Liikkuva varaus"

Magnetismi ja sähkö

1. Sähkökenttä ja sähköinen voima

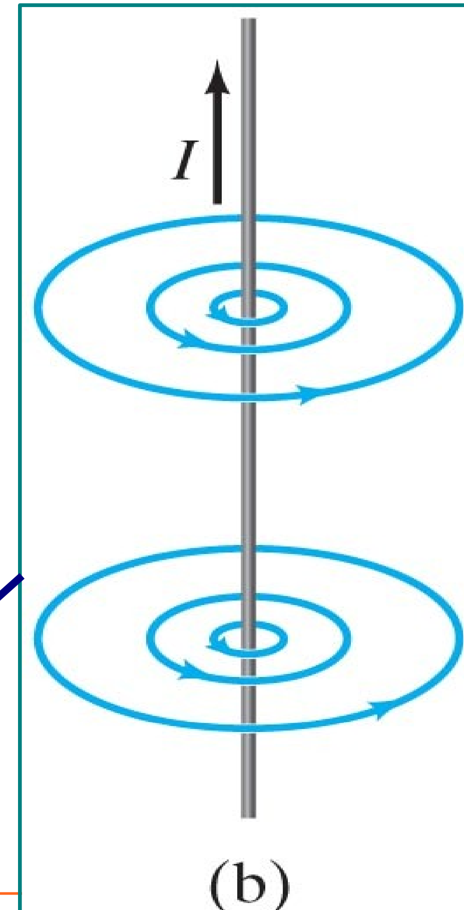
- lähteenä sähkövaraus
- konservatiivinen
- skalaaripotentiaali
- vaikuttaa varauksiin



(a)

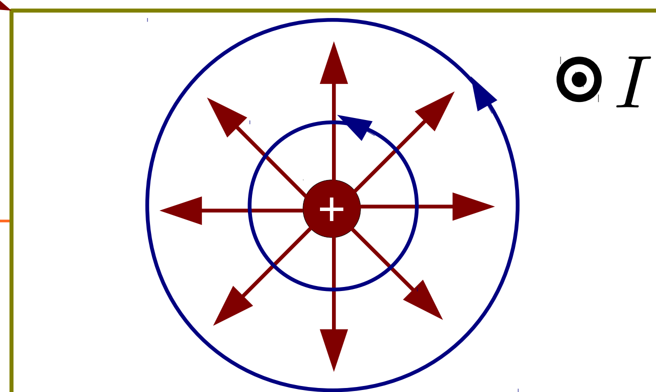
2. Magneettikenttä ja magneettinen voima

- syntyy virrasta
- pyörteinen (ei konservatiivinen)
- ei skalaaripotentiaalia
- vaikuttaa virtaan eli liikkuviin varauksiin



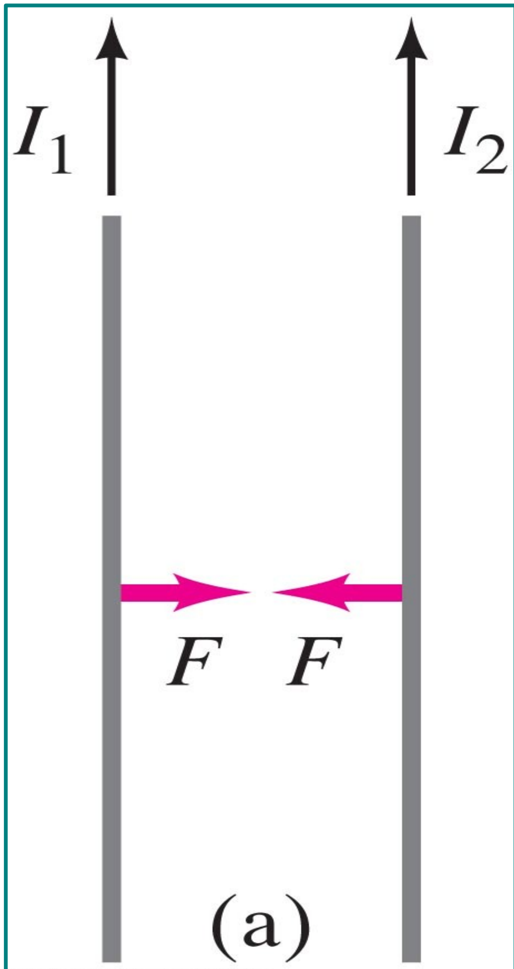
(b)

Varattu johdin, jossa kulkee virta

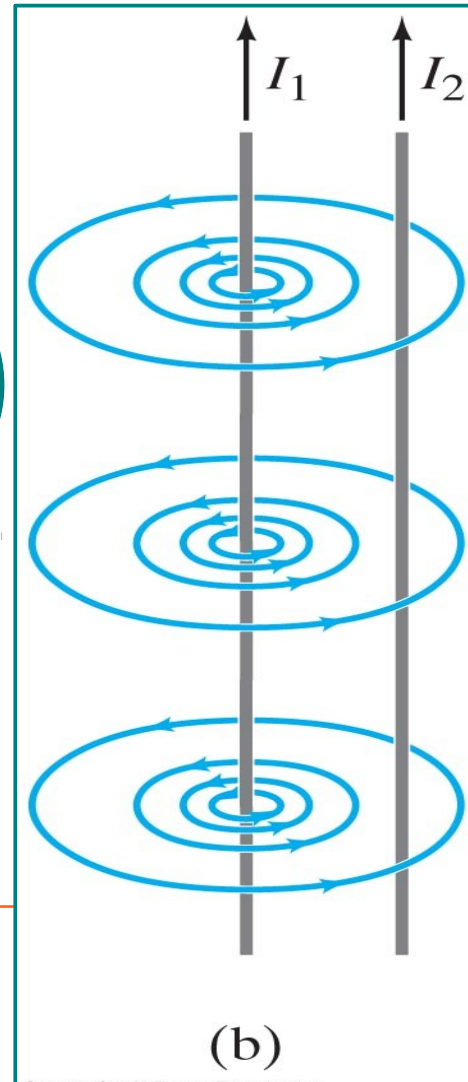


Virtajohdinten välinen voima

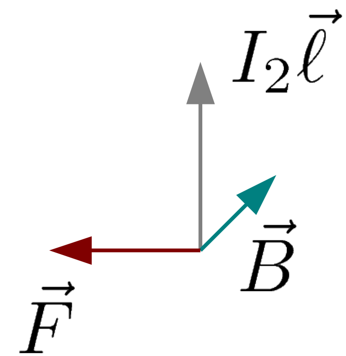
$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}$$



$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}$$



$$\vec{F} = I_2 \vec{\ell} \times \vec{B}$$

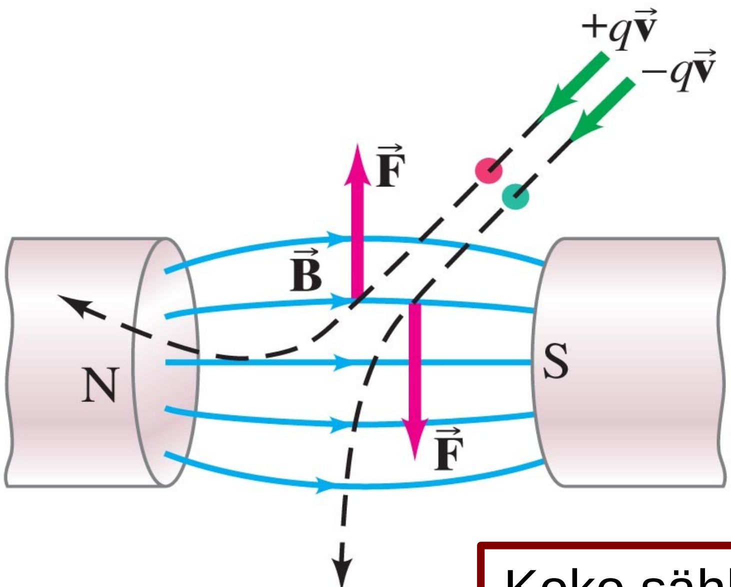


Varaukseen kohdistuva voima

$$\underbrace{\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B} \qquad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -neAv_d}$$

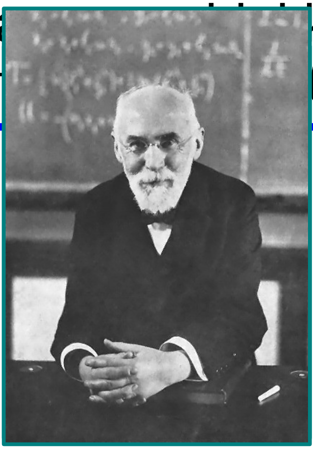
$$N = nA\ell = nV$$

$$\vec{F} = (-e)nAv_d\vec{\ell} \times \vec{B} = (-e)N\vec{v}_d \times \vec{B}$$



Va kaseen
kohdis ttinen voima

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Oliver

Hendrik Lorentz

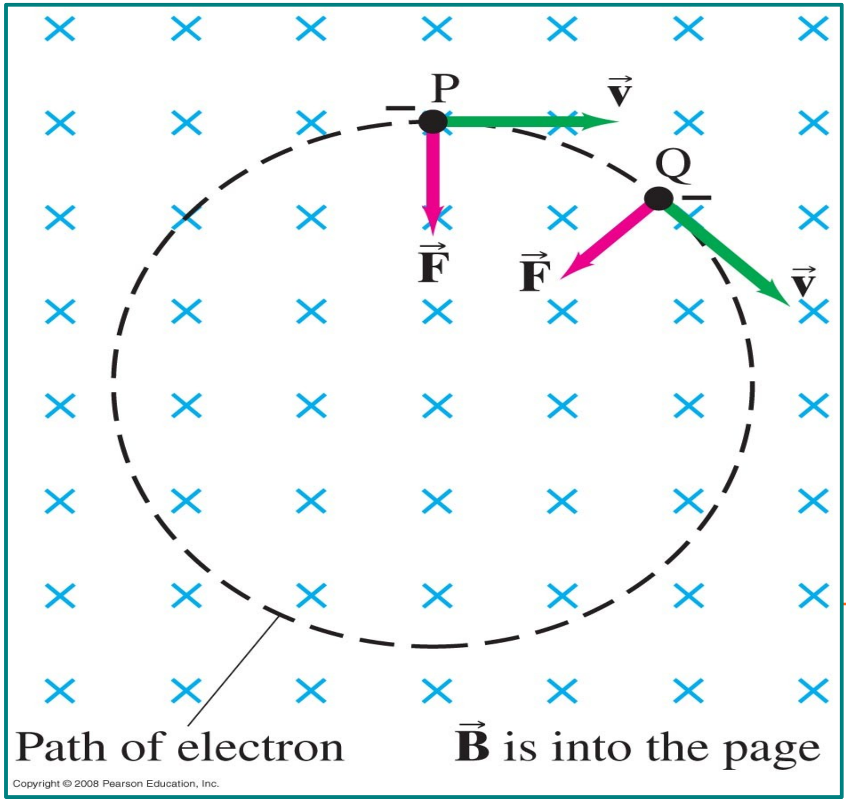
Koko sähköinen voima (*Lorentzin voima*):

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

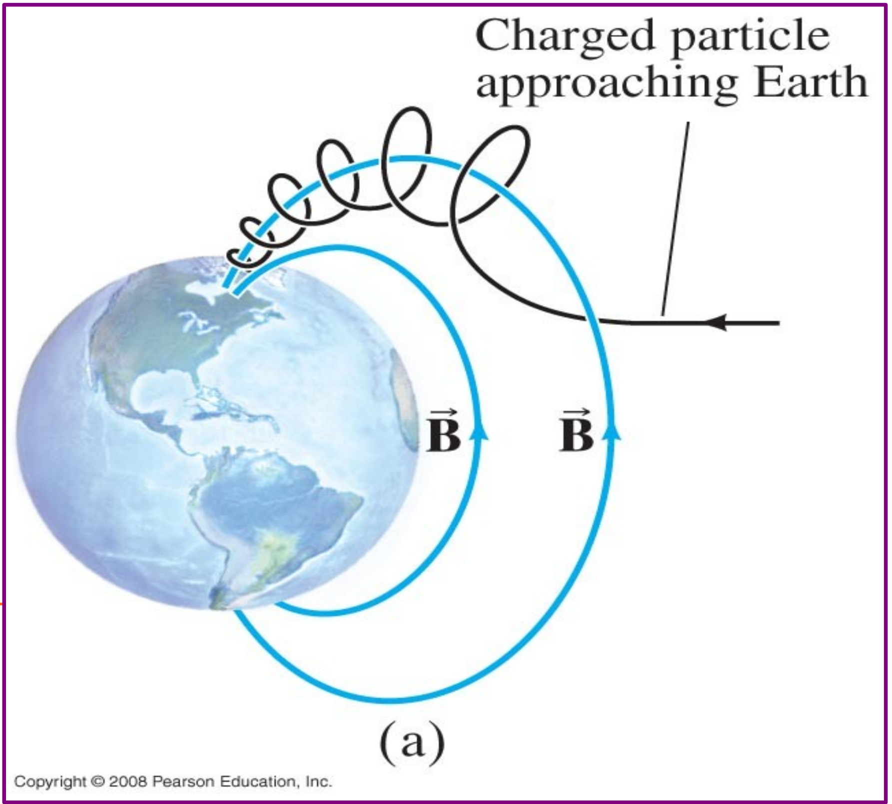
Miksi magneettinen voima on mainio?

