## 3. Vaihtovirta ja kolmivaihejärjestelmä (kompleksiluvut liitteenä)

Tässä osiossa käydään lyhyesti läpi vaihtosähkön käsitteitä ja siihen liittyviä matemaattisia työkaluja sekä tutustutaan kolmivaihejärjestelmän toimintaan. Sähköenergiatekniikan kurssilla käytetään piirianalyysikurssilla opittuja menetelmiä, eli silmukka- ja solmuyhtälöt sähköpiireissä, jolloin voidaan laskea virrat ja jännitteet sekä sähköteho ja energia.

### 3.1 Peruskäsitteet, yksivaihejärjestelmä

Vaihtosähköllä tarkoitetaan ajan funktiona sinimuotoisesti vaihtuvia jännitteitä ja virtoja. Joissakin tapauksessa vaihtosähköllä tarkoitetaan myös ei-sinimuotoisesti vaihtuvia jännitteitä tai virtoja. Silloin riittää, että vaihtelu on jaksottainen, jolloin nämä suuret voidaan kirjoittaa matemaattisesti summana sinimuotoisista suureista, eli Fourier-sarjana. Tätä menetelmää ei tulla käyttämään tässä kurssissa muuten kuin joidenkin ilmiöiden ymmärtämiseksi.

Lähdetään liikkeelle sinimuotoisesta jännitelähteestä, jonka jännite voidaan kirjoittaa muotoon:

$$u = \hat{u}\sin(\omega t + \varphi_u) \tag{1}$$

jossa $u$ [V] on jännite ja $\hat{u}$ [V] on jännitteen huippuarvo, eli amplitudi. $\omega = 2\pi f$ [rad/s] on jännitteen kulmataajuus, jossa $f$ [Hz] on taajuus. $t$ [s] on aika ja $\varphi_u$ [rad] on jännitteen vaihesiirto, eli nollavaihekulma, piirianalyysin terminologiaa käyttäen. Tämän tyyppisen jännitteen voi saada esim. kodin tai toimiston pistorasiasta. On huomattava, että vaihesiirto riippuu siitä mihin asetetaan aika-akselin nolla kohta. Yleisemmin tämä kohta valitaan niin, että jännitteen vaihesiirto on nolla, kun aika on nolla, jolloin $\varphi_u = 0$ .

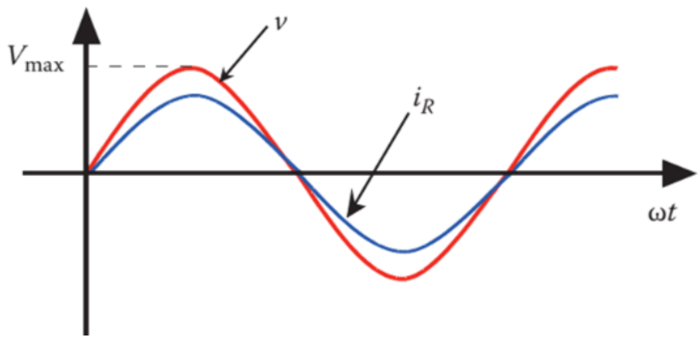
Kun jännitelähteeseen kytketään resistanssikuorma, lähde syöttää siihen virtaa, jota voidaan laskea Ohmin lakia käyttäen:

$$\begin{aligned} i &= \frac{u}{R} \\ &= \frac{\hat{u}}{R}\sin(\omega t + \varphi_u) \end{aligned} \tag{2}$$

Josta nähdään, että virran käyrämuoto ja vaihesiirto ovat samoja kuin jännitteen vastaavat, eli

$$i = \hat{i}\sin(\omega t + \varphi_i) \tag{3}$$

jossa $i$ [A] on virta ajan funktioina, $\hat{i} = \frac{\hat{u}}{R}$ [A] on virran huippuarvo ja $\varphi_i = \varphi_u$ [rad] on virran vaihesiirto. Jännitteen ja virran kuvaajat piirrettyinä ajan funktioina on esitetty kuvassa 1.




*Kuva 1. Jännitteen ja virran kuvaajat, kun kuormana on resistanssi, aika-akseli on skaalattu kulmataajuudella ja sen origo on valittu niin että jännitteen vaihesiirto on nolla.*

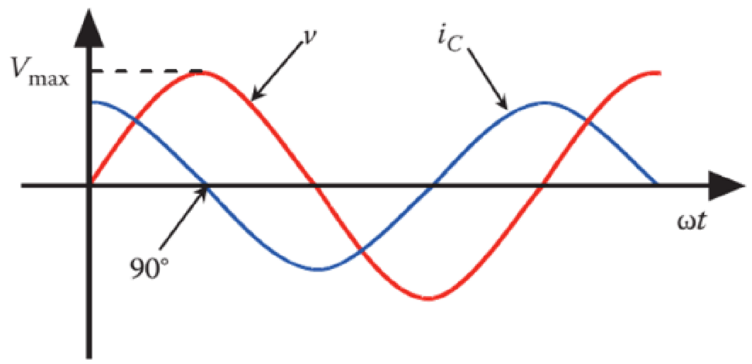
Sen lisäksi että sähköpiireissä on resistansseja, jotka kuvaavat sitä, miten kuorma vastustaa virran kulkua, sähköpiireissä voi olla myös kondensaattoreita, joihin indusoituu sähkökenttä sähkövarauksien varastoitumisen takia sekä käämejä, jotka indusoivat magneettikentän Ampeerin lain seurauksena. Sähkökentän indusoitumista kondensaattoreissa kuvataan kapasitanssilla $C$ [F], joka yksinkertaisimmillaan kuvaa kondensaattorin kykyä varastoida sähkövarauksia, kun siihen on kytketty tietty jännite $u$, $C = q/u$, jossa $q$ [C] on sähkövaraus. Toisaalta käämin (tai ylipäänsä magneettipiirin) kykyä luoda magneettikenttä kuvataan induktanssilla $L$ [H], joka yksinkertaisimmillaan kuvaa käämin kykyä luoda magneettivuo, kun käämissä kulkee tietty virta $i$, $L = \psi / i$, jossa $\psi$ [Wb] on magneettivuo. Kun kondensaattori kytketään vaihtojännitteeseen, sen kautta kulkee virtaa, mikä liittyy siihen, että varaukset kulkevat kondensaattorin toisesta puolesta toiseen puoleen jännitteen vaihtaessa polariteettinsa eli muuttuessa positiivisesta negatiiviseksi. Jännitelähteeseen kytketyn kondensaattorin virta voidaan laskea kaavasta:

$$\begin{aligned} i &= C\frac{du}{dt} \\ &= C\omega\hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u) \\ &= C\omega\hat{u}\sin(\omega t + \varphi_u + \pi/2) \end{aligned} \tag{4}$$

Tästä huomataan edelleen, että virran käyrämuoto on samaa kuin jännitteen mutta vaihesiirto on muuttunut, eli

$$i = \hat{i}\sin(\omega t + \varphi_i) \tag{5}$$

Jossa virran huippuarvo on $\hat{i} = C\omega\hat{u}$ ja vaihesiirto on nyt $\varphi_i = \varphi_u + \frac{\pi}{2}$. Vastaavasti jännitteen ja virran kuvaajat piirrettyinä ajan funktioina on esitetty kuvassa 2.




*Kuva 2. Jännitteen ja virran kuvaajat, kun kuormana on kondensaattori.*

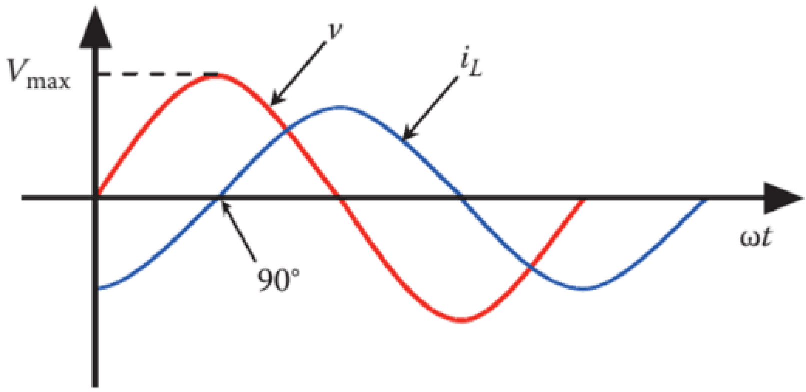
Vastaavasti jos jännitelähteeseen kytketään käämi, sen läpi menevä virta voidaan laskea kaavasta:

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L}\int_0^t u\,dt \\ &= -\frac{\hat{u}}{\omega L}\cos(\omega t + \varphi_u) \\ &= \frac{\hat{u}}{\omega L}\sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \tag{6}$$

Eli virta on edelleen muotoa

$$i = \hat{i}\sin(\omega t + \varphi_i) \tag{7}$$

jossa virran huippuarvo on $\hat{i} = \dfrac{\hat{u}}{\omega L}$ ja vaihesiirto on $\varphi_i = \varphi_u - \dfrac{\pi}{2}$. Jännitteen ja virran kuvaajat tässä tapauksessa on esitetty kuvassa 3.

