PHYS-A0120 Termodynamiikka syksy 2022

Emppu Salonen

Viikko 3: lämpövoimakoneet ja termodynamiikan 2. pääsääntö

maanantai 7.11. ja keskiviikko 9.11.

Aalto University
School of Science

“Notwithstanding the work of all kinds done by steam engines… their theory is very little understood, and the attempts to improve them are still directed almost by chance.

[…]

We shall have [a complete theory] only when the laws of Physics shall be extended enough, generalized enough, to make known beforehand all the effects of heat acting in a determined manner on any body.”

- Nicolas Léonard Sadi Carnot (1824)

Aiheita tällä viikolla

3.1.1 Lämpövoimakoneet

3.1.2 Termodynamiikan 2. pääsääntö

3.1.3 Termodynaamisista kiertoprosesseista

3.2.1 Carnot'n kiertoprosessi (sykli)

3.2.2 Absoluuttinen lämpötila

3.2.3 Ideaalikaasua käyttävä Carnot'n kone

3.2.4 Käänteisistä lämpövoimakoneista

Aalto University
School of Science

3.1.1 Lämpövoimakoneet

Osaat selittää lämpövoimakoneen toimintaperiaatteen ja perusteet suurimmalle mahdolliselle lämpövoimakoneen hyötysuhteelle.

Osaat määritellä ja selittää käsitteet palautuva ja palautumaton prosessi.

Lämpö ja työ

On mahdollista kuvitella loputon määrä kiertoprosesseja (ts. suoritettuaan sarjan termodynaamisia prosesseja systeemi palaa alkutilaansa), jossa muutamme systeemiin tehtyä työtä täydellisesti lämmöksi.

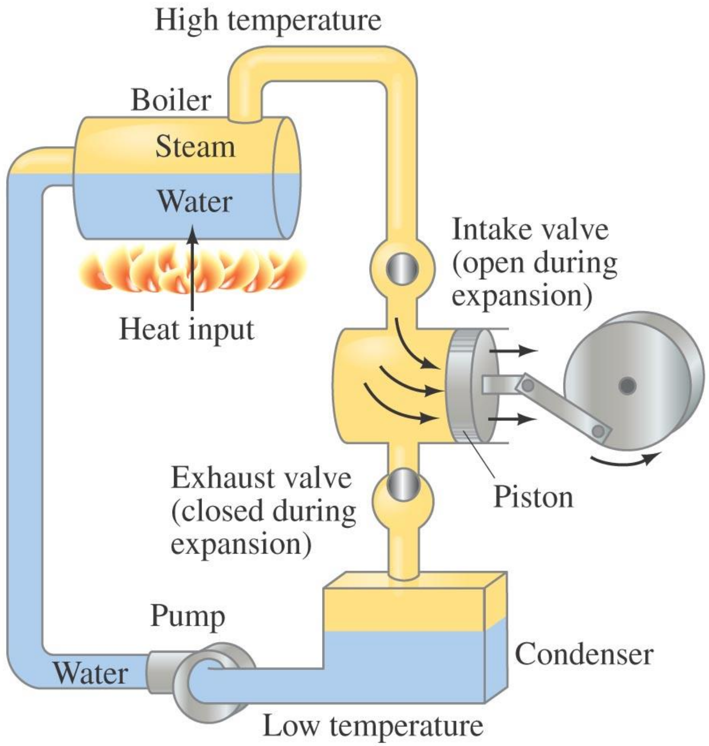
Yksinkertainen esimerkki: kahden kappaleen hankaaminen vastakkain lämpövarantona toimivassa vesimassassa. Hankaamisessa kitkaa vastaan tehty työ nostaa hieman kappaleiden lämpötilaa ja energiaa siirtyy lämpönä kappaleista veteen, tasoittaen lämpötilaeron.

