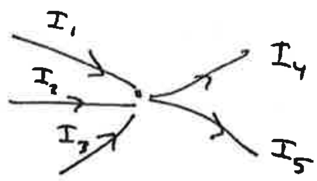
VIRTAPIIRIT

Lukiosta tuttua: Kirchoffin lait

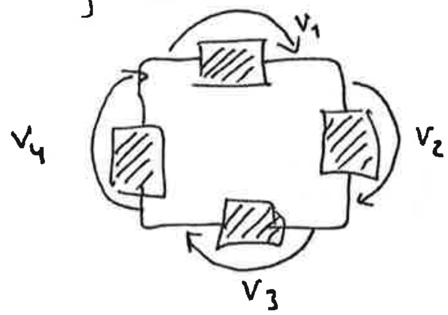
• varauksen säilyminen:



$I_1+I_2+I_3 = I_4+I_5$.

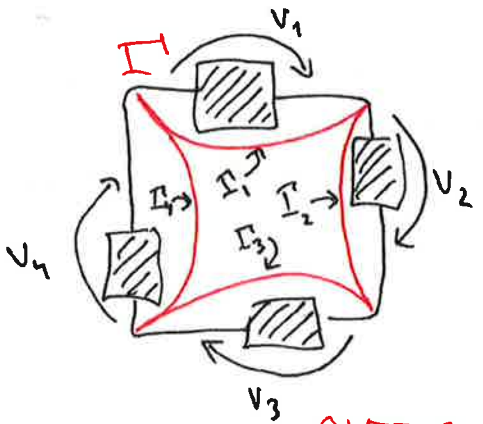
tai $\sum_m I_m = 0$

• jännitemuutos suljetulla piirillä = 0:



$V_1+V_2+V_3+V_4=0$.

Mutta Kirchoffin lait (lähinnä jälkimmäinen) ei toimi aina.
Tarkastellaan virtapiirejä Faradayn lain kautta (se toimii aina).



Tarkastellaan polkua Γ.

Faraday:

$$\oint_\Gamma \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

OLETUS: Ei piirin läpäisevää magneettivuota $\Rightarrow \frac{d\phi_B}{dt}=0$

$$\Rightarrow \oint_\Gamma \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0.$$

Polku Γ koostuu neljästä osapolusta Γ_1, Γ_2, Γ_3 ja Γ_4:

$\int q\vec{E}\cdot d\vec{l}$ oli testivarauksen tekemä työ $W_1 \rightarrow \frac{W_1}{q} = \int \vec{E}\cdot d\vec{l}$ on pot. muutos.

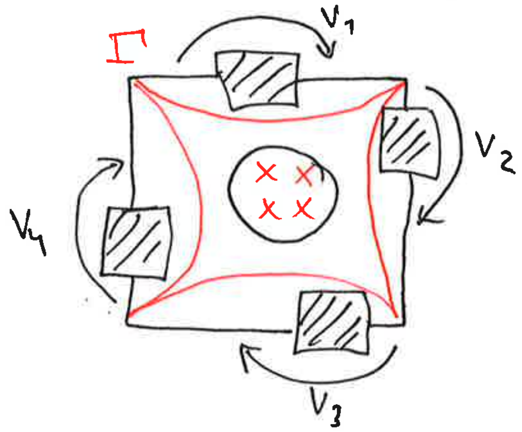
$$0=\oint_\Gamma \vec{E}\cdot d\vec{l} = \underbrace{\int_{\Gamma_1} \vec{E}\cdot d\vec{l}}_{V_1} + \underbrace{\int_{\Gamma_2} \vec{E}\cdot d\vec{l}}_{V_2} + \underbrace{\int_{\Gamma_3} \vec{E}\cdot d\vec{l}}_{V_3} + \underbrace{\int_{\Gamma_4} \vec{E}\cdot d\vec{l}}_{V_4}$$

V_1, potentiaalinmuutos komponentin 1 yli

$\Rightarrow \quad V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 0$

Faradayn laki virtapiirille ilman magneettikenttää antaa siis Kirchoffin lain.