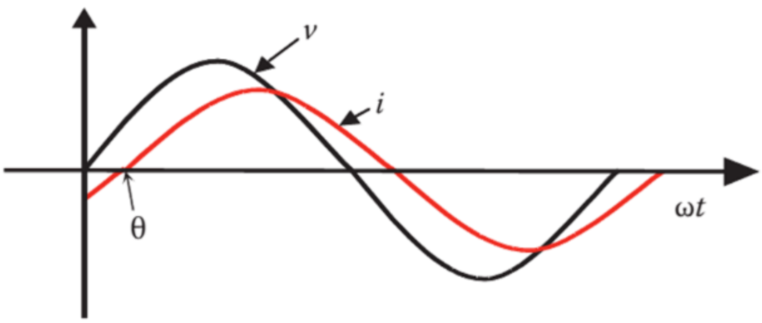



*Kuva 3. Jännitteen ja virran kuvaajat, kun kuormana on käämi.*

Käytännössä sähköiset komponentit eivät koskaan ole ideaalisia, vaan ne ovat sekoitusta resistansseista, induktansseista ja kapasitansseista sarjaan tai rinnakkain kytkettyinä. Niin pitkään kun nämä komponentit ovat lineaarisia, superposition periaatteella päästään aina sinimuotoiseen virtaan, jonka huippuarvo ja vaihesiirto riippuvat resistanssin, kapasitanssin ja induktanssin suhteista. Eli yleisesti virta voidaan kirjoittaa

$$i = \hat{i}\sin(\omega t + \varphi_i) \tag{8}$$

ja vastaavat jännitteen ja virran kuvaajat on esitetty kuvassa 4.




*Kuva 4. Jännitteen ja virran kuvaajat, kun kuormana on resistanssin, kondensaattorin ja käämin yhdistelmä. Huom. kuvassa $\theta$ on sama kuin $\varphi_i$ kaavassa (8).*

***Osoittimet***

Yllä olevasta esityksestä kävi ilmi, että sinimuotoiseen jännitelähteeseen kytketty lineaarinen kuorma (impedanssi) ottaa sinimuotoista virtaa, jonka huippuarvo ja vaihesiirto riippuvat kuorman luonteesta.

Laskeminen trigonometristen funktioiden avulla voi olla raskasta, jos sähköpiirissä on enemmän komponentteja ja haaroja kuten esimerkiksi sähköverkossa. Matemaattisesti, sinimuotoinen funktio voidaan kuvata kompleksiluvulla, jonka amplitudi on sinifunktion huippuarvo ja kulma on sinifunktion argumentti. Esimerkiksi jännite, jonka käyrämuoto on $u = \hat{u}\sin(\omega t + \varphi_u)$ voidaan kuvata kompleksiluvulla $\hat{u}e^{j(\omega t+\varphi_u)} = \hat{u}e^{j\omega t}e^{j\varphi_u}$. (jos kompleksiluvut eivät ole tuttuja, katso lopussa oleva liite: Kompleksiluvut).

Jos taajuus on vakio, kuten sähköverkossa voidaan olettaa, $e^{j\omega t}$ on kompleksitasossa vakioamplitudinen vakionopeudella pyörivä vektori. Silloin voidaan suorittaa koordinaattimuunnos ja esittää jännite tämän vektorin kanssa pyörivässä koordinaatistossa, eli kyseisessä koordinaatistossa jännite voidaan kirjoittaa muotoon $u = \hat{u}e^{j\varphi_u}$. Lisäksi jännitteelle voidaan määritellä tehollinen arvo, joka sähköpiirissä kuvaa vaihtojännitteen ekvivalenttia tasajännitettä (aiheuttaa samat tehohäviöt, kun se on kytketty resistanssiin):

$$U_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 dt} \tag{9}$$

Jännitteen olleessa sinimuotoinen, sen tehollisarvo voi laskea suoraan huippuarvosta $U_{rms} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$.

Jatkossa alaviite rms jätetään pois, kaavojen selkeyttämiseksi. Tehollisarvoa ja nollavaihetta käyttäen, voidaan määritellä jännitteen osoitin $\bar{U} \equiv u$:

$$\begin{aligned} \bar{U} &= Ue^{j\varphi_u} \\ &= U(\cos\varphi_u + j\sin\varphi_u) \\ &= U\angle\varphi_u(\deg) \end{aligned} \tag{10}$$

Osoitin on siis kompleksiluku, jonka amplitudi on jännitteen tehollisarvo ja kulma on jännitteen nollakulma.

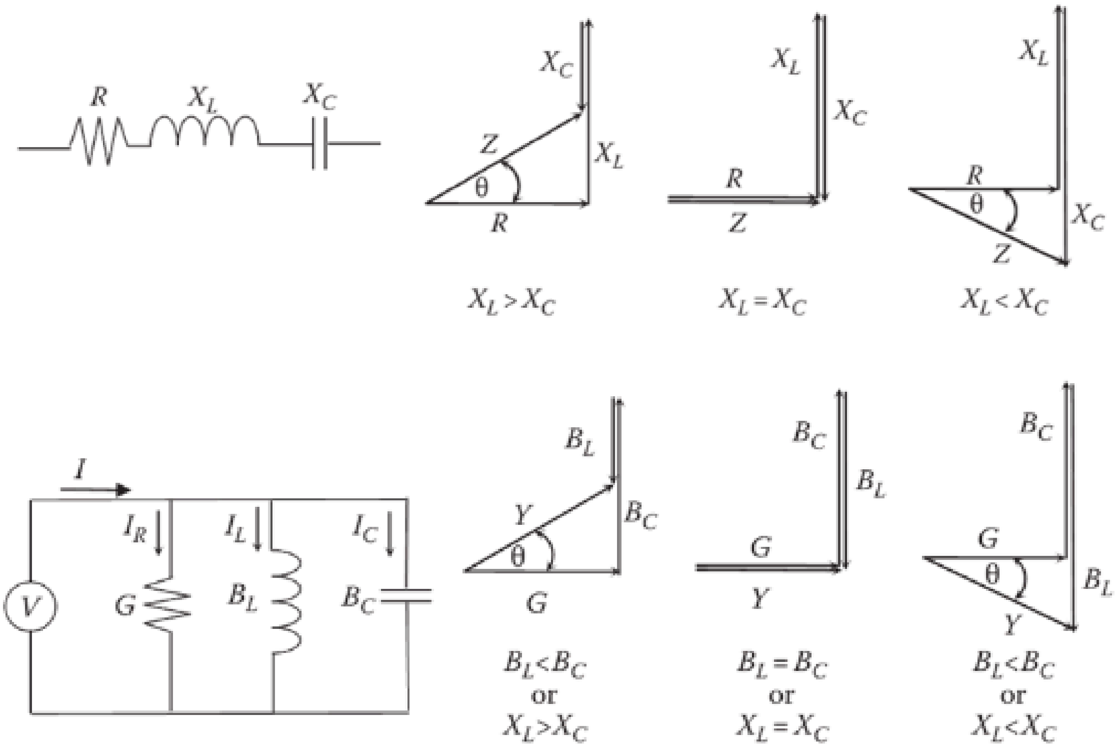
Huom. kaavan (10) viimeisessä rivissä kulma $\varphi_u$ ilmoitetaan asteina, kun kaikissa muissa tapauksessa se on ilmoitettu radiaaneina. Muunnos radiaanien ja asteiden välissä on $\varphi\,(\text{rad}) = \frac{\pi}{180}\varphi\,(\deg)$.

Osoittimet, kuten piirianalyysin kurssissa on nähty, helpottavat piirin laskentaa ja suureiden sekä kokonaistilanteen visualisointia. Osoitin voidaan piirtää vektorina kompleksitasossa. Sen piirtämiseen voidaan käyttää reaali- ja imaginaariosaa tai amplitudia ja kulmaa. Amplitudi on siis yhtä suuri kuin tehollisarvo ja kulma on yhtä suuri kuin nollavaihe. Jos jännitteen ja virran lisäksi määritellään piirikomponenteille vastaavat kompleksiarvot, jotka toteuttavat Ohmin lain, saadaan kaavoista (3), (4) ja (7) ($\bar{I}_R = I_R\angle 0$, $\bar{I}_C = I_C\angle 90$ ja $\bar{I}_L = I_L\angle -90$):

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \frac{\bar{U}}{\bar{I}_R} = \frac{U\angle 0}{I_R\angle 0} = R\angle 0 = R \\ \bar{X}_C &= \frac{\bar{U}}{\bar{I}_C} = \frac{U\angle 0}{I_C\angle 90^\circ} = X_C\angle -90^\circ = -jX_C \\ \bar{X}_L &= \frac{\bar{U}}{\bar{I}_L} = \frac{U\angle 0}{I_L\angle -90^\circ} = X_L\angle 90^\circ = jX_L \end{aligned} \tag{11}$$

jossa reaktanssit ovat $X_L = \omega L$ [Ω] ja $X_C = \dfrac{1}{C\omega}$ [Ω].

Kuorman kokonaisimpedanssi voidaan sitten kirjoittaa $\bar{Z} = R + jX$ [Ω], ja se lasketaan komponenttien kytkentää käyttäen eli sarjassa olevat komponentit summataan kokonaisimpedanssiksi ja rinnakkain olevien komponenttien käänteisarvot (admittanssit $\bar{Y} = \dfrac{1}{\bar{Z}}$ [S]) summataan kokonaisadmittanssiksi alla olevan kuvan 5 mukaisesti.




*Kuva 5. Sarjan (yllä) ja rinnan (alla) kytkettyjen komponenttien laskemisen periaate*

Jatkossa kaikki laskut voidaan suorittaa kompleksilukuja käyttäen, eikä käyrämuotoja tarvita, kunhan taajuus on vakio.