- Magneettinen voima kohdistuu vain *liikkuvaan varaukseen*. Levossa olevat saavat olla rauhassa.
- Magneettinen voima on aidosti kolmiulotteinen.
- Magneettinen voima on kohtisuorassa hiukkasen liikesuuntaa vastaan → *ei tee työtä*

Varattuja hiukkasia voi ohjailla!

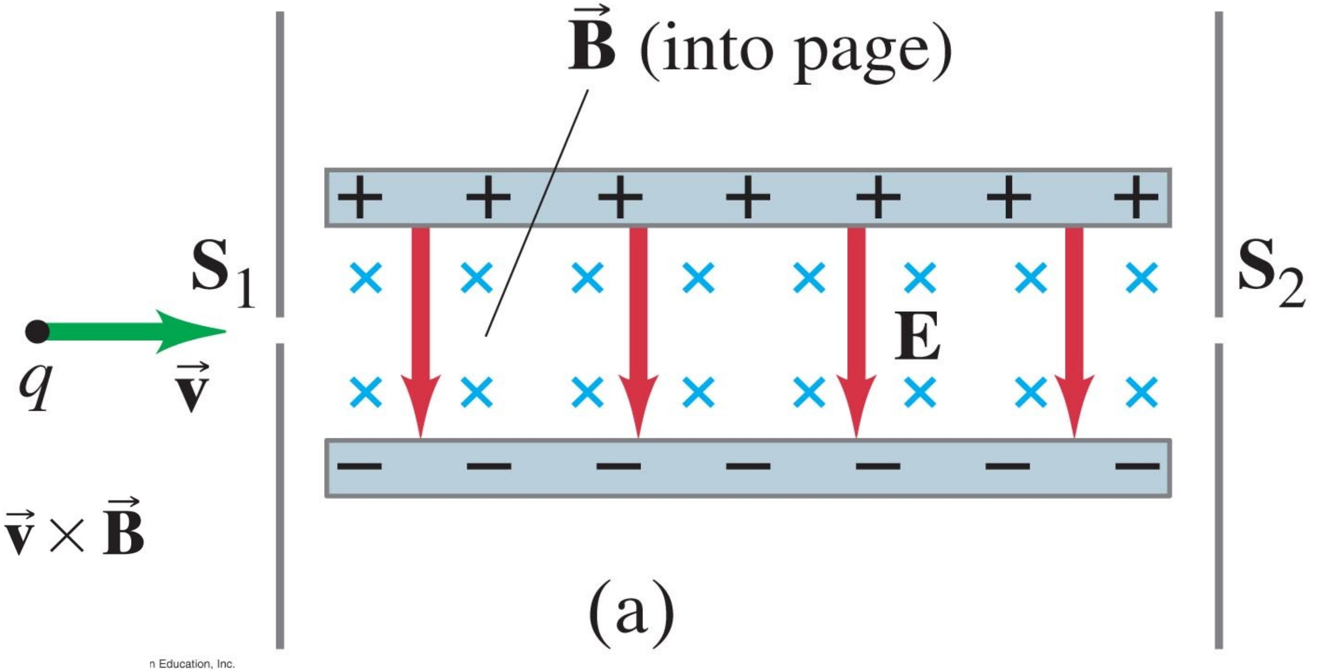


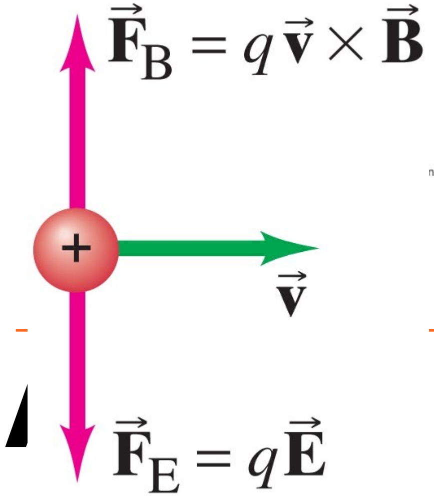
Syntyy spiraaliratoja – ja revontulet



Esimerkki: Nopeusvalitsin

Suihku varattuja hiukkasia saapuu raosta S_1.
Vain tietyllä nopeudella lentävät pääsevät raolle S_2.

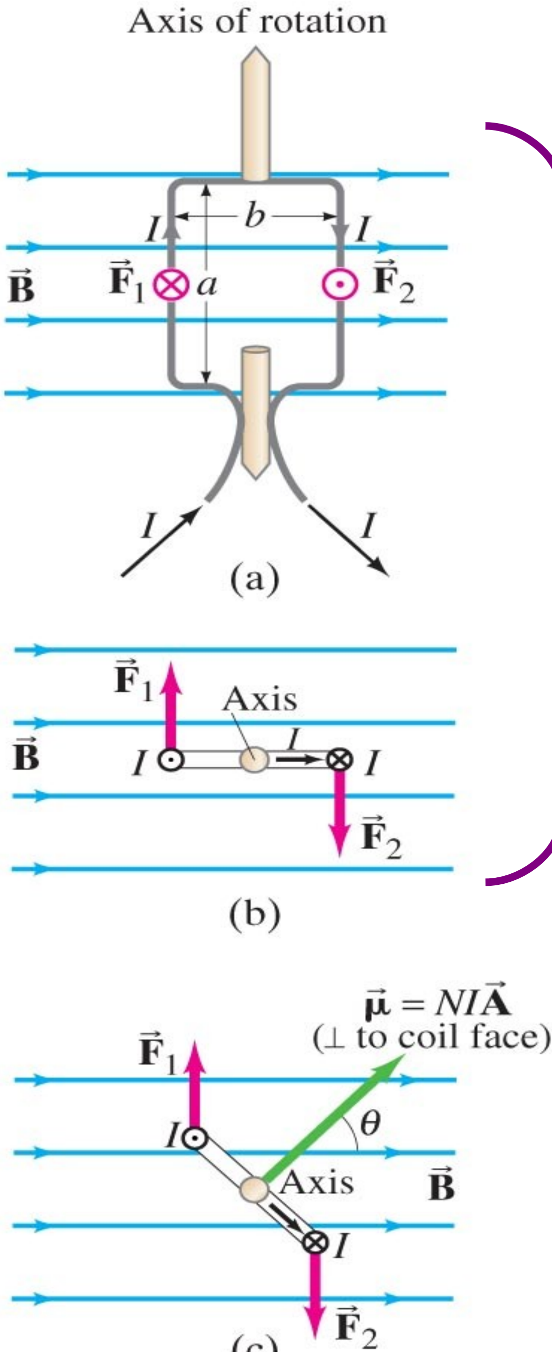




$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0 \Rightarrow q|\vec{v}|\,|\vec{B}| = q|\vec{E}| \Rightarrow vB = E$$

$$\Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

Magneettinen dipolimomentti



Virtasilmukka kohtisuorassa magneettikentässä → voimapari

$$\tau = IaB\frac{b}{2} + IaB\frac{b}{2} = IabB = IAB$$

Virtasilmukka kääntyneenä magneettikentässä → yhä voimapari

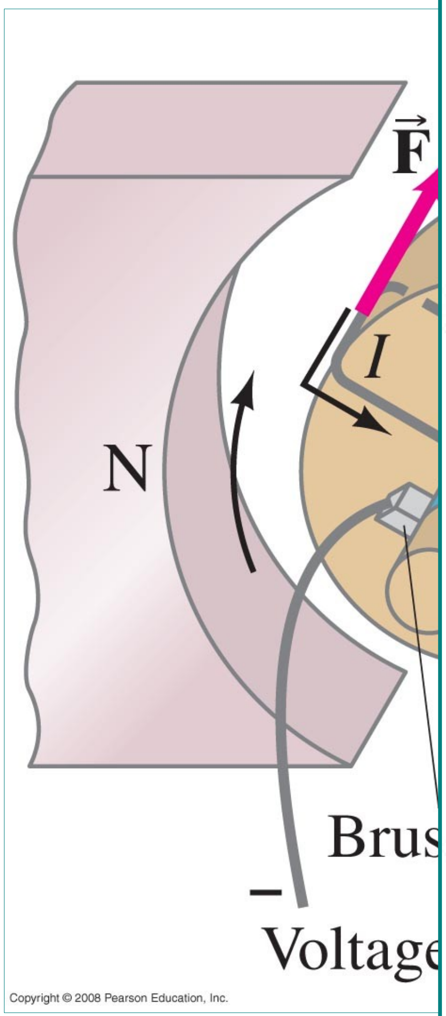
$$\tau = IabB\sin\theta = IAB\sin\theta$$

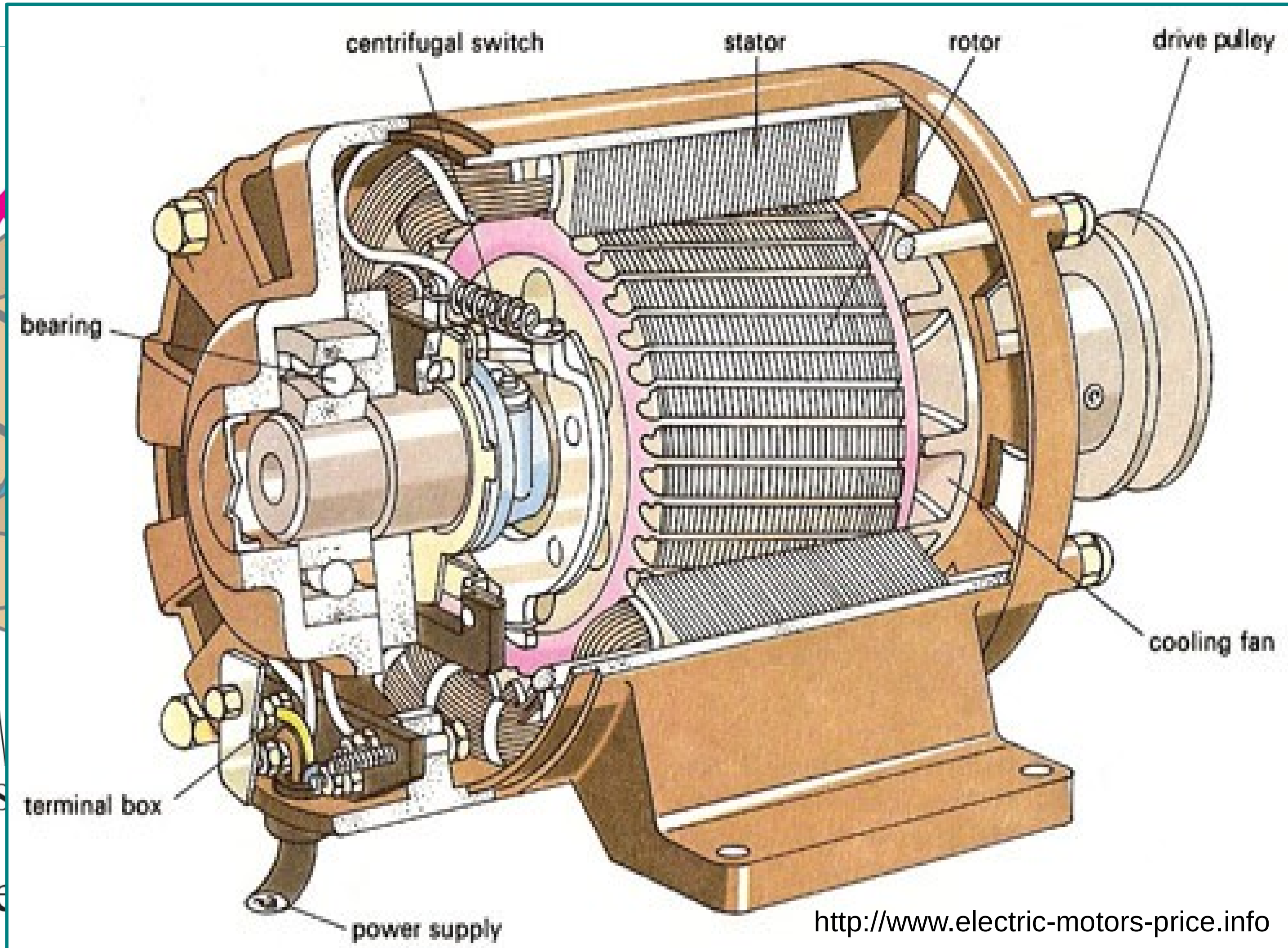
Magneettinen dipolimomentti: $\vec{\mu} = I\vec{A}$

$$\Rightarrow \quad \vec{\tau} = I\vec{A}\times\vec{B} = \vec{\mu}\times\vec{B}$$