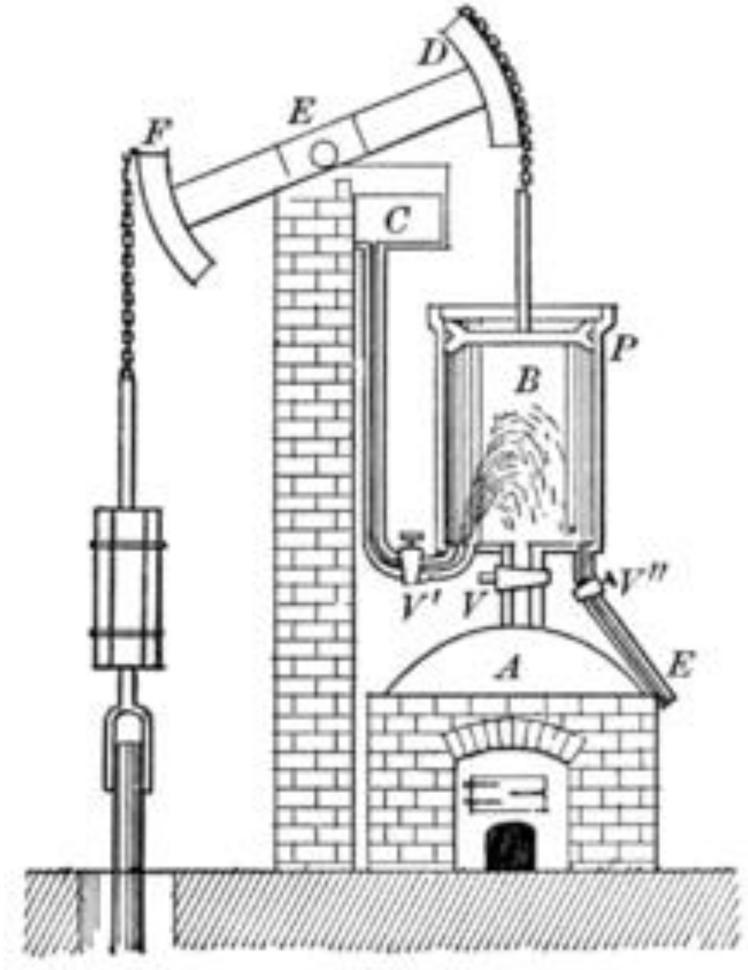
Tämä herättää kysymyksen siitä, missä määrin voimme muuttaa kiertoprosessien avulla lämpöä työksi. Työ ja lämpö ovat kuitenkin hyvin erilaisia energian siirron muotoja: edellinen makroskooppisesti hallittua ja suunnattua, jälkimmäinen mikroskooppista, spontaania ja hallitsematonta.

Tämän ongelman parissa termodynamiikan pioneerit uurastivat 1700- ja 1800-luvuilla. Tutkimuksen tulokset eivät ainoastaan lisänneet ymmärrystä lämpöä hyödyntävistä teknisistä laitteista, vaan liioittelematta koko maailmankaikkeuden fysiikasta.

Ei hassumpi saavutus kömpelöiltä, kolisevilta ja savuavilta koneilta.