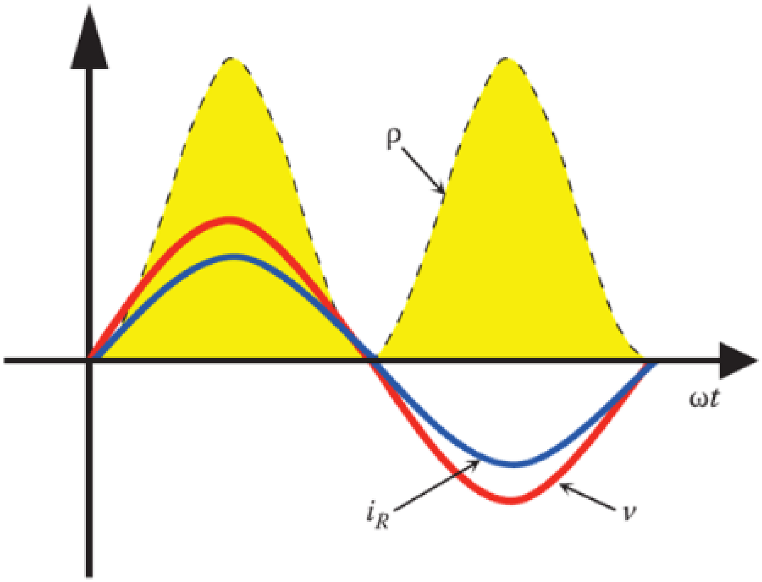
***Teho ja energia***

Sähköenergiajärjestelmässä muunnetaan primäärienergia sähköenergiaksi sähkölaitoksissa ja siirretään se siirto- ja jakelujohtoja pitkin kuluttajalle, jonka laitteet muuntavat tätä energia yleisesti mekaaniseksi energiaksi tai lämmöksi tai joksikin muuksi energiaksi. Kuluttaja maksaa sähköenergiasta ja sen siirrosta. Sähköenergian tuottajille eli sähkölaitoksen operaattoreille energia [Ws] on tärkeä käsite koska se on tulonlähde tai oma tuote. Sähkönsiirto- ja jakeluoperaattoreille siirrettävän energian lisäksi järjestelmän toimivuus on tärkeä. Tähän toimivuuden vaikuttaa se, kuinka paljon energiaa voidaan siirtää tietyssä ajassa (eli teho [W]). Sähköenergiajärjestelmän analyysissä käytetäänkin tehon käsitettä pikemmin kuin energian käsitettä.

Näiden käsitteiden ymmärtämiseksi lähdetään liikkeelle sinimuotoisesta jännitteen lähteestä, joka on kytketty vastukseen. Yllä olevan mukaan, piirissä kulkee sinimuotoinen virta, joka aiheuttaa sähköenergian muuntumista vastuksessa lämmöksi. Tätä muunnosta voidaan kuvata hetkellisellä teholla $p = Ri^2$ [W] tai sijoittamalla saadaan $p = ui$. Teho siis kuvaa kuinka paljon sähköenergiaa muuntuu lämmöksi per aikayksikkö. Matemaattisesti teho on energian aikaderivaatta tai käänteisesti energia on tehon aikaintegraali [Ws]:

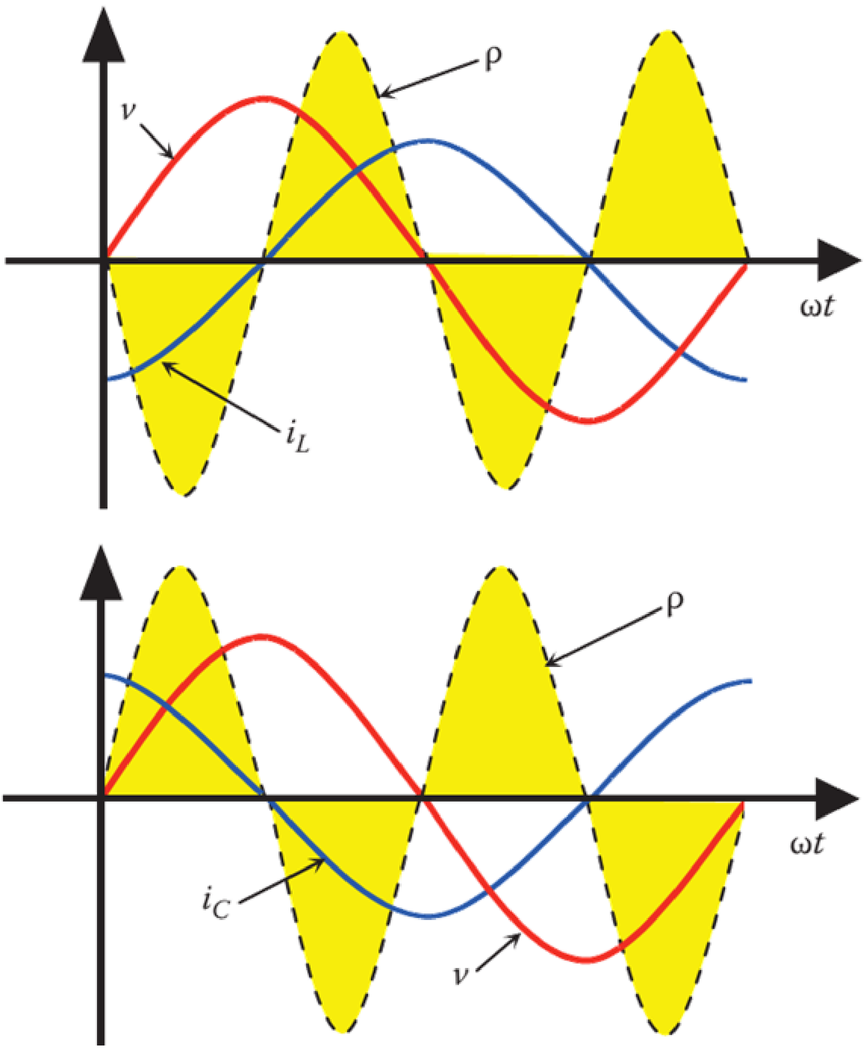
$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt \tag{12}$$

Vastuksen tapauksessa hetkellinen teho on piirretty kuvassa 6 katkoviivalla yhdessä jännitteen ja virran kuvaajien kanssa. Tehon integraali eli muunnettu energia yhden jakson aikana on esitetty keltaisella värillä pinta-alana.



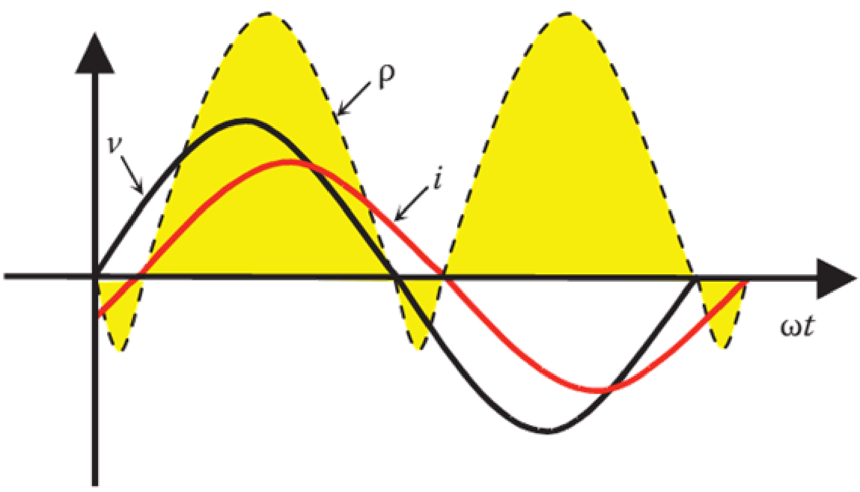

*Kuva 6. Jännitteen, virran ja hetkellisen tehon kuvaajat sekä tehon integraali eli energia yhden jakson aikana, kun jännitelähde on kytketty vastukseen. Energia on keltaisella värillä kuvattu pinta-ala. Aika-akseli on edelleen skaalattu kulmataajuudella.*

Kuvasta 6 huomataan, että toisin kuin tasasähkötapauksessa, vaihtosähkötapauksessa teho vaihtelee ajan mukaan ja se on koko ajan positiivinen tai nolla (kuorman olleessa resistanssi); energia siirtyy lähteestä kuormalle eli vastukselle. Jos kuormana on induktanssi tai kapasitanssi, tilanne muuttuu kuvan 7 mukaisesti, josta näkyy, että energia siirtyy välillä lähteestä kuormaan ja välillä kuormasta lähteeseen. Induktanssit ja kapasitanssit varastoivat energia, jota ne luovuttavat takaisin lähteelle. Yhden jakson aikana netto energia on nolla.




*Kuva 7. Jännite, virta, teho ja energia induktanssin (yllä) ja kapasitanssin (alla) tapauksissa.*

Yleinen tapaus on se, että kuorma muodostuu vastuksesta, induktanssista ja kapasitanssista, jolloin vastaava kuvaaja on esitetty kuvassa 8.




*Kuva 8. Jännite, virta, hetkellinen teho ja energia, kun kuorma muodostuu vastuksesta, induktanssista ja kapasitanssista (kuvan tapauksessa piiri on induktiivinen).*

Hetkellinen teho voidaan laskea, kun tunnetaan kuorman yli oleva jännite ja sen läpi kulkeva virta:

$$\begin{aligned} p &= ui \\ &= \left[\hat{u}\sin(\omega t)\right]\left[\hat{i}\sin(\omega t + \varphi)\right] \\ &= UI\left[\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)\right] \end{aligned} \tag{13}$$

josta nähdään, että hetkellinen teho muodostuu vakio-osasta $UI\cos\varphi$ ja kaksinkertaisella verkon taajuudella sykkivästä osasta $-UI\cos(2\omega t + \varphi)$, joissa $\varphi$ on jännitteen ja virran välinen vaihesiirto. Kaavassa (13) on valittu jännitteen nollakulmavaihe nollaksi. Huomaa myös pienten (hetkelliset arvot) ja isojen kirjainten (tehollisarvot) käyttö.

Monessa sovelluksessa ja varsinkin tehoelektroniikassa, jossa kytkennät tapahtuvat hyvin lyhyessä ajassa (monta kertaa jakson aikana), hetkellinen teho on tärkeä käsite ja työkalu. Sähköenergiajärjestelmän tapauksessa yhden jakson muutokset ovat turhan nopeita ja niiden seuraaminen on käytännössä tarpeetonta. Hetkellisen tehon sijaan, sähköenergiajärjestelmässä käytetäänkin keskimääräistä tehoa yhden jakson aikana, eli pätötehoa [W]:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt \\ &= UI\cos(\varphi) \end{aligned} \tag{14}$$

jossa $T = \dfrac{1}{f}$ on jännitteen (tai virran) aikajakso.