Magneettinen dipolimomentti: Se parempi sovellus

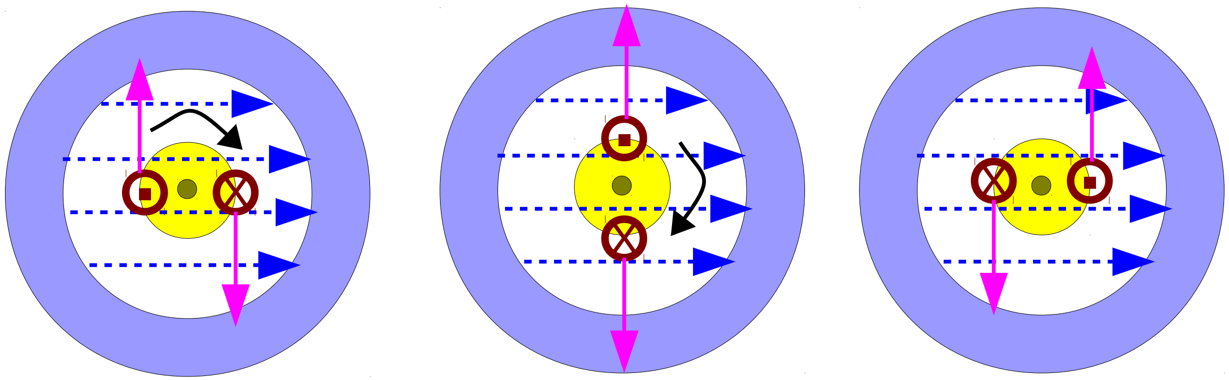
Magneettisen vääntömomenin ansioista virralla voi synnyttää mekaanisen pyörimisliikeen → *sähkömoottori*

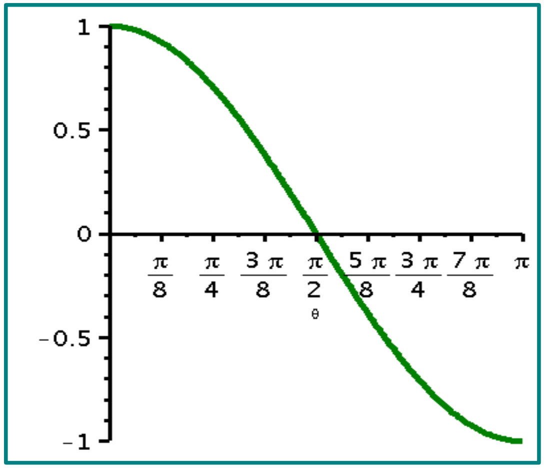




Magneettinen dipolimomentti: Sähkömoottorin rakentaminen

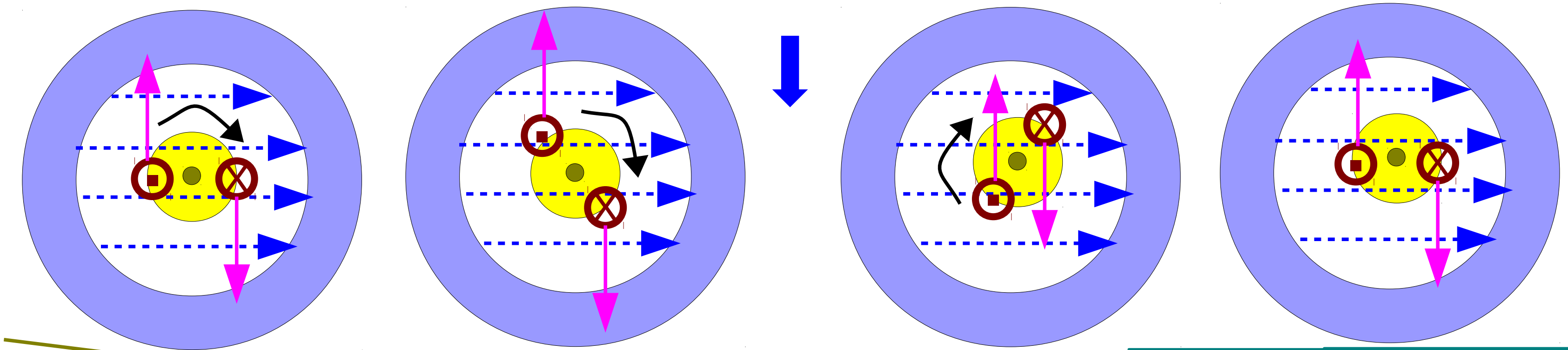
Versio 1:



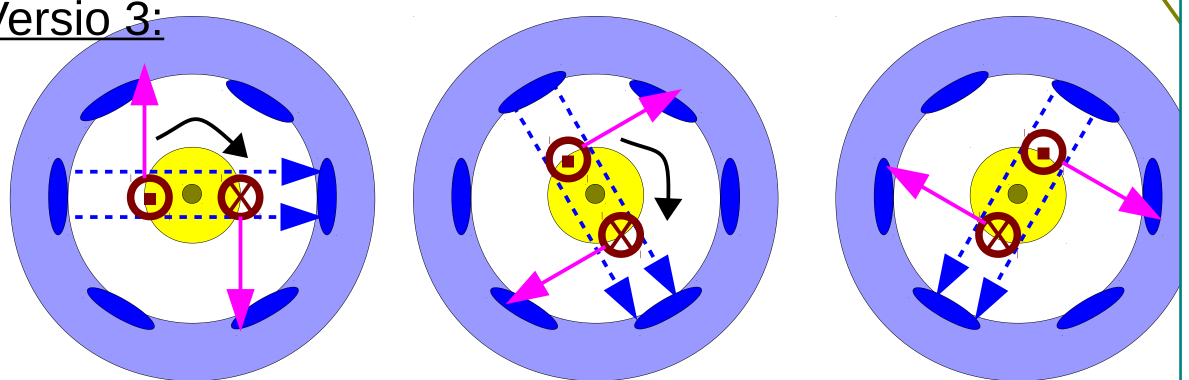


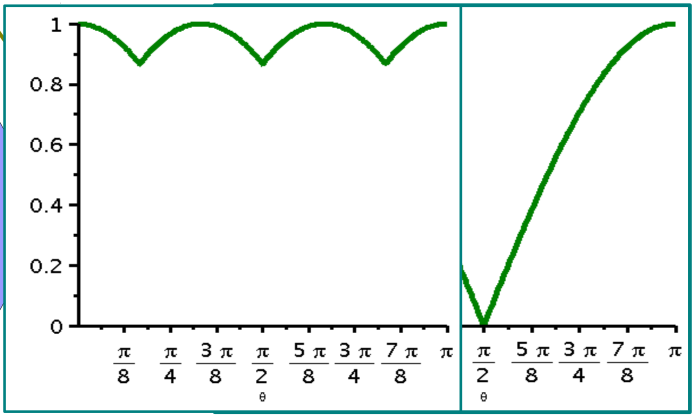
Versio 2:

Virran suunta vaihtuu



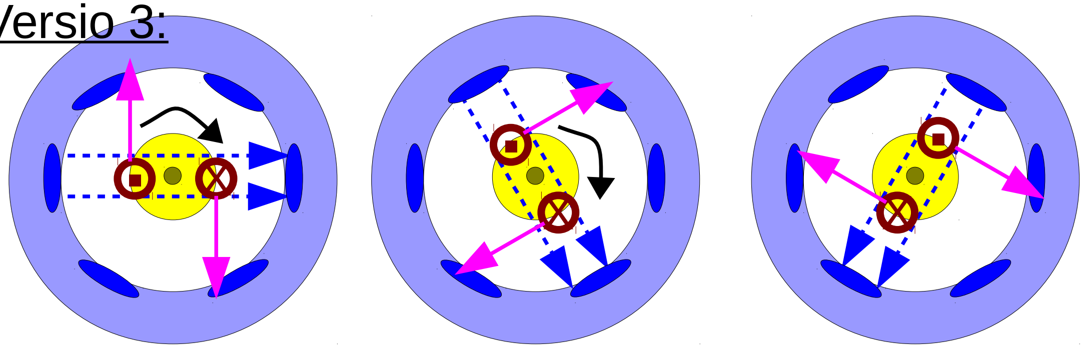
Versio 3:

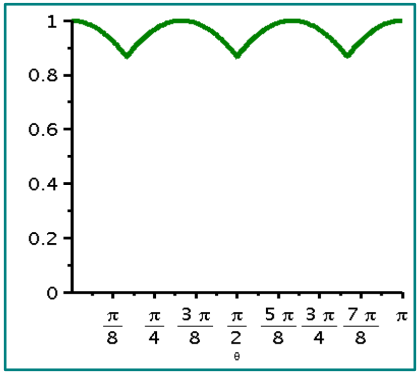




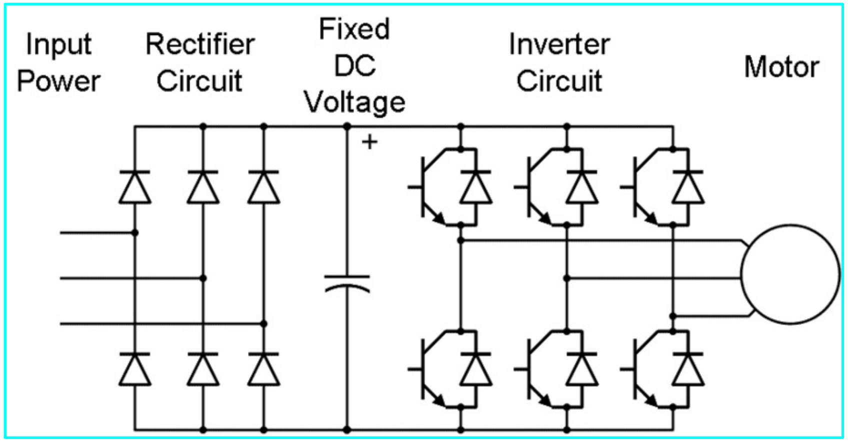
Sähkömoottori: tehon säätö

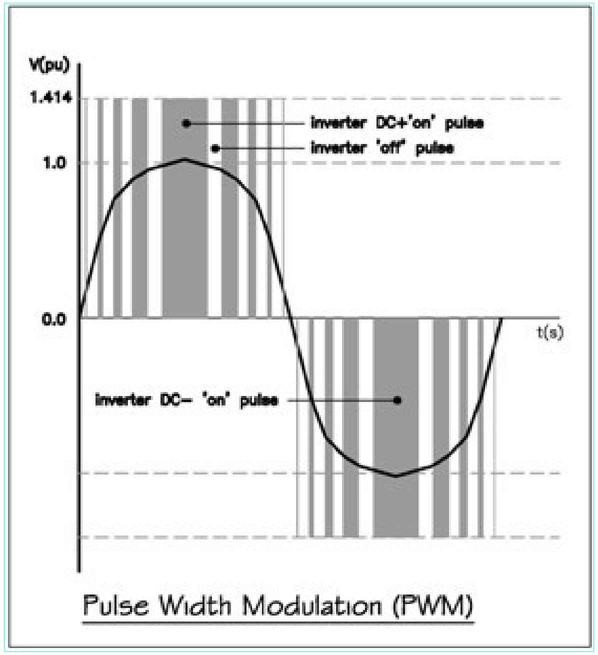
Versio 3:





- Momenttiin voi vaikuttaa roottorin virran ja/tai staattorin magneettikentän voimakkuuden kautta
- Pyörimisnopeuteen voi vaikutaa
  - Mekaanisen vaihteiston avulla
  - Muuttamalla staattorin magnettikentän pyörimisnopeutta
    - Magneettikentän pyörimisnopeus määräytyy staattoriin syötettävän vaihtovirran taajuudesta → taajuusmuuttajan tarve

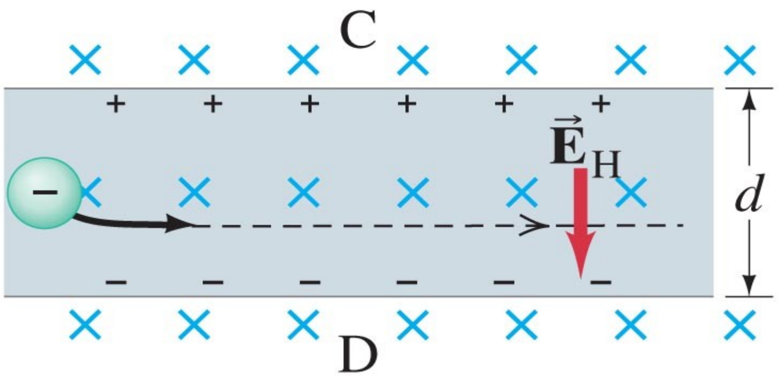




http://www.frequencyinverters.org/

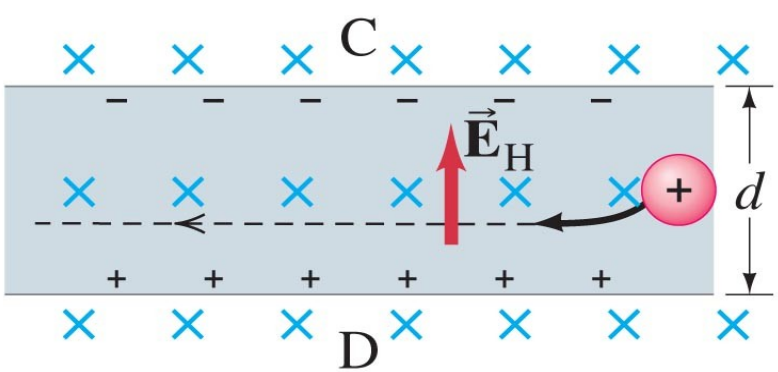
Hallin ilmiö

E.H. Hall huomasi 1879, että kun virtajohtimen laittaa magneettikenttään, syntyy poikittainen jännite.



(a)

virran suunta (a) ja (b)



(b)

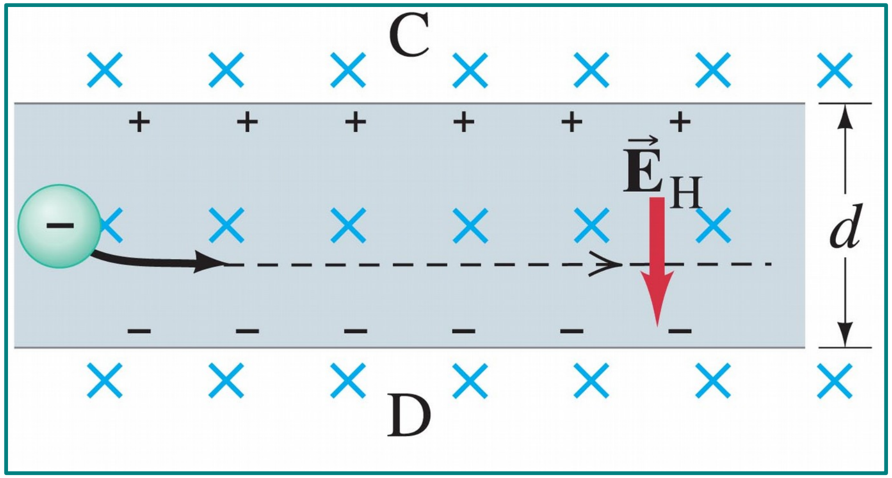
Miksi?

1. Virta on liikkuvia varauksenkuljettajia.
2. Liikkuva varaus → magneettinen voima
3. Varaukset pakkautuvat johtimen reunoille
4. Syntyy potentiaaliero V_{CD} ja sähkökenttä, joka tasapainottaa magneettisen voiman.

Kuka hyötyy?

1. Jännitteen suunnasta voidaan päätellä varauksenkuljettajien merkki (+/-).
2. Jännitteen ja virran suuruudesta voidaan laskea varauksenkujettajien tiheys.

Hallin ilmiö – varauksenkuljettajien tiheyden mittaaminen



Mitataan:

- d = 1,8 cm
- B = 1,2 T (sisään kuvan tasoon)
- I = 15 A (←)
- V_{CD} = 1,02 μV
- Johtimen paksuus h = 1,0 mm

$$v_d = \frac{V_{CD}}{Bd} = 4{,}7 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m/s}$$

Järkeillään:

Sähkökenttä johteessa:

$$E_H = |\vec{E}_H| = \frac{V_{CD}}{d}$$

Tasapainossa:

$$eE_H = ev_dB$$

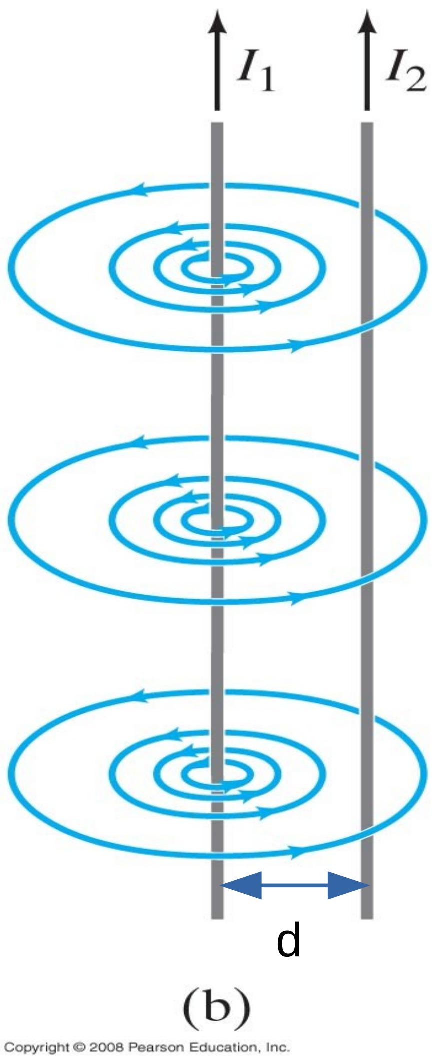
Toisaalta:

$$I = nev_dA = nev_ddh$$

Kaiken kaikkiaan: $n = \dfrac{IB}{ehV_{CD}} = 11 \cdot 10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}$

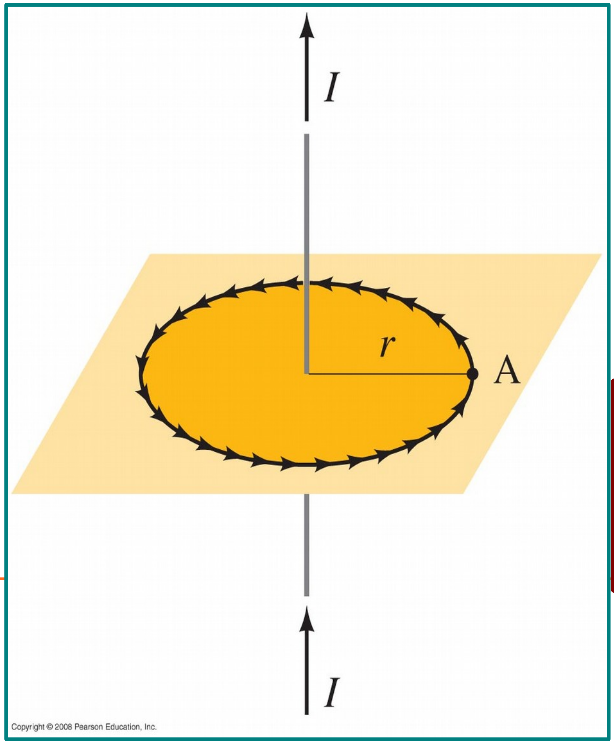
Takaisin virtajohtimiin: Ampèren laki

Tähän mennessä tapahtunutta: Virtajohdin 1 synnyttää magneettikentän B_1, (jonka johtimen 2 liikkuvat varaukset havaitsevat).



$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}$$

Voisiko tämän sanoa yleisemmin?



Ampèren laki magneettikentälle:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\mathrm{encl}}$$

Viivaintegraali – ihan kuin työtä laskettaessa

André-Marie Ampère (1775-1836)

Virtajohtimet ja viivaintegraalit

$$\int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = ?$$

A

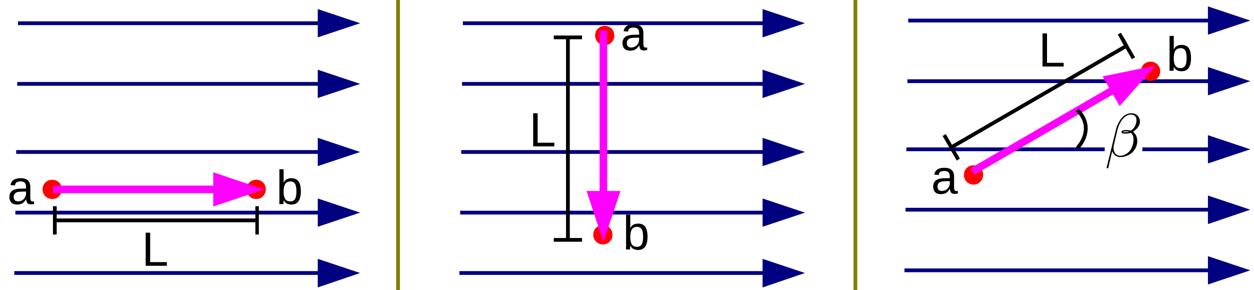
$$\vec{B} = B\vec{i}$$

B

$$\vec{B} = B\vec{i}$$

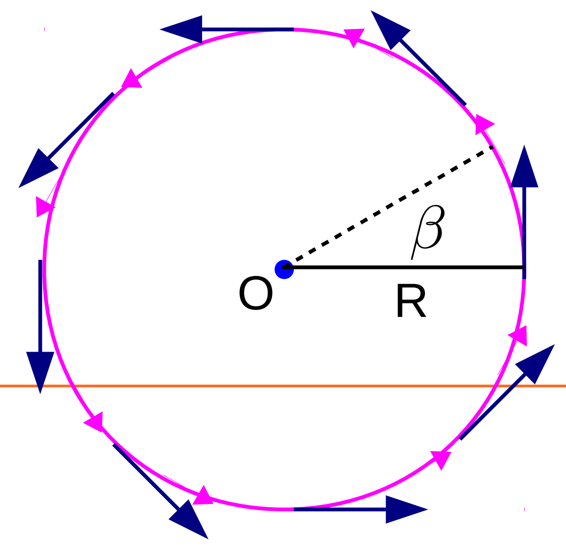
C

$$\vec{B} = B\vec{i}$$



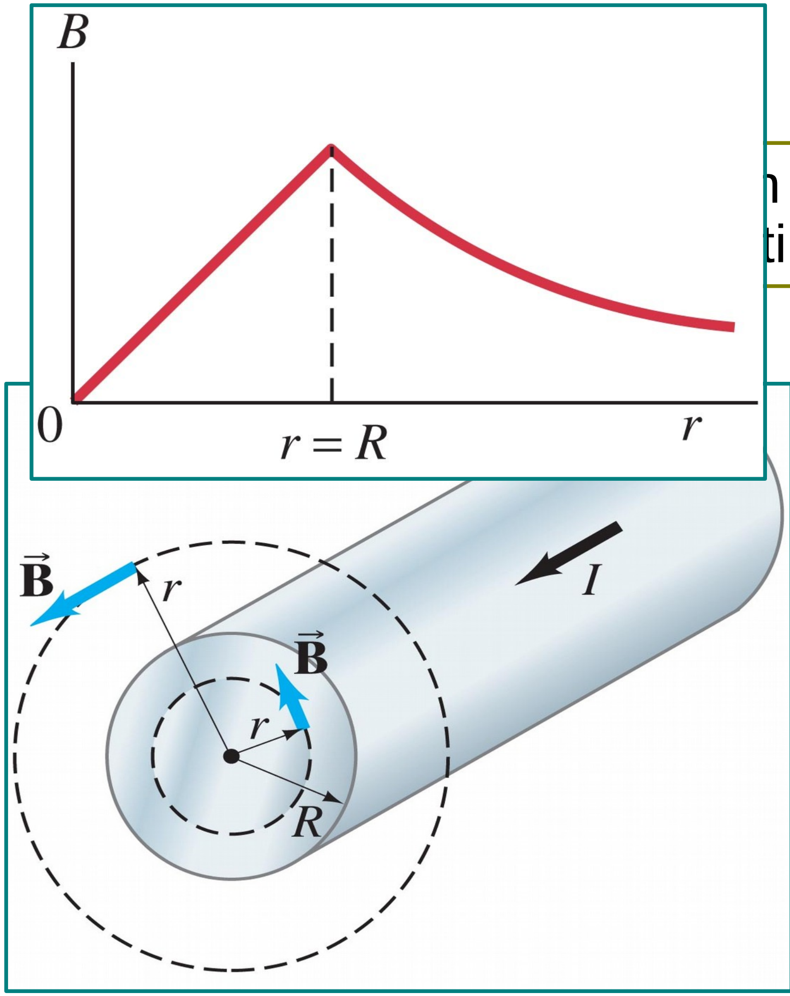
D

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = ?$$



$$\vec{B} = B\left(\vec{i}\cos\beta - \vec{j}\sin\beta\right)$$

Ampèren laki



n sitten, toistaako Ampèren laki
timelle, mitä jo tiedämme.