Mutta jos piirin läpäisee muuttuva magneettivuo (esim. solenoidi jonka virta muuttuu):



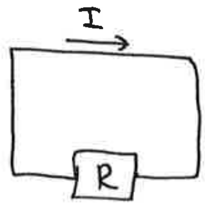
Faraday:

$$\underbrace{\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}}_{\substack{\| \\ V_1 + V_2 + V_3 + V_4}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \underbrace{-\frac{d\Phi_B}{dt}}_{\text{puuttuu Kirchoffin laista.}}.$$

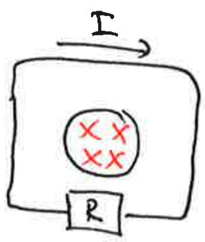
(muuttuva magneettikenttä indusoi lähdejännitteen)

Esim.



ei jännitelähdettä → ei virtaa

$R \cdot I = 0 \Rightarrow \underline{I = 0}.$



$$R \cdot I = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \underline{I = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}}.$$

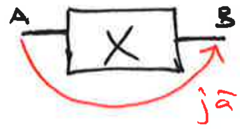
muuttuva magneettivuo → virtaa!

Potentiaalinmuutos komponentin läpi

eri komponentit vaikuttavat virran kulkuun eri tavoin.

Periaate:

potentiaalieron määritelmä: $$\Delta V_{AB} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$



jännite-ero $V_B - V_A = \Delta V_{AB}$.

Konventio: piiritarkasteluissa lasketaan potentiaalin "kulumista".

$\Rightarrow$ komponentin X potentiaalin muutos on

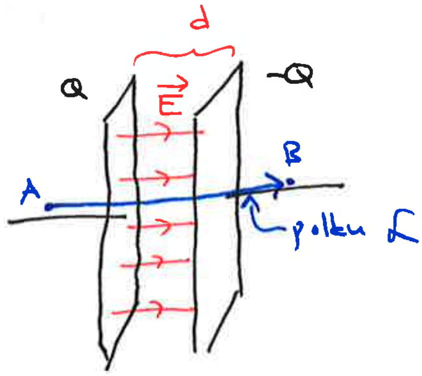
$$\Delta V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

eli jos B:ssä alempi potentiaali, on $\Delta V > 0$.

Kondensaattori

kapasitanssi

C



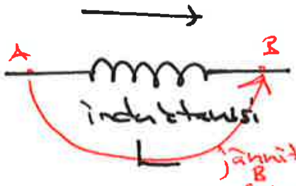
sähkökenttä levyjen välissä

$$\Rightarrow \Delta V = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = E\cdot d = \frac{Q}{C}.$$

eli kondensaattorille $\boxed{\Delta V = \frac{Q}{C}}$

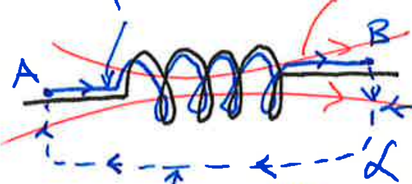
Käämi

virta $I(t)$



jännite-ero

$$V = \int_{A,\text{ulko}}^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = L\frac{d}{dt}I(t)$$



polku käämin läpi "sisä"

virta synnyttää magneettikentän

kuvitellaan suljettu polku $\mathcal{L}$

polun ulkopuolella takas, "ulko".

jos virta ajasta riippuva $\Rightarrow$ muuttuva magneettivuo polun $\mathcal{L}$ läpi.

Faraday:

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_{A,\text{sisä}}^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} + \int_{B,\text{ulko}}^A \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}\underbrace{\Phi_B(t)}_{\propto I(t).}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta V = -\int_{A,\text{ulko}}^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = +L\frac{d}{dt}I(t)}$$

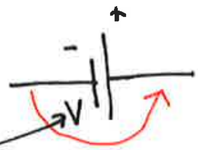
~~Ke~~ induktanssi (sisältää kaiken tiedon ~~käämin~~ geometriasta)

Käämin potentiaaliero tarkastelu hankala, koska kenttä $\vec{E}$ ei ole konservatiivinen.

Perusidea: käämi vastustaa virran muutosta: Jos $\frac{d}{dt}I < 0$, on $\Delta V < 0 \rightarrow$ vahvistaa virtaa.

Jos $\frac{d}{dt}I(t) > 0 \rightarrow \Delta V > 0$
$\rightarrow$ heikentää.

