



Aalto-yliopisto

# MS-A0004 Matriisilaskenta

## Laskuharjoitus 3 / vko 39

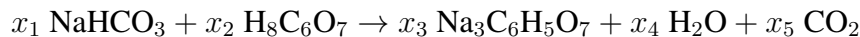
Tehtäviä 1–4 lasketaan alkuviikon harjoituksissa. Näistä tehtävät 1 ja 2 esittelet valmistuttuaan assistentille (merkitty kirjaimella L = Lasketaan), tehtävien 3 ja 4 ratkaisut palautat sähköisesti kurssin MyCourses-kotisivujen kautta pe 1.10. klo 17.00 mennessä (merkitty kirjaimella P = Palautetaan). Tehtäviä 5–8 lasketaan loppuviikon harjoituksissa: 5 ja 6 paikanpäällä, kun taas 7 ja 8 palautetaan sähköisesti kurssin MyCourses-kotisivujen kautta ti 5.10. klo 17.00 mennessä. Tarkemmat palautusohjeet löytyvät kurssin kotisivuilta.

**Tehtävä 1 (L):** Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 6 & -3 & -9 \\ -4 & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \alpha \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Onko olemassa sellainen  $\alpha \in \mathbb{R}$ , että yhtälöllä  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  on ratkaisu/ratkaisuja? Jos tällainen  $\alpha$  on olemassa, etsi kaikki sitä vastaavat yhtälön  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  ratkaisut.

**Tehtävä 2 (L):** Määritä pienimmät positiiviset kokonaisluvut  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  reaktiokaavassa



(tässä natriumbikarbonaattia ja sitruunahappoa sisältävä tabletti liukenee veteen).

Kirjoita yhtälöt matriisimuodossa ja ratkaise Gaussin eliminointimenetelmällä.

**Tehtävä 3 (P):** Onko seuraavilla yhtälöryhmillä ratkaisuja? Jos ei ole, perustele. Jos on, määritä kaikki ratkaisut.

a)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$$

**Tehtävä 4 (P):** Eräs pieni talous koostuu kolmesta sektorista: Kemikaalit & metallit, energia ja koneet. Kemikaalit & metallit myy tuotteistaan 30% energiasektorille ja 50% konesektorille ja käyttää itse loput. Energia myy 80% kemikaali- & metallisektorille ja 10% konesektorille käyttäen loput itse. Konesektori myy tuotteistaan 40% kemikaali- & metallisektorille, 40% energiasektorille ja käyttää loput itse.

Etsi tasapainotilaa (kunkin sektorin tulot ja menot vastaavat toisiaan) kuvaava yhtälöryhmä. Jos konesektorin tuotanto on 100 yksikköä, mitkä ovat tasapainotilassa muiden sektorien tuotannot? (Selvitä ratkaisemalla yhtälöryhmä Gaussin algoritmin avulla.)

**Tehtävä 5 (L):** Etsi sellaisen lineaarikuvauksen matriisi, joka

- Peilaa avaruuden  $\mathbb{R}^2$  vektorit  $x$ -akselin suhteen ja venyttää ne kolminkertaisen pituisiksi.
- Peilaa avaruuden  $\mathbb{R}^3$  vektorit origon suhteen.
- Projisoi avaruuden  $\mathbb{R}^3$  vektorit  $y$ -akselin suunnassa  $xz$ -tasolle.

**Tehtävä 6 (L):** a) Etsi jotkin sellaiset matriisit  $A$  ja  $B$ , että  $AB = 0$ , vaikka kumpikaan matriiseista ei ole nollamatriisi.

- Etsi jotkin sellaiset  $3 \times 3$ -matriisit  $C$  ja  $D$ , että  $CD \neq DC$ .

**Tehtävä 7 (P):** Etsi lineaarikuvauksen  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  matriisi  $A_F \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ , kun tiedetään, että  $F(1, 1, 1) = (11, 16)$ ,  $F(3, 2, -1) = (2, 7)$  ja  $F(5, 3, -2) = (0, 7)$ .

**Tehtävä 8 (P):** Etsi matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

käänteismatriisi  $A^{-1}$  Gaussin eliminaatiolla ja ratkaise tämän avulla yhtälö  $Ax = \mathbf{b}$ , kun  $\mathbf{b} = (1, 2, 3, 4)$ .