0. Symmetrian vuoksi magneettikenttä on johtimen akselia vastaan kohtisuorassa ja sen voimakkuus riippuu vain etäisyydestä r

1. Kun r > R eli johtimen ulkopuolella:

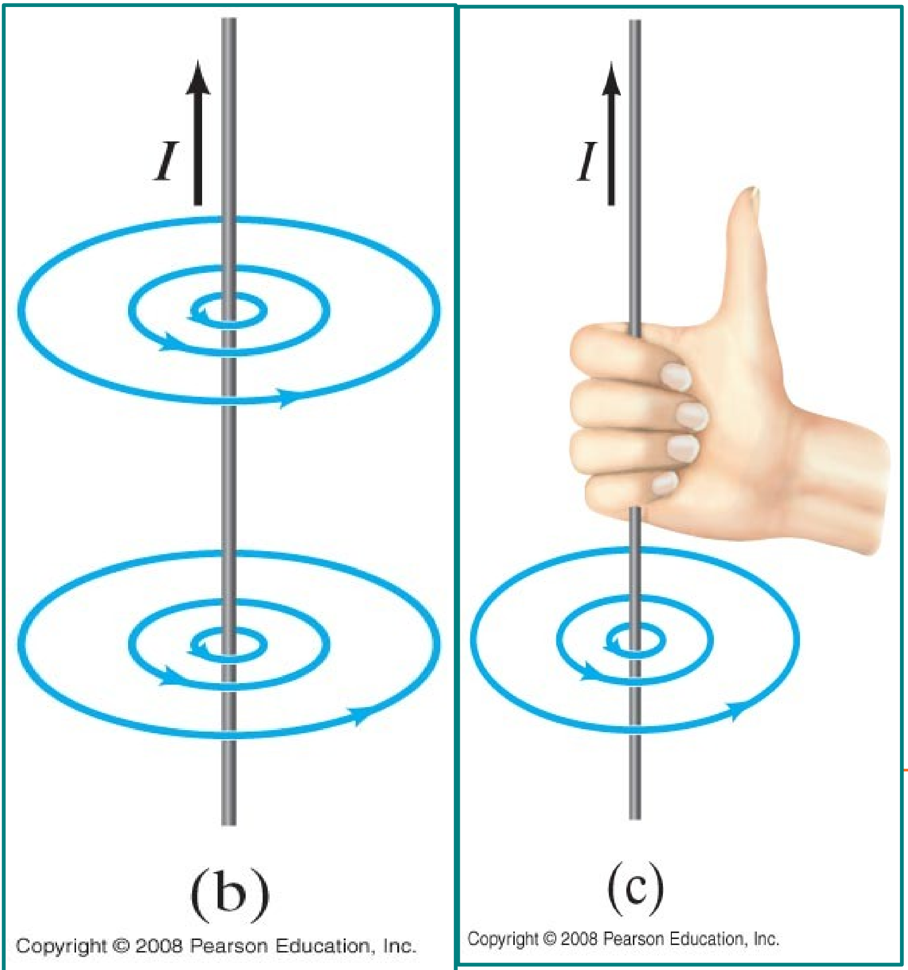
$$\left.\begin{aligned} \oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} &= B2\pi r \\ \mu_0 I_{\text{encl}} &= \mu_0 I \end{aligned}\right\} \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

2. Kun r < R eli johtimen sisäpuolella:

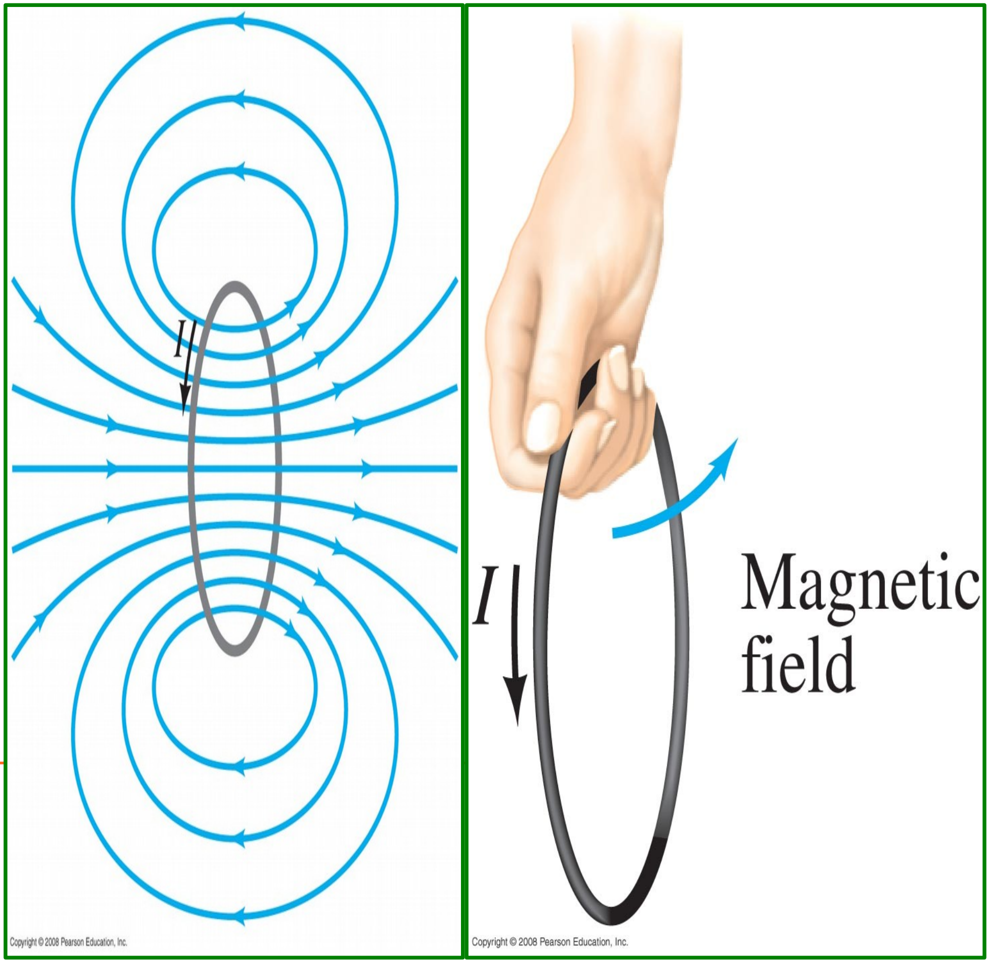
$$\left.\begin{aligned} \oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} &= B2\pi r \\ \mu_0 I_{\text{encl}} = \mu_0 I\frac{A_r}{A_R} &= \mu_0 I\frac{r^2}{R^2} \end{aligned}\right\} \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Ir}{R^2}$$

Muutama primitiivinen virtageometria ja niiden synnyttämä magneettikenttä

1. Suora virtajohdin

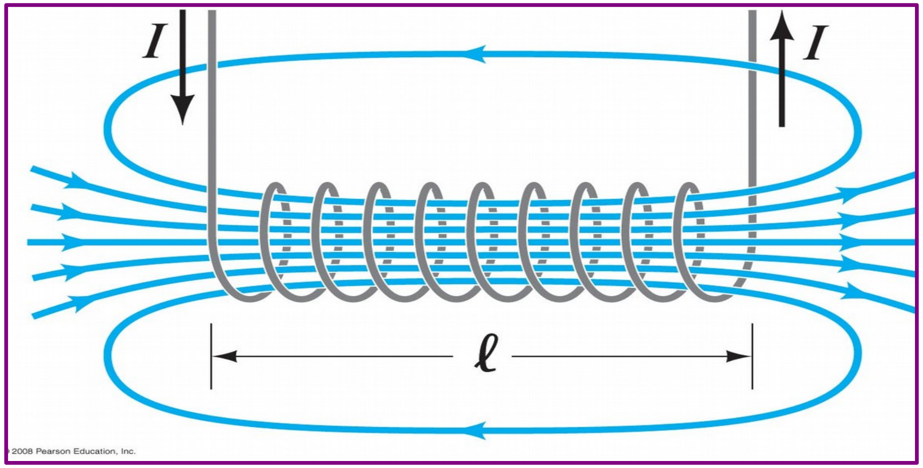


2. Virtasilmukka

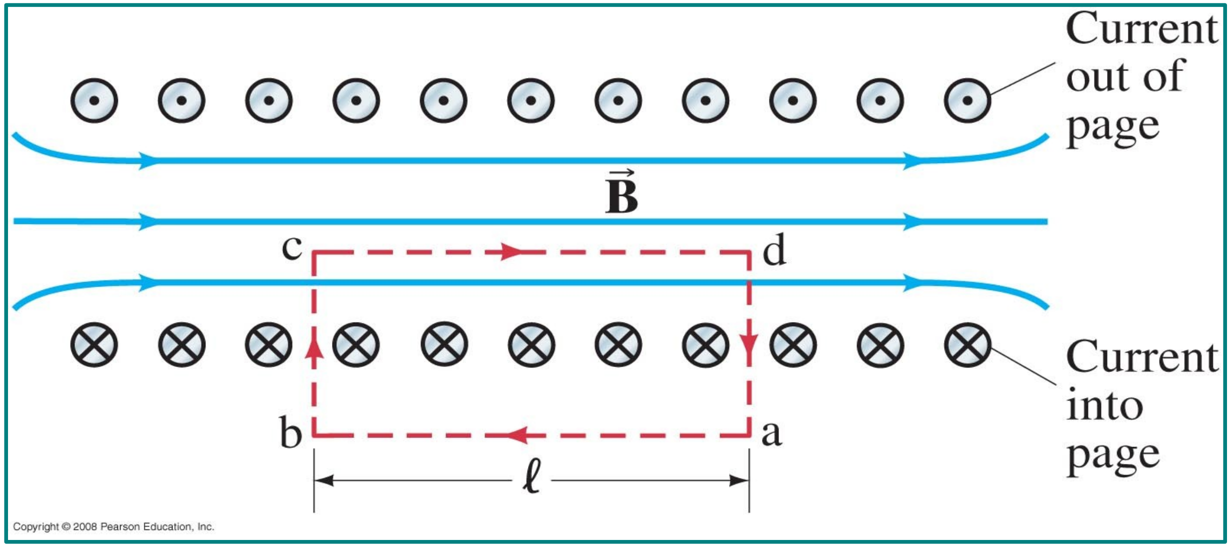


Ampèren laki – tapaus solenoidi

Jos johdinta kiertää
saa aikaan *käämin*.
Suora käämi on *solenoidi*:



Idealisoituna eli **B** akselin suuntainen ja homogeeninen:



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B\ell$$

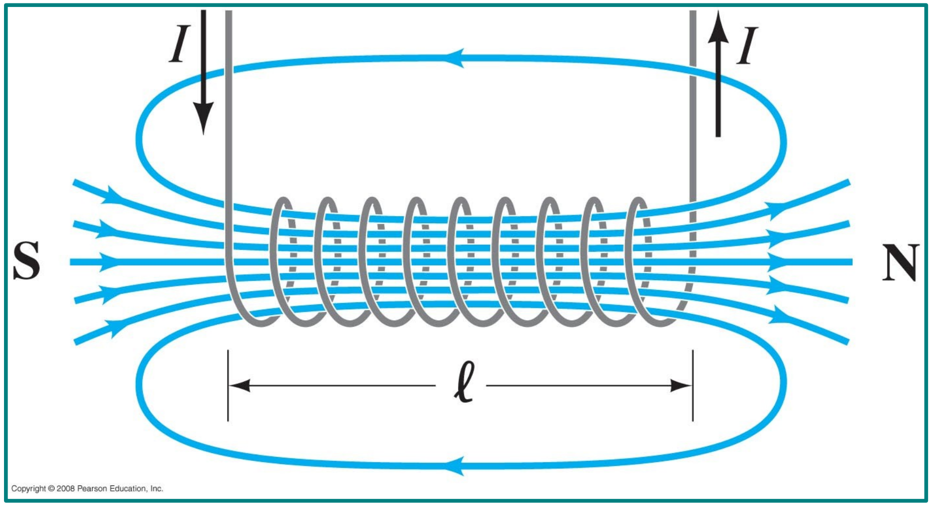
$$\underbrace{I_{\mathrm{encl}} = NI}$$

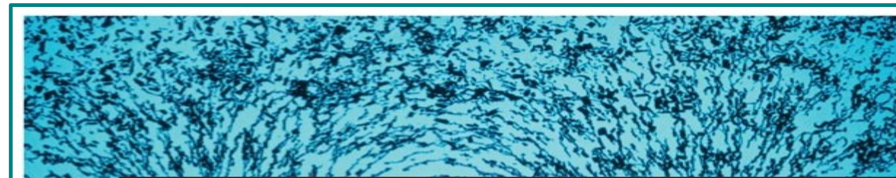
$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 n I$$

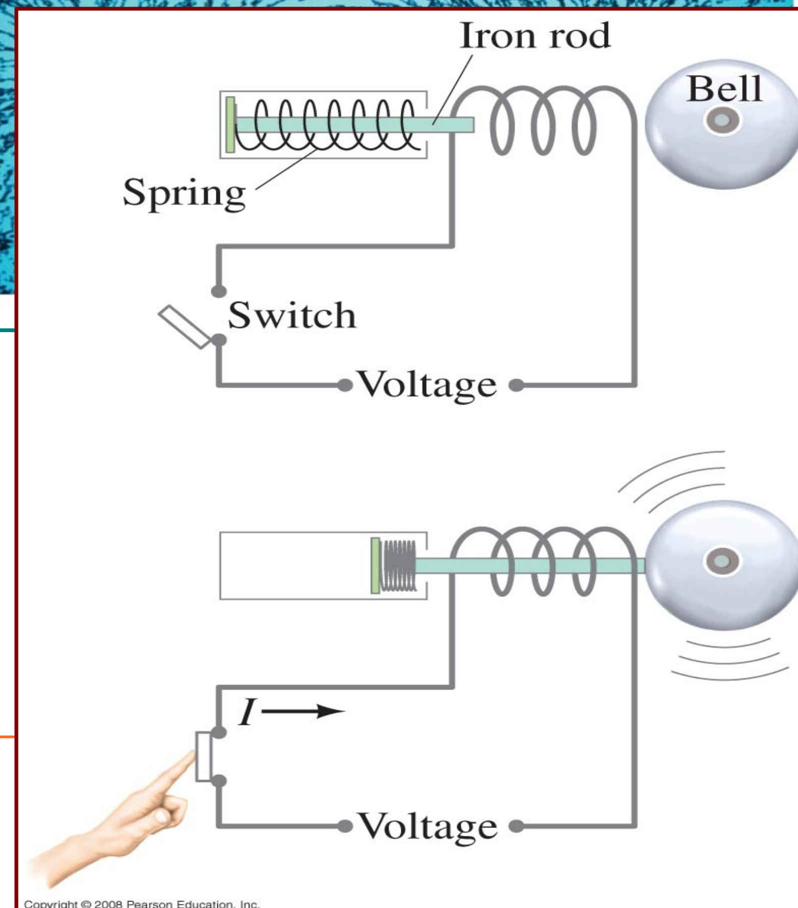
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \cancel{\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{\ell}} + \cancel{\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{\ell}} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \cancel{\int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}$$

Solenoidin sovelluksia I

Solenoidi on siis efektiivisesti sauvamagneetti, joka voidaan kytkeä päälle ja pois virran avulla.



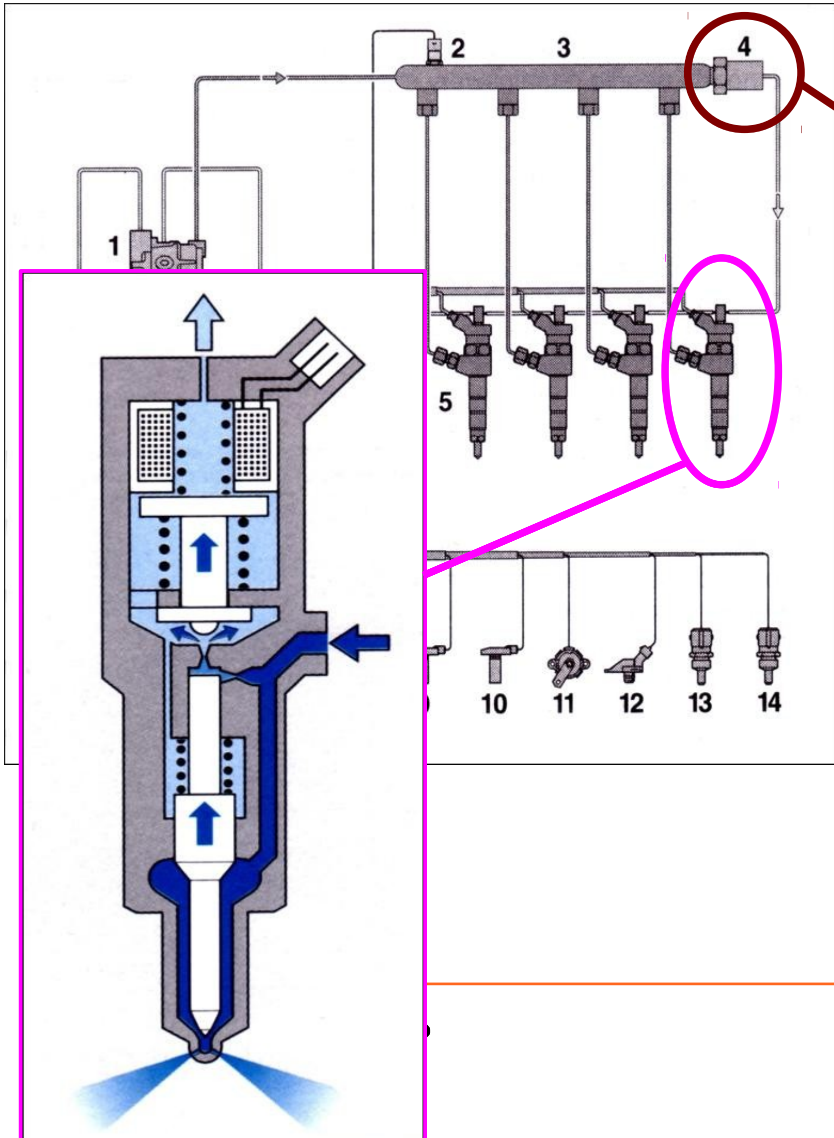


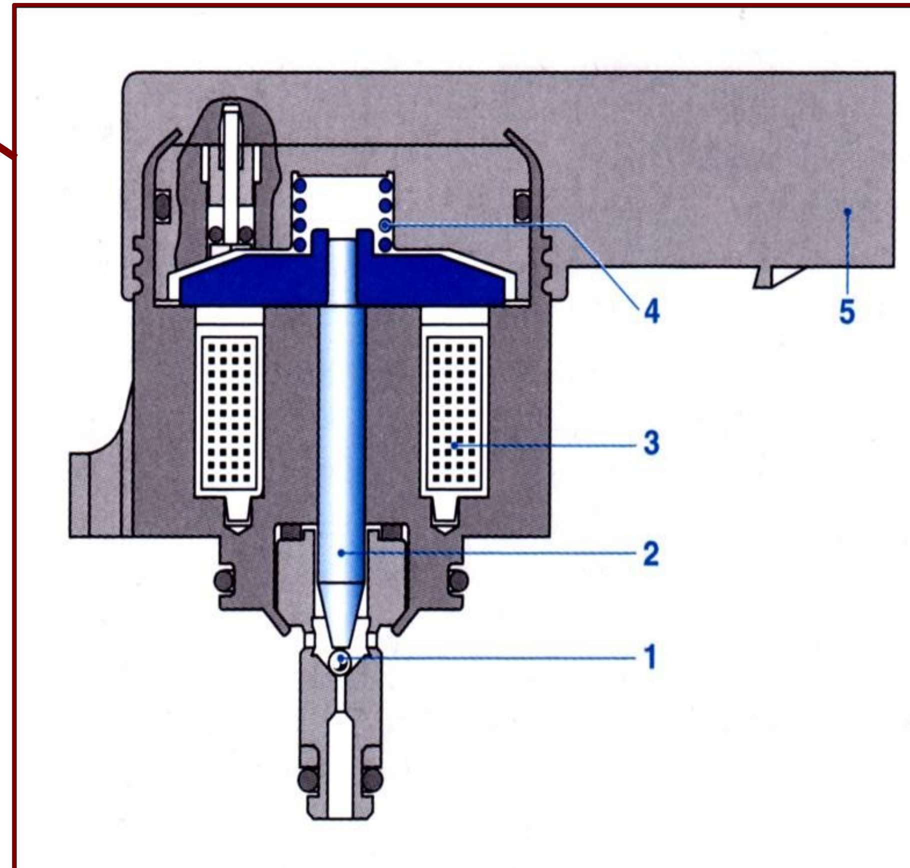


Tällaiselle vehkeelle on tietysti paljon käyttöä kytkimenä. Sähköhän on nopeaa, joten kytkentäkin on nopeaa.

Solenoidin sovelluksia II

Nykydieselien yhteispaineruiskutuksessa on solenoidi poikineen.

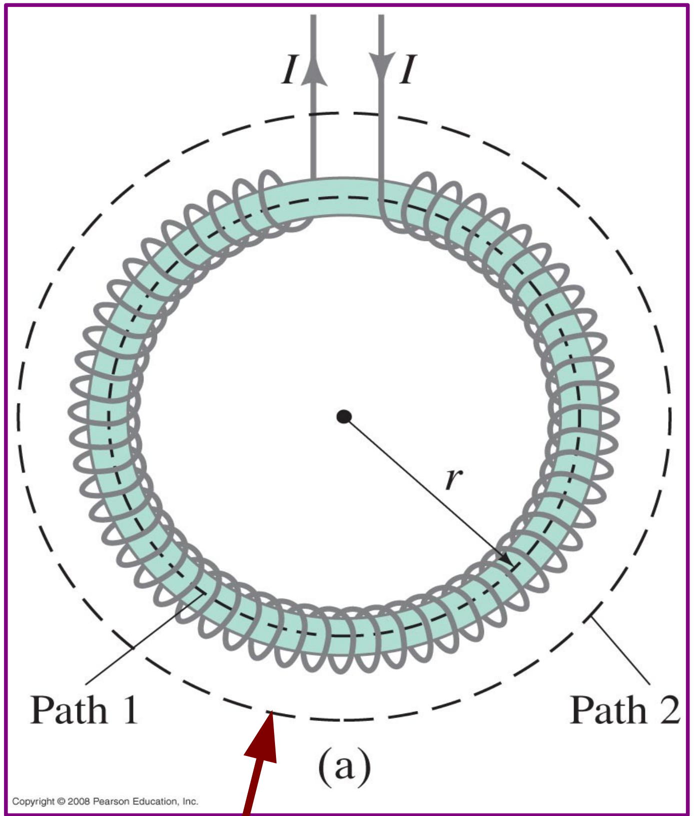




Kuvat: autospeed.com

Ampèren laki – tapaus toroidi

Jos solenoidin kiertää mutkalle saa *toroidin*.