Kun $\varphi = 0$ eli $\cos(\varphi) = 1$, saadaan pätötehoksi $P = UI$, joka vastaa tasasähkön tehon määritelmää tapauksessa, jossa käytetään vaihtojännitteen ja virran tehollisarvoja. Pätötehon integraali ajan funktiona kertoo siitä energiasta, joka siirtyy tiettynä ajanjaksona lähteestä kuormalle, mutta se ei kerro mitään sykkivästä, kaavassa (13) esiintyvästä osasta. Tähän osaan liittyy ylimääräinen virta, joka aiheuttaa siirto- ja jakelu johdoissa sekä niihin liitetyissä laitteissa energia häviöitä yms. ilmiöitä, jotka vaikuttavat järjestelmän toimivuuteen. Tämän teho-osan kuvaamiseen tarvitaan lisää määritelmiä. Määritellään ensin näennäistehoa käyttäen jännitteen ja virran osoittimia seuraavasti:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \bar{U}\,\bar{I}^* \\ &= UI\cos(\varphi) + jUI\sin(\varphi) \\ &= P + jQ \end{aligned} \tag{15}$$

Näennäistehon reaaliosa $P$ on siis pätöteho ja sen imaginaariosaa $Q$ kutsutaan loistehoksi, joka kuvaa sitä tehon sykkivää osaa, johon ei liity energian kulutusta kuormassa (tai yleensä siirrossa). Näennäisteho tietyllä jännitteellä on tärkeä suure koska se kuvaa siirto- ja jakelu järjestelmän sekä siihen liitettyjen laitteiden termistä rasitusta $RI^2$. Hyödyllinen osa näennäistehosta, eli pätöteho on se osa, joka osallistuu energiasiirtoon ja kulutukseen, kun taas loisteho lisää termistä kuormitusta ilman että se siirtää energia (yhden jakson aikana tai pitkän ajanjakson aikana). Loisteho voi olla positiivinen tai negatiivinen riippuen siitä onko kyseessä induktiivinen vai kapasitiivinen kuorma. Määritelmäkaavassa (15) on käytetty virran kompleksikonjugaattia (liittolukua), jotta induktanssin ”kuluttama” loisteho on positiivinen. Sähköverkossa loistehoa käytetään jännitteen säätöön ja pätötehoa sähköverkon taajuuden säätöön. Kaavassa (15) esiintyvää termiä $\cos(\varphi)$ kutsutaan tehokertoimeksi. Tehokerrointa säätämällä voidaan säätä loistehoa. Tällainen säätö tehdään joko generaattorin magnetointia säätämällä tai verkkoon kytketyillä induktansseilla ja kondensaattoreilla.

***Yhteenveto***

Sähköenergiajärjestelmässä esiintyvät vaihtojännitteet ja virrat, jotka vaihtelevat ajan funktiona sinimuotoisesti. Jännitteet ja kuormat ovat yleensä tunnettuja ja niiden avulla voidaan laskea virrat ja tehot. Laskuissa käytetään suureiden osoittimia (kompleksilukuja), joiden amplitudit ovat sinimuotoisten suureiden tehollisarvoja ja kulmat nollavaiheita. Näennäisteho lasketaan jännitteen osoittimen ja virran osoittimen konjugaatin tulona. Sen reaaliosa on pätöteho, joka kuvastaa energian siirtoa ja sen imaginaariosa on loisteho, joka kuvastaa siirrossa tapahtuva energian sykkimistä. Tätä loistehoa voidaan säätää eri komponenteilla ja menetelmillä.

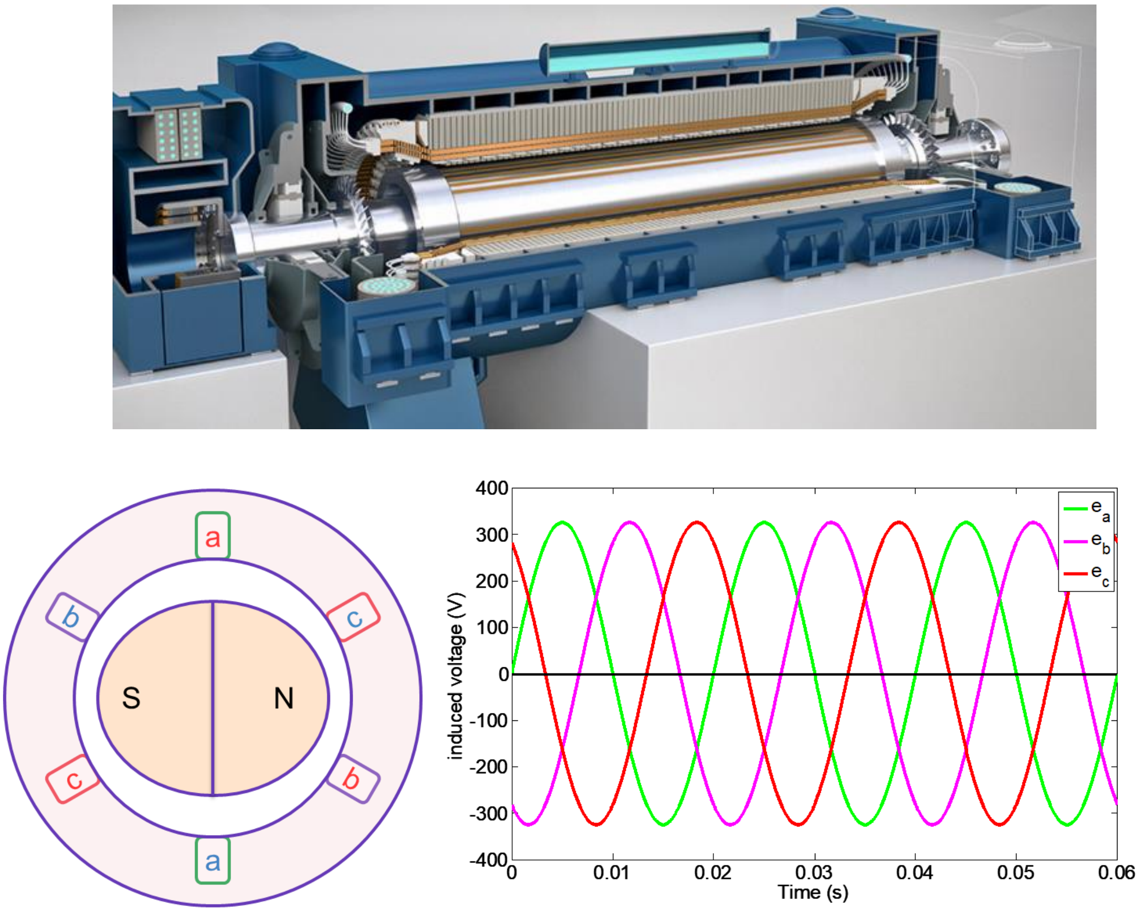
**3.2 Kolmivaihejärjestelmä**

Osiossa 3.1 jännitelähteenä oli yksivaiheinen kodin tai toimiston pistorasia, joka oli kytketty verkkoon ottamatta kantaa siihen mistä verkko saa tehonsa, jota se syöttää kuormaan. Tässä osiossa tarkastellaan verkon toista päätä, joka on kytketty voimalaitoksen sähkögeneraattoriin sekä sitä, miten generaattori tuottaa jännitteet ja miten ne on kytketty kolmivaihejärjestelmäksi. Itse generaattorin toimintaa käsitellään erikseen kurssin osiossa 5. Kun jännitelähde on kolmivaiheinen, kuormankin on oltava kolmivaiheinen; kuorman eri kytkentöjä ja niiden ottamia tehoja ja virtoja käsitellään tämän osion lopussa.

***Generaattorin rakenne ja toiminta***

Suurin osa sähköenergiasta tuotetaan sähkögeneraattoreilla ja yhä kasvava osa tuotetaan aurinkopaneeleilla. Aurinkopaneelit tuottavat tasasähköä, joka muokataan tehoelektroniikan laitteilla (vaihtosuuntaaja) joko yksivaiheiseksi tai kolmivaiheiseksi vaihtosähköksi. Aurinkopaneelit ja niiden toiminta sekä vaihtosuuntaajat käsitellään erikseen kurssin osioissa 8 (tehoelektroniikka). Tässä osiossa keskitytään generaattoreilla tuotettavaan kolmivaiheiseen vaihtosähköön.

Sähkögeneraattori on sähkömagneettinen laite, joka muuntaa mekaanista energia sähköenergiaksi magneettikentän välityksellä. Generaattori muodostuu staattisesta ulko-osasta eli staattorista ja pyörivästä sisäosasta eli roottorista. Staattori on lieriönmuotoinen rautasydän, jonka sisäreunalla on uria käämitystä varten. Roottori on sylinterimainen rautasydän, joka pyörii staattorin sisällä akselinsa ympäri. Itse akseli on kytketty joko höyry-, vesi-, tai tuuliturbiiniin, josta generaattori saa sähköenergiaksi muunnettavaa mekaanista energiaa. Roottorissa on tasasähkö- tai kestomagneetti, joka luo primäärimagneettikentän ilmaväliin (kapea ilma-alue staattorin ja roottorin välissä) ja staattoriin. Kun roottori pyörii vakionopeudella ja magneettikenttä sen mukana, staattorikäämiin indusoitu jännite induktiolain mukaisesti, $e = -N\frac{d\phi}{dt}$ [V], jossa $N$ on käämin kierrosten lukumäärä ja $\phi$ [Wb] on magneettivuo, joka lävistää kyseisen käämin. Sähkögeneraattorin kuva ja periaatteellinen poikkileikkaus on esitetty kuvassa 8, jossa näkyy keskellä oleva roottori, ulkopuolella oleva staattori ja siihen sijoitetut kolmea käämiä (a, b ja c). Kuvan oikealla puolella näkyy käämeihin indusoituneet jännitteet ajan funktiona. Käämit on sijoitettu staattoriin niin, että niiden väliset kulmat ovat 120 astetta. Punaisella värillä merkitetyt kirjaimet ovat käämien positiivinen napa ja sinisellä negatiivinen napa.




