

Viikon aiheet: **homogeeninen yhtälö, eksakti yhtälö, lineaarinen vakiokertoiminen yhtälö.** Harjoitustehtäviin liittyvää materiaalia löytyy kurssikirjasta **Adams & Essex, Calculus, A Complete Course (8th Edition) 18.3–18.6, 7.9, 3.7.**

Alkuviikko

1. Ratkaise homogeeninen yhtälö $x^2y' - 3xy - 2y^2 = 0$ palauttamalla se separoituvaksi yhtälöksi muuttujan vaihdolla $z = \frac{y}{x}$.
2. Ratkaise eksakti yhtälö $2x + 1 + 2xy + (x^2 + 4y^3)y' = 0$.
 - (a) Selvitä ensin, miksi yhtälö on eksakti. Mikä on yhtälön integraalifunktio F ja mitkä ovat sen tasa-arvokäyrät? Jos F on yhtälön integraalifunktio, niin onko funktio $F + C$, missä C vakio, aina ratkaisu?
 - (b) Onko yhtälöllä $2 + \frac{1}{x} + 2y + (x + 4\frac{y^3}{x})y' = 0$ samat ratkaisut? Mikä on tämän yhtälön integroiva tekijä?
3. Ratkaise lineaarinen yhtälö $xy' - 3y = x^5$ kun $x > 0$:
 - (a) Kirjoita yhtälö ensin normaalimuotoon $y' + p(x)y = q(x)$.
 - (b) Muodosta integroiva tekijä $x \mapsto e^{u(x)}$, missä $u(x) = \int p(x)dx$.
 - (c) Kerro normaalimuotoinen yhtälö puolittain integroivalla tekijällä.
 - (d) Integroi yhtälö puolittain muuttujan x suhteen.
 - (e) Pohdi vielä miksi funktio $x \mapsto e^{u(x)}$ aina antaa yhtälölle $y' + p(x)y - q(x) = 0$ integroivan tekijän kirjoittamalla tehtävän yhtälö eksaktiksi yhtälöksi ja etsimällä integraalifunktio F sekä sen tasa-arvokäyrät.
4. Ratkaise yhtälö $x \sin\left(\frac{y}{x}\right) y' = y \sin\left(\frac{y}{x}\right) + x$.

Loppuviikko

Taulutehtävät

1. Ratkaise yhtälö $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$.
2. Ratkaise yhtälö $e^y + e^{-x} + (e^y + 2ye^{-x})y' = 0$.
3. Ratkaise yhtälö $xy' = -3y + \frac{\sin x}{x^2}$.

Palautettavat tehtävät

4. Ratkaise alkuarvot tehtävät
 - (a) $2y'' + 8y' + 6y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$,
 - (b) $2y'' + 12y' + 18y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
5. Etsi lineaarinen toisen kertaluvun homogeeninen vakiokertoiminen differentiaaliyhtälö, jonka yleinen ratkaisu on muotoa
 - (a) $y(x) = c_1e^{3x} + c_2xe^{3x}$,
 - (b) $y(x) = c_1 + c_2e^{-5x}$,
 - (c) $y(x) = c_1 \sin 4x + c_2 \cos 4x$,
 - (d) $y(x) = c_1e^{-x} \sin 2x + c_2e^{-x} \cos 2x$,
 - (e) $y(x) = c_1 + c_2x$.
6. Anna assistentillesi rakentavaa palautetta kurssista.
 - (a) Mitkä asiat harjoituksissa olivat toimivia ja tukivat oppimistasi?
 - (b) Mitä asioita pitäisi vielä kehittää?
 - (c) Vastaa myös viralliseen kurssipalautteeseen, joka ilmestyy sähköpostiisi. Saat siihen vastaamisesta vielä 2 ylimääräistä pistettä.

Mielipiteesi on tärkeä!