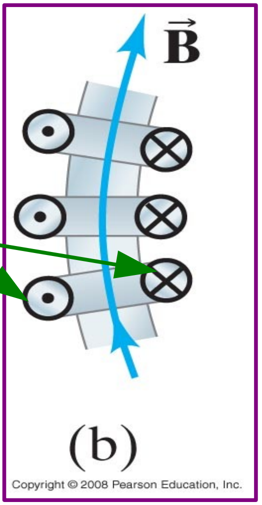


Polku 1 vastaa solenoidia:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

Polku 2 on toisenlainen:

Geometrian vuoksi virrat kulkevat aina pareittain polun 2 läpi.



$$I_{\text{encl}} = 0$$

$$B = 0$$

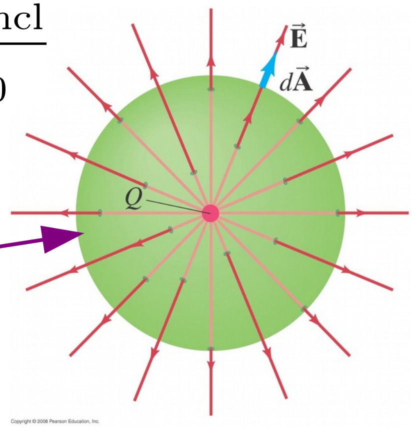
Magneettikenttä ei leviä (ideaalisen) toroidin ulkopuolelle.

Magneettikenttä ja sähkökenttä

Gaussin laki sähkökentälle

$$\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$$

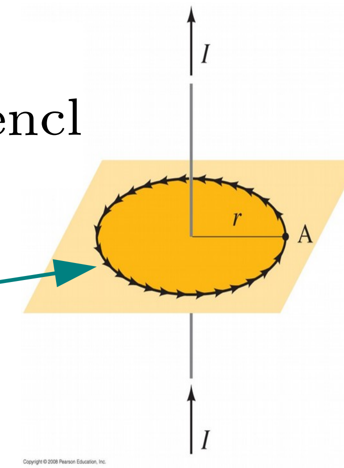
suljettu pinta



Ampèren laki

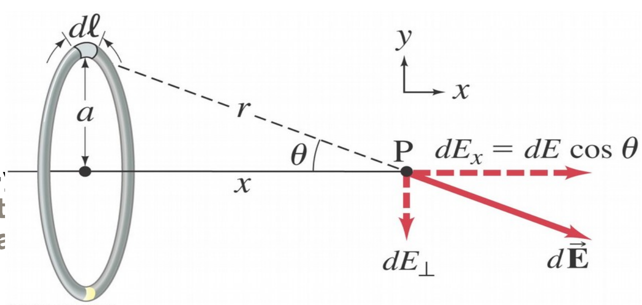
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

suljettu käyrä



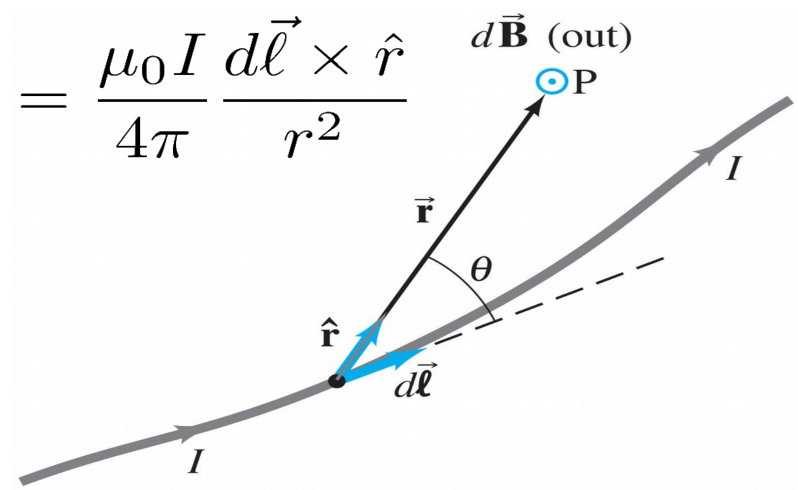
Coulombin laki

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} \hat{r}$$

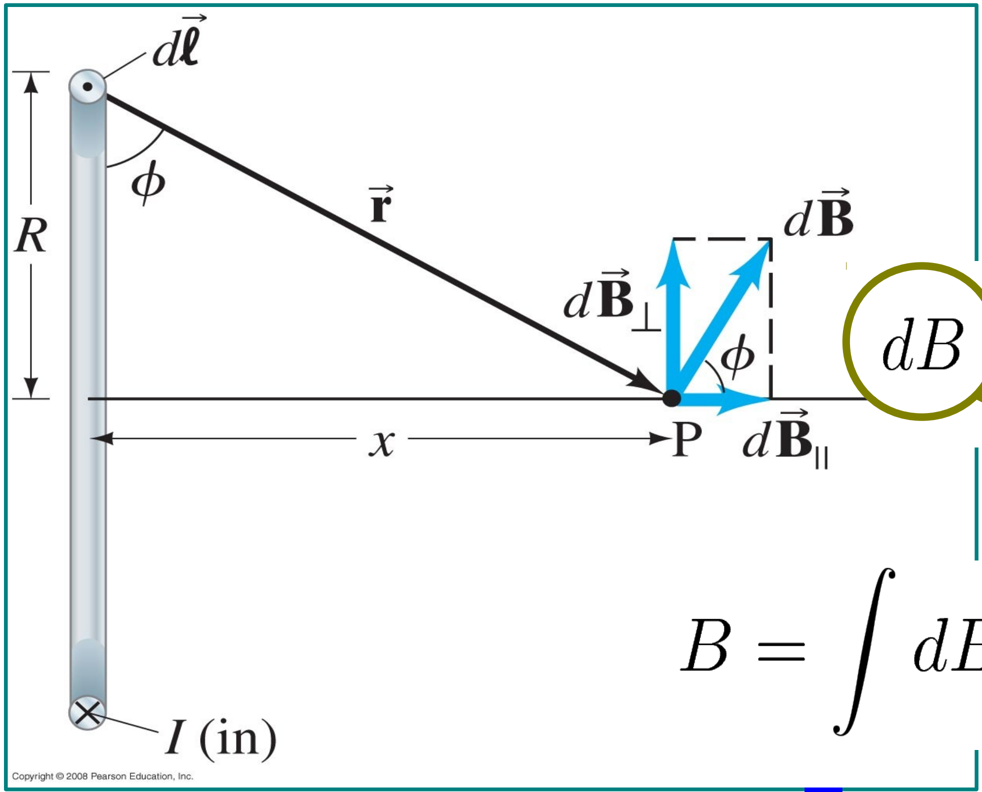


Biot-Savartin laki

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$



Biot-Savartin laki: Virtasilmukka



$$d\vec{\ell} \perp \hat{r} \qquad r^2 = R^2 + x^2$$

$$dB = |d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I \, d\ell}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I \, d\ell}{4\pi(R^2+x^2)}$$

$$B = \int dB \cos\phi = \int dB \frac{R}{(R^2+x^2)^{1/2}}$$

$$2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}} \int d\ell = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

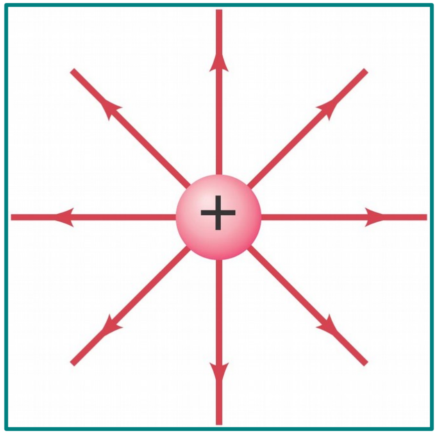
Vertailun vuoksi: tasaisesti varatun renkaan sähkökenttä oli

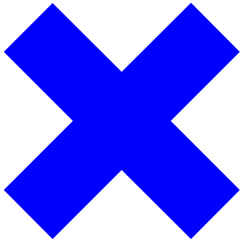
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

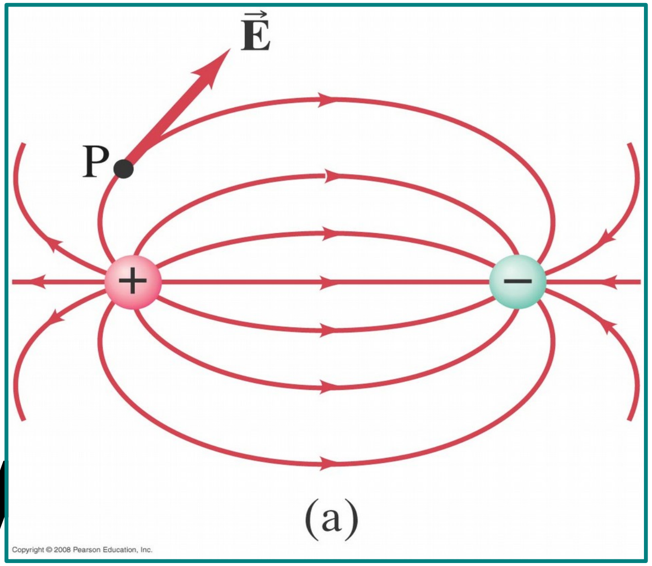
Monopoli ja dipoli

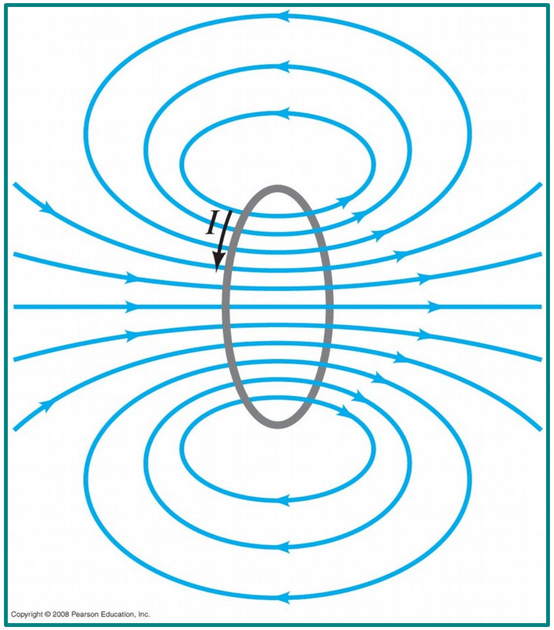
Sähköinen

Magneettinen

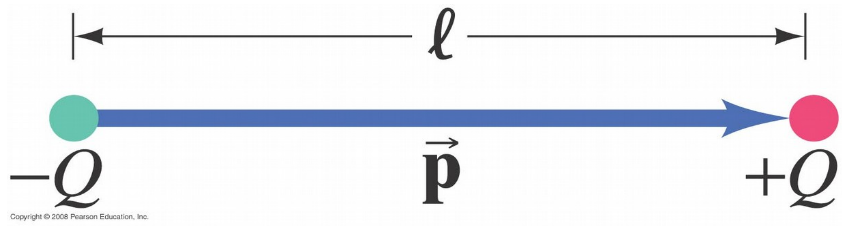








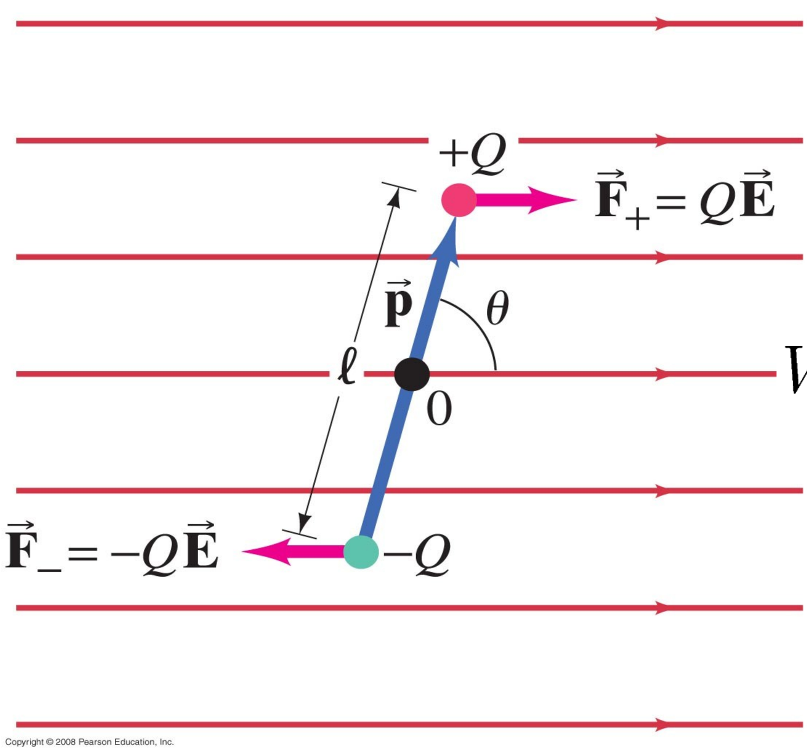
Sähköstatiikka: Sähköinen dipoli



$$\vec{p} = Q\vec{\ell}$$

Ulkoisessa kentässä: $$\tau = QE\frac{\ell}{2}\sin\theta + QE\frac{\ell}{2}\sin\theta = pE\sin\theta$$