*Kuva 8. Generaattorin havainnekuva (yllä) ja periaatteellinen poikkileikkaus sekä käämeihin indusoituneet jännitteet (alla).*

Kun sähkögeneraattorin roottori pyörii vakionopeudella, esim. $n = 3000$ [rpm], se ehtii pyöriä yhden kierroksen verran ajassa[1] $T = \left(\frac{3000}{60}\right)^{-1} = 0.02$ [s], joka vastaa yhtä jännitteen jaksoa, esim. vihreä a-vaiheen jännitekäyrä kuvassa 8. Koska b-vaiheen käämi on siirtynyt staattorissa 120 astetta, siihen indusoitunut jännite (violetti käyrä kuvassa 8) on siirtynyt ajassa saman verran kuin mitä roottorilta kuluu aikaa pyöriä 120 astetta, eli $t_b = \left(\frac{3000}{60}\right)^{-1} * \frac{120}{360} = \frac{0.02}{3}$ ja vastaavasti c-vaiheen jännite (punainen käyrä kuvassa 8) on siirtynyt a-vaiheen jännitteen nähden $t_c = \left(\frac{3000}{60}\right)^{-1} * \frac{240}{360} = \frac{2*0.02}{3}$.

Generaattorin tuottamat jännitteet voidaan siis kirjoittaa osoitinmuodossa (merkinnöistä sen verran, että jännitteille käytetään sekä $U$ - että $V$ -kirjainta riippuen tilanteesta):

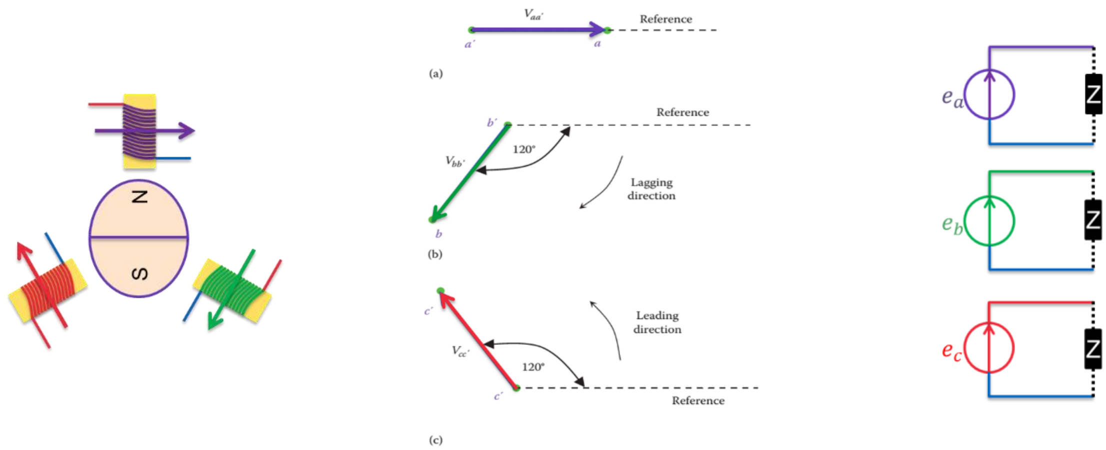
$$\overline{V}_{aa'} = \overline{V}_{an} = V_{ph}\angle 0° \tag{16}$$

[1] Aikaa, kulmaa ja pyörimisnopeutta yhdistää kaava: $\frac{\theta[\deg]}{360[\deg/\,revolution]} = \left(\frac{n[rpm]}{60[s\,/\min]}\right) * t[s]$.
Rpm tarkoittaa ”revolutions per minute” eli kierrosta minuutissa.

$$\bar{V}_{bb'} = \bar{V}_{bn} = V_{ph}\angle -120° \tag{17}$$

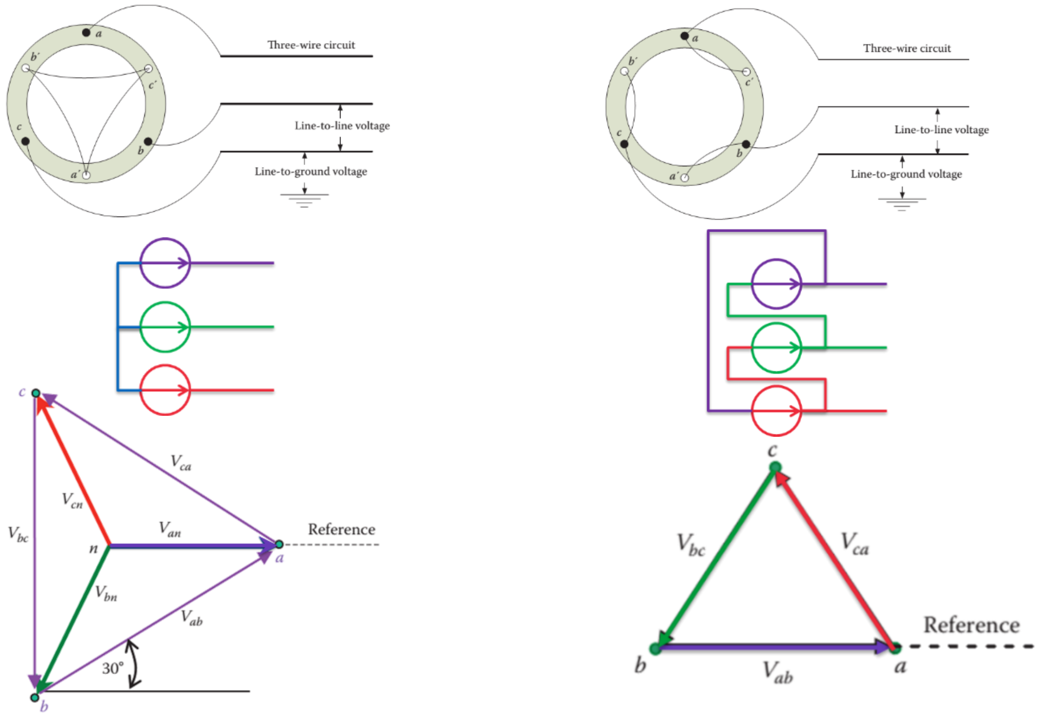
$$\bar{V}_{cc'} = \bar{V}_{cn} = V_{ph}\angle -240° \tag{18}$$

Käytännössä yllä olevat jännitteet ovat erillisiä jännitelähteitä, ja niihin voidaan kytkeä erilliset kuormat kuten kuvassa 9. on esitetty. Kun käämeissä kulkee kuorman ottama virta, jota kutsutaan ankkurivirraksi, se luo Ampeerin lain mukaisesti magneettikentän, joka vastusta roottorin luomaa primäärimagneettikenttää ja täten vaikuttaa muihin käämeihin indusoituneeseen jännitteeseen. Jotta magneettikentän jakauma pysyisi symmetrisenä ja sitä kautta myös indisoituneet jännitteet, on parempi kytkeä generaattorin käämit yhteen, joko kolmioon tai tähteen. Nämä kolmivaihekytkennät vähentävät myös generaattorin liitäntöjen määrää kuudesta kolmeen (kuten alla nähdään) ja myös tarvittavien johtojen määrä energiansiirtoa varten sähköjärjestelmässä pienenee.




*Kuva 9. Periaatteellinen kolme eri vaihetta tuottava generaattori (vasen) ja niiden kytkentä erillisiin kuormiin (oikea). Kullakin jännitelähteellä on kaksi napaa, yhteensä kuusi. Keskellä on jännitteiden osoittimet, jossa a-vaiheen osoitin on valittu referenssisuunnaksi*

Tähtikytkentä tarkoittaa sitä, että generaattorin käämien negatiiviset navat kytketään yhteen pisteeseen, josta muodostuu nollapiste ja generaattorista tuodaan ulos vain positiiviset navat, joita on nyt kolme kuten kuvassa 10 (vasemmalla) on esitetty. Toinen kolmivaihekytkentävaihtoehto on kolmiokytkentä. Kolmiokytkennässä yhden vaiheen negatiivinen napa kytketään seuraavan vaiheen positiiviseen napaan. Generaattorista tuodaan ulos vain kolme napaa, jotka vastaavat kukin yhden vaiheen positiivista napaa. Kyseinen kytkentä on esitetty kuvassa 10 (oikealla). Kuvassa 10 on myös esitetty kytkentöjen vastaavat osoitindiagrammit.




*Kuva 10. Tähteen (vasen) ja kolmioon (oikea) kytketyt generaattorit ja niiden tuottamat kolmivaihejärjestelmä. Generaattorin ulkopuolelle on viety vain kolme napaa.*

Kun generaattori on kytketty komivaihejärjestelmäksi, sen navoista mitattavia jännitteitä kutsutaan pääjännitteiksi; ne kuvaavat kahden vaiheen välistä potentiaalieroa, kun taas vaihejännitteet kuvaavat saman vaiheen potentiaalieroa positiivisen ja negatiivisen navan välillä. Tähtikytkennässä pääjännitteen tehollisarvo eroaa vaihejännitteen tehollisarvosta. Se voidaan laskea seuraavasti, esimerkki $V_{ab}$ :

$$\begin{aligned} \bar{V}_{ab} &= \bar{V}_{an} - \bar{V}_{bn} \\ &= V_{ph}\angle 0° - V_{ph}\angle -120° \\ &= \sqrt{3}V_{ph}\angle 30° \end{aligned} \tag{19}$$

Vastaavasti saadaan muut pääjännitteet:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{bc} &= V_{ph}\angle -120° - V_{ph}\angle -240° \\ &= \sqrt{3}V_{ph}\angle -90° \end{aligned} \tag{20}$$

ja

$$\begin{aligned} \bar{V}_{ca} &= V_{ph}\angle -240° - V_{ph}\angle 0° \\ &= \sqrt{3}V_{ph}\angle 150° \end{aligned} \tag{21}$$

jossa $V_{ph}$ on vaihejännitteen tehollisarvo.