Jännitelähde



tai

—— V(t) ——

lähdejännite tai sähkömotorinen voima

$\Delta V = -V$

$\Delta V = -V(t)$

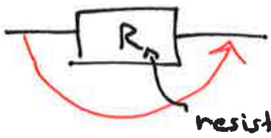
eli yleisemmin

$$\boxed{\Delta V = -V(t)}$$

jännitelähde siis "nostaa" varauksenkuljettajia korkeampaan potentiaaliin → merkkivalinta.

Vastus

virran suunta I(t)



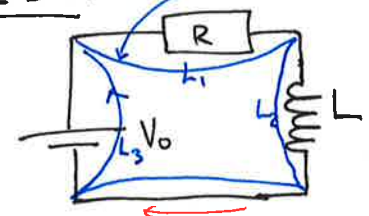
resistanssi

ohmin laki: $\boxed{\Delta V = RI}$

Muutama esimerkkipiiri

RL-DC:

polku α myötäpäivään



valitaan positiivinen virran suunta myötäpäivään.

$$\oint_\alpha \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

Faradayn laki
- ei magneettivuota
- integraali yli suljetun polun = 0.

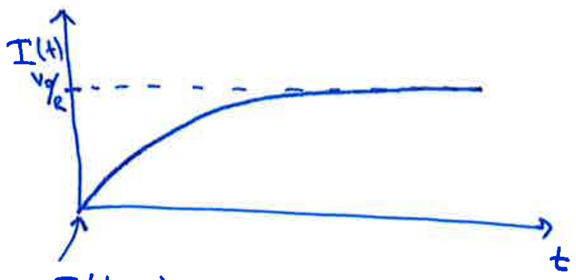
$\Downarrow$

$$\underbrace{\int_{L_1} \vec{E}\cdot dl}_{\substack{\text{pot. muutos} \\ \text{yli} \\ \text{vastuksen} \\ = R\cdot I(t)}} + \underbrace{\int_{L_2} \vec{E}\cdot dl}_{\substack{\text{pot. muutos} \\ \text{yli} \\ \text{kelan} \\ = +L\frac{dI(t)}{dt}}} + \underbrace{\int_{L_3} \vec{E}\cdot dl}_{\substack{\text{pot. muutos} \\ \text{yli} \\ \text{jännitelähteen} \\ = -V_0}} = 0$$

$\Rightarrow$

$$RI(t) + LI'(t) - V_0 = 0$$

$\Rightarrow$ $\boxed{I'(t) + \frac{R}{L}I(t) = \frac{V_0}{L}}$ 1. kl. dy.



$\Rightarrow$ Wolfram alpha...

Olkoon $I(t=0) = 0$. (alkuehto)

$\Rightarrow$

$$I(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-R/L\, t}\right)$$

R-AC - piiri

vaihtojännitelähde

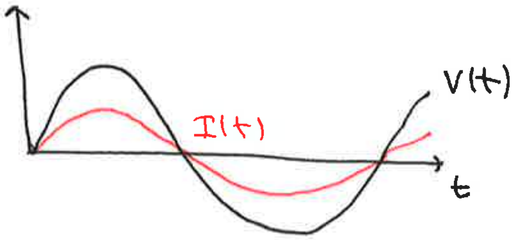
$$V(t) = V_0 \cos(\omega t).$$

amplitudi taajuus

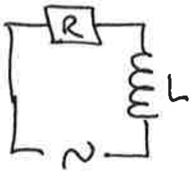
Jännite piirin ympäri:

$$-V(t) + RI(t) = 0.$$

$$\Rightarrow I(t) = \frac{V(t)}{R} = \frac{V_0}{R}\cos(\omega t)$$



RL-AC - piiri



$$-V(t) + RI(t) + L\frac{dI(t)}{dt} = 0.$$

$$\Rightarrow LI'(t) + RI(t) = V(t). \qquad \text{1.kl dy.}$$

⇒ ... Wolfram alpha ...

$$\Rightarrow I(t) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \underbrace{(\omega L)^2}}}\cos(\omega t - \phi)$$

vaihesiirto eli mitä on jännitteen ja virran vaihe-ero.

$$\phi = \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

dynaaminen vastus, nimeltään induktiivinen reaktanssi $X_L = \omega L$.