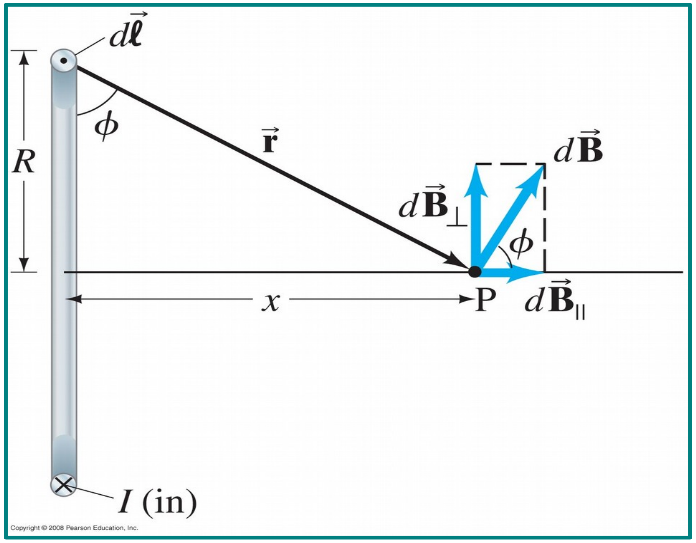
$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$$



$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta = pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$
$$= -\Delta U$$

$$\boxed{U = -pE\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E}}$$

Virtasilmukka → magneettinen dipoli



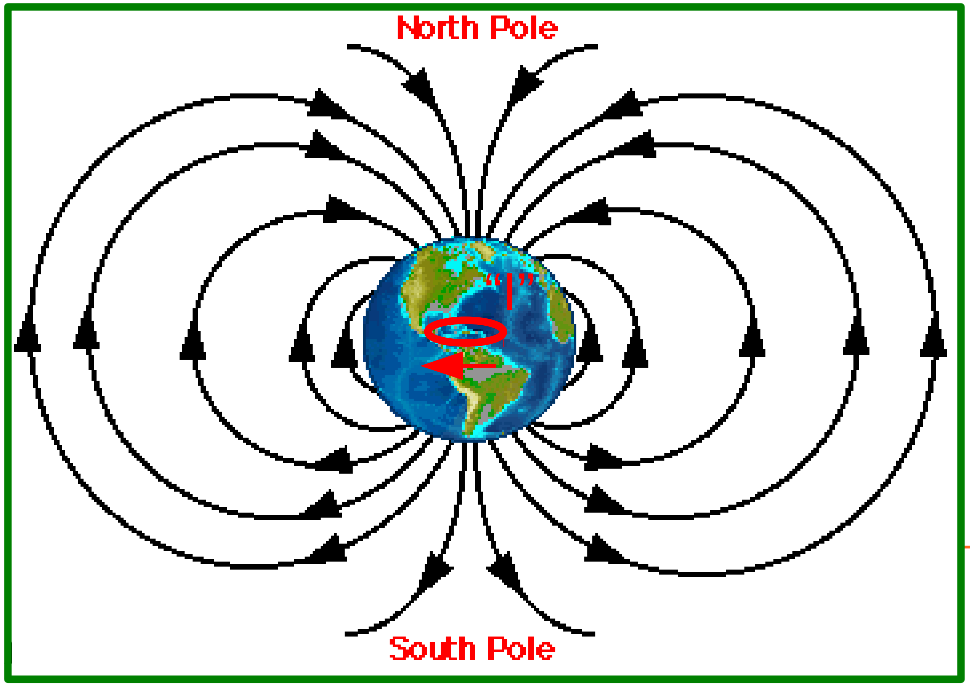
Äsken selvitimme, että

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Toisaalta, muistissa on,
että virtasilmukan (tmv.)
magneettinen dipolimomentti on

$$\mu = IA = I\pi R^2$$

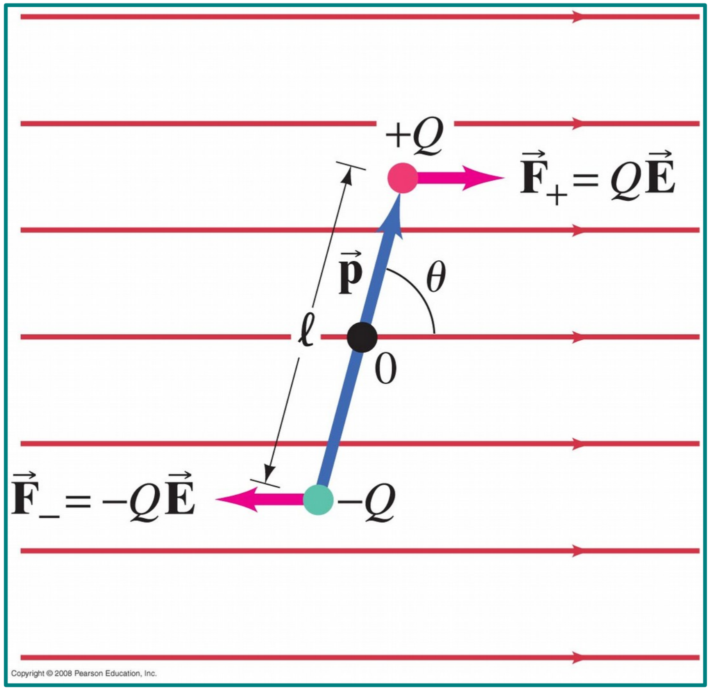
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$



http://www.unc.edu/depts/oceanweb/turtles/geomag.html

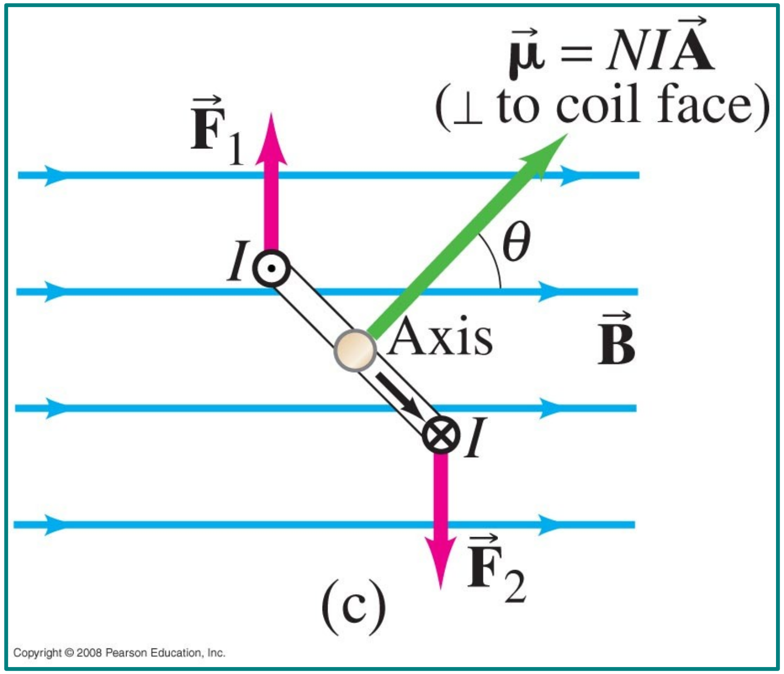
Dipoli ulkoisessa (vastaavassa) kentässä

Sähköinen



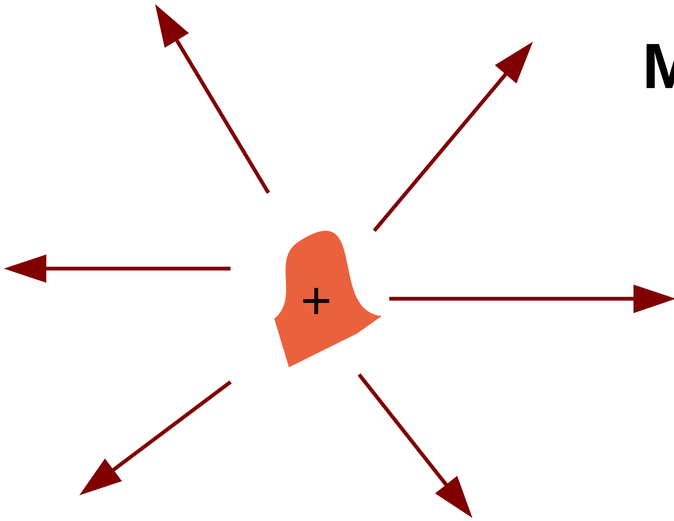
$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Magneettinen

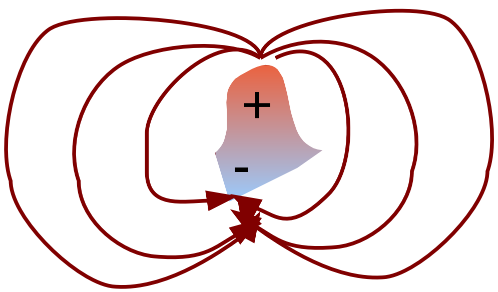


$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

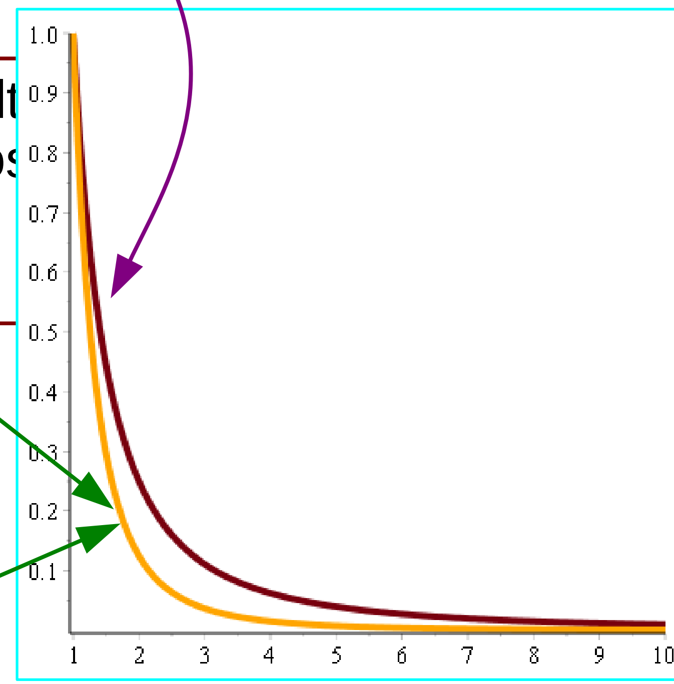
Miksi monopoli ja dipoli?

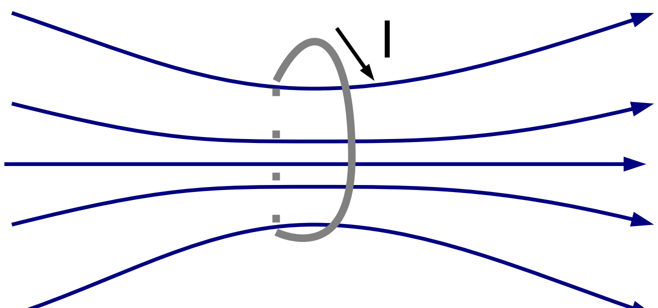


Näyttää kaukaa monopolilta,
$E \sim r^{-2}$



Näyttää kaukaa dipolilt
Ei voi olla monopoli, kos
ei nettovarausta,
$E \sim r^{-3}$





Näyttää kaukaa
dipolilta,
$B \sim r^{-3}$