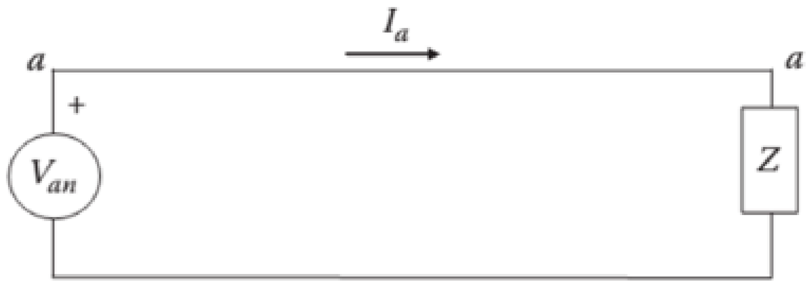
On huomattava, että tähtikytkennässä pääjännitteen tehollisarvo on $\sqrt{3}$ kertaa suurempi kuin vaihejännite (esim. jos vaihejännite on pistorasian vastaava 230 V, pääjännite on 398 V, eli käytännössä 400 V). Jännitteen tehollisarvo määrää sähköeristeen mitoitusta kaikissa sähkölaitteissa ja siksi on tärkeää, ettei kytketä yksivaiheisia laitetta (230 V toimivat laitteet) kahden vaiheen väliin, vaan se on kytkettävä vaiheen ja nollapisteen väliin.

Generaattorin kannalta virta aiheuttaa käämin lämpenemistä koska sähköteho muuttuu lämmöksi käämissä. Lämpöteho on yhtä suuri kuin käämin sähkötehohäviöt käämissä, eli $P = RI^2$, jossa $R$ on käämiresistanssi ja $I$ käämissä kulkeva virta. Tähtikytkennässä käämivirta on yhtä suuri kuin päävirta.

Kolmiokytkennässä, pääjännite on yhtä suuri kuin vaihejännite, esim. $V_{ab} = V_{aa'}$, sen sijaan päävirta on vektorisumma kahdesta käämivirrasta. Myöhemmin nähdään, että päävirran tehollisarvo on itse asiassa $\sqrt{3}$ kertaa suurempi kuin käämivirta. Tämä on helpompi todistaa, kun kolmivaihejärjestelmään on kytketty virtaa ottava kuorma.

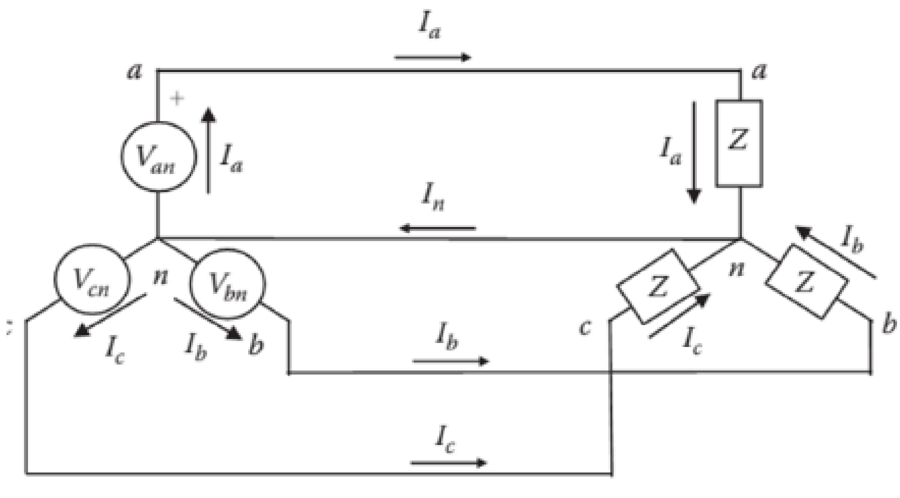
***<u>Kolmivaihekuorma</u>***

Generaattorin tuottamaan kolmivaihelähteeseen voidaan kytkeä kolmivaihekuorma. Tarkastellaan ensin tähteen kytkettyä generaattoria, jossa havainnollistamisen vuoksi tähtipiste on käytettävissä, niin että vaiheen ja nollapisteen välille voidaan kytkeä kuorma kuvan 11 mukaisesti.




*Kuva 11. a-vaiheen ja nollapisteen välille kytketty yksivaiheinen kuorma.*

Jos generaattorin jokaiseen vaiheen ja nollapisteen välille kytketään kolme samanarvoista kuormaa, tilanne vastaa kuvassa 12 esitettyä kytkentää, jossa kaikki nollajohtimet on rinnakkain kytketty ja kuvattu yhdellä johtimella.




*Kuva 12. Kolme erillistä kuormaa kytkettynä tähteen kytkettyyn generaattoriin.*

Seuraavaksi lasketaan nollajohtimessa kulkeva virta. Tätä varten tarvitaan ensin kukin vaiheen virta. a-vaiheen virta lasketaan a-vaiheen jännitteestä ja siihen kytkettyyn kuorman impedanssista:

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_{an}}{\bar{Z}} = \frac{V_{ph}\angle 0}{Z\angle\varphi} = \frac{V_{ph}}{Z}\angle(-\varphi) \tag{22}$$

jossa a-vaiheen jännite on valittu referenssiksi (nollavaihekulma on nolla) ja sen tehollisarvo on yhtä suuri kuin muiden vaiheiden jännitteiden tehollisarvot $V_{ph}$. Impedanssin vaihekulma on $\varphi$. Vastaavasti saadaan muille vaihevirroille

$$\bar{I}_b = \frac{\bar{V}_{bn}}{\bar{Z}} = \frac{V_{ph}}{Z}\angle(-\varphi-120) \tag{23}$$

$$\bar{I}_c = \frac{\bar{V}_{cn}}{\bar{Z}} = \frac{V_{ph}}{Z}\angle(-\varphi-240) \tag{24}$$

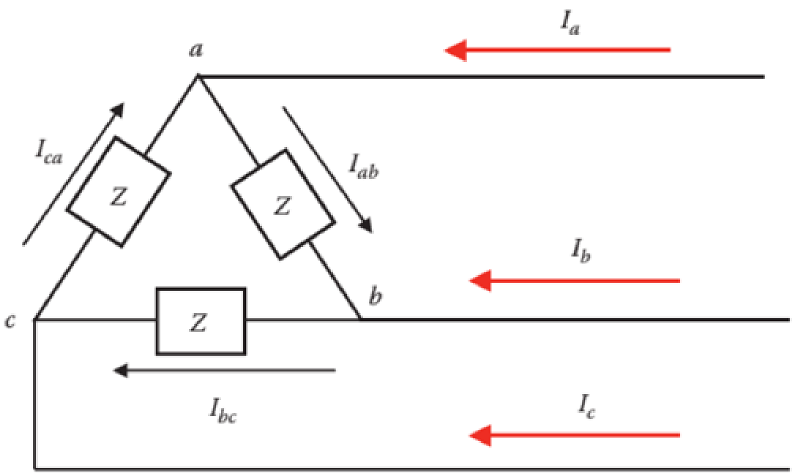
josta käy ilmi, että vaiheiden virtojen tehollisarvot ovat yhtä suuria. Näistä virroista voidaan laskea nyt nollajohtimen virta:

$$\begin{aligned}\bar{I}_n &= \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c \\ &= I_a\angle-\varphi + I_a\angle-\varphi-120 + I_a\angle-\varphi-240 \\ &= 0\end{aligned} \tag{25}$$

Nollajohtimessa ei kulje virtaa ollenkaan; se on siis tarpeeton järjestelmän toiminnan kannalta ja se voidaan poistaa järjestelmää häiritsemättä.

Yllä olevassa generaattori oli kytketty tähteen, mutta generaattorista tarvittiin vain pääjännitteet koska nollajohtimessa ei kulkenut virtaa. Kuorma ei siis näe generaattorin kytkennästä muuta kuin pääjännitteet, joita voidaan käyttää virran laskentakaavoissa sijoittamalla pääjännitteen tehollisarvo vaihejännitteen tehollisarvon tilalle ($V_{ph} = \frac{V_{ll}}{\sqrt{3}}$). Tämä tarkoitta myös sitä, että kolmioon kytketty generaattori voidaan kytkeä yllä olevaan tähteen kytkettyyn kuormaan, kunhan pääjännitteen tehollisarvo on sopivan suuruinen kuormalle. Toisaalta kuormakin voidaan kytkeä kolmioon ja syöttää kolmivaihelähteestä riippumatta siitä onko kolmivaihejärjestelmän tuottava generaattori kytketty kolmioon vai tähteen.

Tarkastellaan seuraavaksi kolmioon kytkettyä kuormaa kuvan 13 mukaisesti. Jokaisen impedanssin yli oleva jännite on pääjännite, esim. $\bar{V}_{ab}$ ja impedanssin läpi kulkeva virta on solmukaavan mukaan summa päävirrasta ja toisesta impedanssista tulevasta virrasta, esim $\bar{I}_{ab} = \bar{I}_a + \bar{I}_{ca}$. Virrat voidaan laskea jännitteistä, esim. $\bar{I}_{ab} = \frac{\bar{V}_{ab}}{\bar{Z}}$ . Valitaan referenssiksi $\bar{I}_{ab} = I\angle 0$, jossa $I = \frac{V_{ab}}{Z}$ on virran tehollisarvo.



