

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu  
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

MS-A0101 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1	(Alestalo)
MS-A0102 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1	(Malinen)
MS-A0103 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1	(Malinen)
MS-A0104 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1	(Alestalo)

**Tentti 8.9.2021**

**Laske kaikki tehtävät.**

1. Määritä kaikki reaaliluvut  $x \in \mathbf{R}$ , joilla sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{25^n} x^{2n}$$

suppenee. Tutki myös mahdolliset suppenemisvälin päätepisteet.

2. a) Määritä funktion  $f(x) = xe^{3x}$  Maclaurin-polynomi  $P_4(x)$ .  
(Maclaurin-polynomi = Taylor-polynomi, kun  $x_0 = 0$ )  
b) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x - 1}.$$

3. Olkoon  $f: [0, \infty[ \rightarrow [0, \infty[$ ,  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x$ .  
a) Osoita, että funktio  $f$  on aidosti kasvava.  
b) Päättelä käänteisfunktion arvo  $f^{-1}(4)$  ja laske käänteisfunktion derivaatta

$$(f^{-1})'(4).$$

Huom: Ei kannata yrittää muodostaa käänteisfunktion lauseketta.

4. Laske integraali

$$\int_0^{4\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx$$

sijoittamalla aluksi  $x = t^2$ .

5. Ratkaise differentiaaliyhtälö  $y' - 5y = 10$  alkuehdolla  $y(0) = 5$ .  
Huom: DY:n voi ratkaista joko lineaarisena tai separoituvana.  
6. Määritä differentiaaliyhtälön  $y'' - 3y' - 4y = 16x + 4$  yleinen ratkaisu.