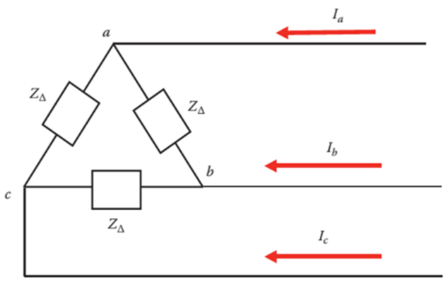

*Kuva 13. Kolmioon kytketty kuorma.*

Symmetrisessä järjestelmässä pääjännitteiden tehollisarvot ovat yhtä suuret ja niiden väliset vaihekulmat ovat 120 astetta. Tämä johtaa siihen, että muiden impedanssien virrat ovat $\overline{I}_{bc} = I\angle -120$ ja $\overline{I}_{ca} = I\angle 120$, josta saadaan laskettu päävirrat, esim.

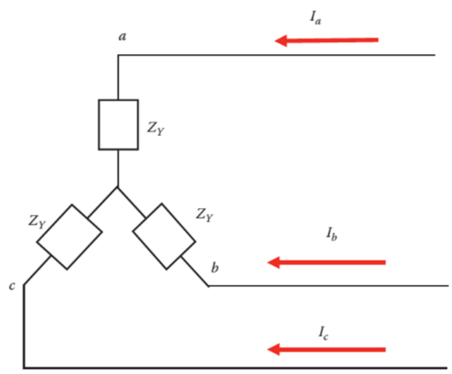
$$\begin{aligned} \overline{I}_a &= \overline{I}_{ab} - \overline{I}_{ca} \\ &= I\angle 0 - I\angle 120 \\ &= \sqrt{3} I\angle -30 \end{aligned} \tag{26}$$

Huomataan, että kolmioon kytketty kuormaa ottaa $\sqrt{3}$ kertaa suuremman päävirran kuin mitä yhden kolmion haaran läpi kulkee virtaa.

Yleisesti kolmivaihejärjestelmän laskentaan käytetään yksivaiheista sijaiskytkentämallia, josta saadaan jännitteet sekä virrat ja niistä tehot sekä tehokertoimet. Kun sekä generaattori että kuorma ovat tähtikytkettyinä, yksivaiheinen sijaiskytkentä on kuvan 11 mukainen, jossa kuormana on yksi haara tähteenkytketystä kuormasta ja lähteenä on generaattorin vaihejännite. Sähköjärjestelmässä voi kuitenkin olla monta lähdettä ja kuormaa ja niiden kytkennät voivat olla erilaisia. Yksivaiheisen sijaiskytkennän saamiseksi paras tapa on muuntaa kaikki kytkennät tähtikytkennöiksi ja muodostaa yksivaiheinen sijaiskytkentä sen perusteella. Tämä onnistuu piirianalyysissä johdetun tähti-kolmiomuunnoksen avulla kuten kuvassa 14 on esitetty. Huomaa, että impedanssin vaihekulma ei muutu muunnoksessa!




$$\overline{Z}_Y = \frac{\overline{Z}_\Delta}{3}$$




*Kuva 14. Tähti-kolmiokytkennän muunnos*

Yksivaiheisesta sijaiskytkennästä saadaan lasketuksi vaihejännite ja vaihevirta, josta voidaan laskea pätö- ja loisteho per vaihe:

$$P_{ph} = V_{ph} I_{ph} \cos(\theta) \tag{27}$$

$$Q_{ph} = V_{ph} I_{ph} \sin(\theta) \tag{28}$$

Kolmivaihekytkennän tehot ovat kolmenkertaisia, eli

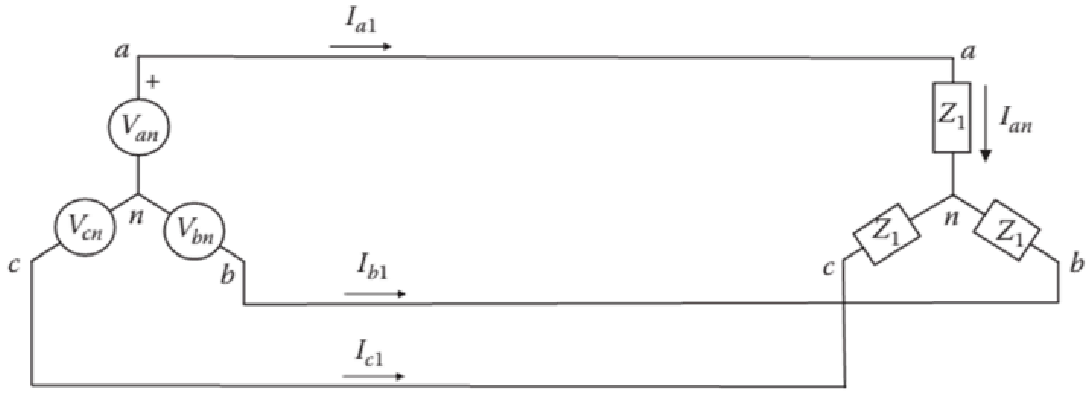
$$P = 3P_{ph} = 3V_{ph} I_{ph} \cos(\theta) \tag{29}$$

$$Q = 3Q_{ph} = 3V_{ph} I_{ph} \sin(\theta) \tag{30}$$

Jos kuorma on tähteen kytketty (kuva 15), vaihevirta on yhtä suuri kuin päävirta, eli $I_{ph} = I_l$ ja vaihejännite on $\sqrt{3}$ kertaa pienempi kuin pääjännite, eli $V_{ph} = \frac{V_{ll}}{\sqrt{3}}$. Sijoittamalla kaavoihin (29) ja (30) saadaan:

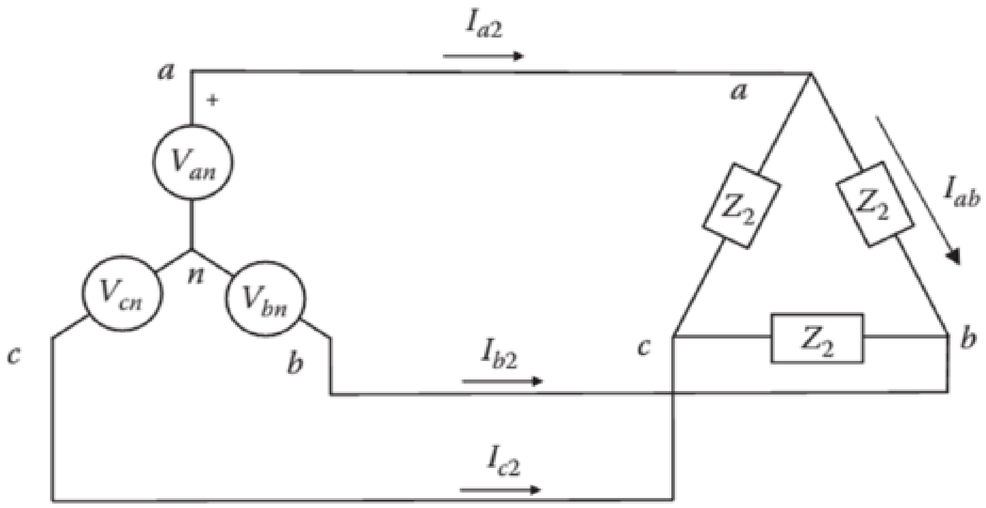
$$P = \sqrt{3} V_{ll} I_l \cos(\theta) \tag{31}$$

$$Q = \sqrt{3} V_{ll} I_l \sin(\theta) \tag{32}$$




*Kuva 15. tähteen kytketty kolmivaiheinen kuorma*

Jos kuorma on kolmioon kytketty (kuva 16), vaihevirta on $\sqrt{3}$ pienempi kuin päävirta, eli $I_{ph} = \frac{I_l}{\sqrt{3}}$ ja vaihejännite on yhtä suuri kuin pääjännite, eli $V_{ph} = V_{ll}$. Jälleen sijoittamalla kaavoihin (29) ja (30) saadaan tehoille samat kaavat kuin (31) ja (32). Kolmivaihejärjestelmän tehot ovat siis pääjännitteen ja päävirran funktioina samaa muotoa riippumatta kuorman kytkennästä (kolmio tai tähti). Oleelliset erot johtuvat siitä, miten virrat lasketaan kussakin tapauksessa. Huomaa, että kolmivaihejärjestelmän tehokerroin ei muutu siitä, joka on laskettu yksivaiheisesta sijaiskytkennästä!




*Kuva 16. Kolmioon kytketty kolmivaiheinen kuorma.*

***<u>Yhteenveto</u>***

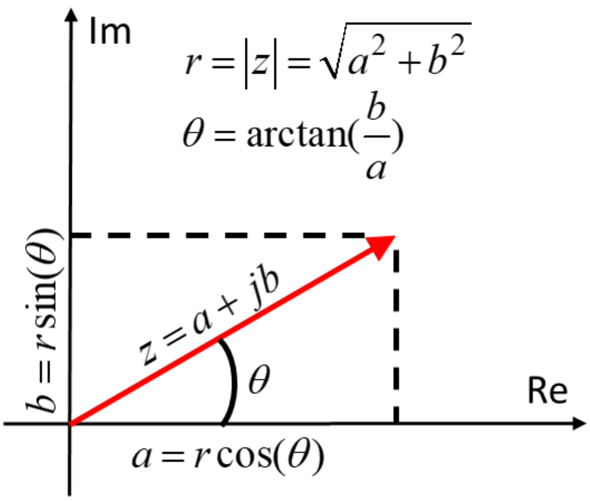
Sähkögeneraattorissa 120 astetta toisistaan olevat käämit yhdessä roottorin kanssa vakionopeudella pyörivän magneettikentän kanssa tuottavat kolme vaihejännitettä, joka kytketään kolmioon tai tähteen. Tällä tavalla kytketyt vaihejännitteet muodostavat kolmivaihejärjestelmän. Kolmivaihejärjestelmän laskentaa varten käytetään yksivaiheista sijaiskytkentää, joka muodostetaan muuntamalla kaikki kytkennät tähtikytkennöiksi ja ottamalla käyttöön vain yksi tähtikytkennän haara, josta voidaan laskea vaihevirrat käyttäen vaihejännitteitä ja vaihekuormaimpedanssia. Yksivaiheisesta sijaiskytkennästä saadaan myös kytkennän tehokerroin, jota tarvitaan kolmivaihejärjestelmän tehon laskentaan. Kolmivaihejärjestelmän tehot ovat samaa muotoa pääjännitteen ja päävirran funktiona riippumatta kytkennästä (tähti- tai kolmiokytkentä).

**Liite1: Kompleksiluvut**

***Yleisesitys ja laskusäännöt***

Matemaatikot kehittivät kompleksilukuja alun perin saadakseen suurempia joukkoja polynomiyhtälöitä ratkaistuksi. Esim. yhtälöllä $x^2+1=0$ ei ole reaaliratkaisua, mutta kun määritellään[2] $j=\sqrt{-1}$ saadaan yhtälölle kaksikin ratkaisua $x=j$ ja $x=-j$. Kompleksilukujen teoria on laaja, eikä tässä ole tarkoituksenmukaista käydä sitä läpi. Kompleksiluvut ja niiden teoria osoittautuivat kuitenkin erinomaiseksi matemaattiseksi työkaluksi monelle fysiikan ja tekniikan aloille. Yksi sen tärkeimmistä ominaisuuksista on sen yhteys trigonometriaan ja sen mahdollistamat yksinkertaiset laskutavat (samat säännöt kuin reaaliluvuilla). Tämä trigonometrian yhteys on näkyvissä kuvassa L1.

Kompleksiluku on muotoa[3] $z=a+jb$, jossa $a=\mathrm{Re}(z)$ on kompleksiluvun reaaliosa ja $b=\mathrm{Im}(z)$ sen imaginaariosa, molemmat reaalilukuja. Kompleksiluku näyttäytyy siis vektorina tasossa, jossa x-akseli on reaaliakseli ja y-akseli on imaginaariakseli. Kompleksiluvun $z$ itseisarvo $|z|=r$ on tämän vektorin pituus ja sen argumentti $\theta$ on vektorin kulma x-akselin suhteen (molemmat reaalilukuja ja kulma ilmoitetaan yleisesti radiaaneina). Geometrian kaavoja käyttäen voidaan kirjoittaa $z=r(\cos(\theta)+j\sin(\theta))=re^{j\theta}$ tai tekniikan merkein $z=r\angle\theta$, jossa $\theta$ on nyt ilmoitettava asteina, kun muissa merkinnöissä se ilmoitetaan radiaaneina.




*Kuva L1. kompleksiluku ja sen visualisointi sekä sen yhteys trigonometrisiin funktioihin.*

Kompleksiluvuille pätee seuraavat laskusäännöt

- kompleksiluvut $z=a+jb=r_z\angle\theta_z$ ja $w=c+jd=r_w\angle\theta_w$ ovat yhtä suuria, jos ja vain jos $a=c$ ja $b=d$, eli $r_z=r_w$ ja $\theta_z=\theta_w$.
- Kompleksiluvuille ei voida määritellä suuruus vertailua, eli ”<” ja ”> ” operaattorit eivät päde kompleksiluvuille.
- summa: $z+w=(a+c)+j(b+d)$ (Huom. yleensä $r_{z+w}\neq r_z+r_w$ ja $\theta_{z+w}\neq\theta_z+\theta_w$)
- erotus: $z-w=(a-c)+j(b-d)$

---

[2] Matematiikan kirjallisuudessa käytetään merkintää $i=\sqrt{-1}$, mutta sähkötekniikassa $i$ käytetään virtasymbolina, joten se voi aiheuttaa sekaannusta.

[3] Tässä liitteessä käsitellään vain kompleksilukuja, joten lukujen päällä oleva viiva on jätetty pois kaikista kaavoista. Se, onko kyseessä kompleksiluku vai reaaliluku, pitäisi lukea kontekstista.

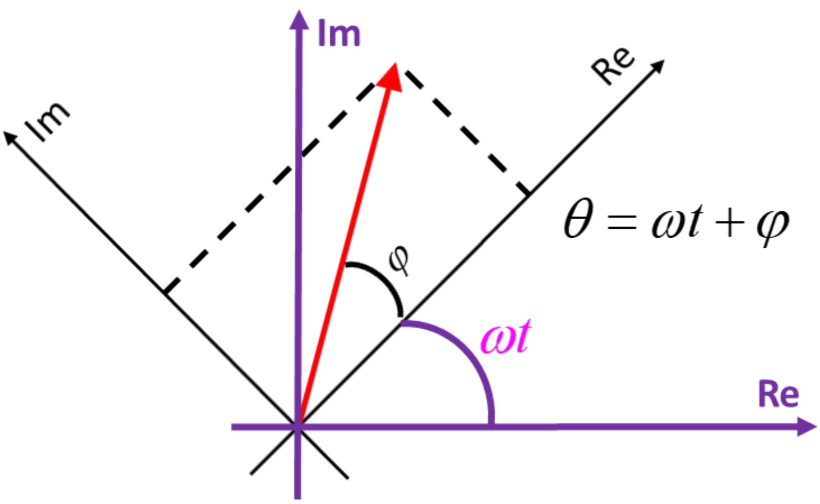
- tulo: $zw = (a + jb)(c + jd) = (ac - bd) + j(ad + bc)$; se tarkoittaa myös että $r_{zw} = r_z r_w$ ja $\theta_{zw} = \theta_z + \theta_w$.
- osamäärä: $\frac{z}{w} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j\frac{bc + ad}{c^2 + d^2}$ se tarkoittaa myös, että $r_{\frac{z}{w}} = \frac{r_z}{r_w}$ ja $\theta_{\frac{z}{w}} = \theta_z - \theta_w$ .
- vaihdannaisuus: $z + w = w + z$ ja $zw = wz$
- liitännäisyys: $(z + w) + u = z + (w + u)$ ja $(zw)u = z(wu)$
- osittelulaki: $z(w + u) = zw + zu$

Kompleksiluvulle $z = a + jb = re^{j\theta} = r\angle\theta$ on määritelty liittoluku (konjugaatti) $z^* = a - jb = re^{-j\theta} = r\angle -\theta$. Liittoluvuille pätee: $\left(z^*\right)^* = z$, $(z + w)^* = z^* + w^*$, $(zw)^* = z^* w^*$ ja $\left(\frac{z}{w}\right)^* = \frac{z^*}{w^*}$, josta seuraa että $z + z^* = 2\,\mathrm{Re}(z)$ ja $z - z^* = 2\,\mathrm{Im}(z)\,j$

***Kompleksiluvut sähköenergiatekniikassa***

Sähköenergiatekniikassa ja yleisesti sähkötekniikassa jännitteet ja virrat ovat sinimuotoisia aikafunktioita (tai summa sinifunktioista). Sinifunktiolla, esim. $u = \hat{u}\sin(\omega t + \varphi)$ on amplitudi $\hat{u}$ ja argumentti eli kulma $\theta = \omega t + \varphi$. Tämä funktio voidaan siis esittää kompleksiluvulla $\bar{U} = \hat{u}e^{j\omega t + \varphi}$, jolla on sama amplitudi ja sama argumentti. Sellainen kompleksiluku muuttuu ajan funktiona kompleksitasossa kuten on havainnollistettu kuvassa L2, jossa argumentti eli kulma on jaettu kahteen osaan: $\omega t$, joka riippuu ajasta ja $\varphi$, joka on ajasta riippumaton.

Matematiikan keinoin voidaan suorittaa koordinaattimuunnos niin että kyseistä kompleksilukua ei kirjoiteta alkuperäisessä staattisessa koordinaatistossa (violettikoordinaatisto kuvassa L2) vaan kirjoitetaan sen kulmanopeudella $\omega$ lla pyörivässä koordinaatistossa (musta koordinaatisto kuvassa L2), jolla on sama origo kuin staattisella koordinaatistolla. Silloin saadaan kompleksiluvulle muoto $\bar{U} = \hat{u}e^{j\omega t + \varphi}e^{-j\omega t} = \hat{u}e^{j\varphi}$, jossa aikariippuvuus on piilotettu muunnoksen avulla.




*Kuva L2: kompleksiluku esitys staattisessa ja pyörivässä koordinaatistossa.*

Joissakin tapauksissa sinifunktion $u$ huippuarvo on tärkeä ja hyvin määritelty. Sähköenergiatekniikassa huippuarvon mittaaminen vaati erilaisia mittalaitteita, joita ei ole aina tarpeen käyttää. Sen sijan jännitteet ja virrat mitataan yksinkertaisilla laitteilla, jotka näyttävät suureiden tehollisarvoja. Tehollisarvo on muutenkin paljon kuvaavampi suure esim. virralle, koska se vastaa saman arvoisen tasavirran aiheuttamia tehohäviöitä resistanssissa. Tämän takia sähköenergiatekniikan suureiden kompleksilukuesityksessä, jota kutsutaan osoittimeksi, käytetään huippuarvon sijaan tehollisarvoa, esim. jännite- ja virtaosoittimet kirjoitetaan muotoa $\bar{U} = U_{rms} e^{j\varphi_u}$ ja $\bar{I} = I_{rms} e^{j\varphi_i}$ , jossa alaviite *rms* tarkoittaa tehollisarvoa. Aliviite jätetään pois aina silloin, kun siitä ei aiheudu epäselvyyksiä.