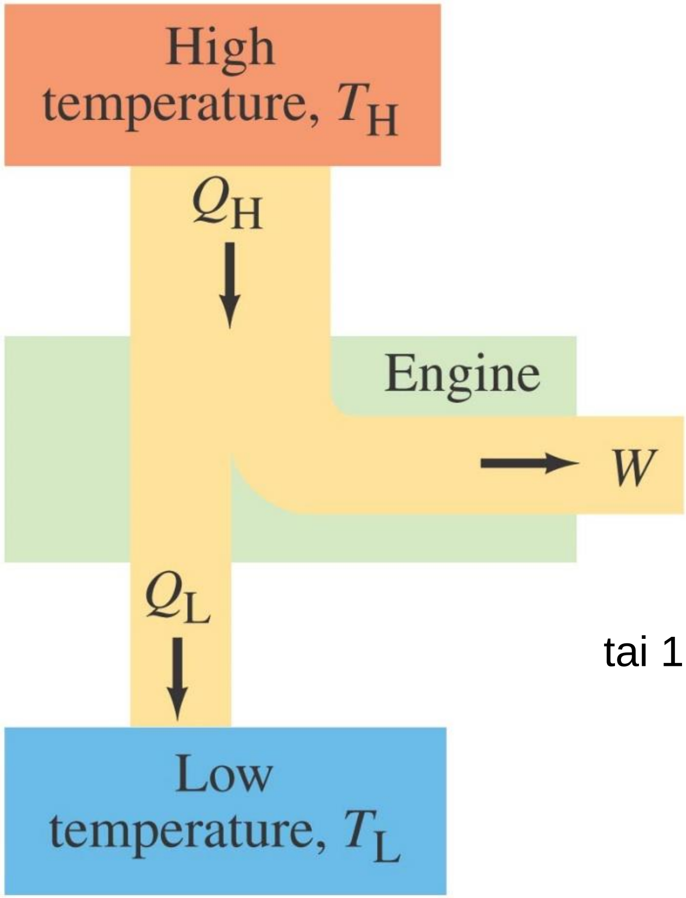
Höyrykone

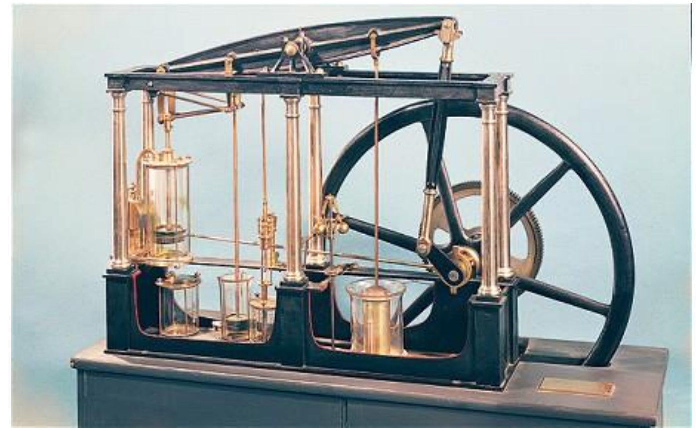




Newcomenin höyrykone (1712), ensimmäisiä teollisessa käytössä olleita lämpövoimakoneita. Kone oli hyvin hidas (muutama sykli minuutissa) ja sen hyötysuhde oli vain jotain prosentteja. Vaadittiin vielä paljon ponnisteluja (mm. James Wattin uraauurtava kehitystyö) varsinaisen teollisen vallankumouksen alkamiseen.

Lämpövoimakone





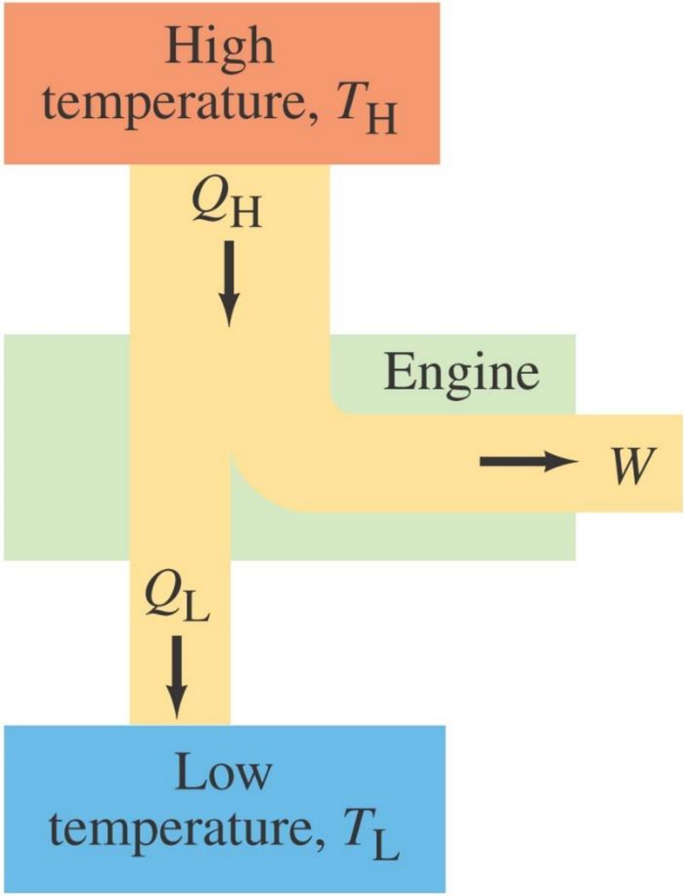
Hyötysuhde, *e*

$$|W| = eQ_H \Leftrightarrow e = \frac{|W|}{Q_H}$$

tai 1. pääsäännön avulla ($\Delta U = Q_H + Q_L + W = 0$)

$$e = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

Lämpövoimakone



$$e = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

$$|Q_L| > 0$$

Kokeellinen tutkimus osoitti, että lämpövoimakonetta ei voi toteuttaa ilman työaineen luovuttamaa lämpöä jossain koneen kiertoprosessin vaiheessa.

On siis mahdotonta rakentaa lämpövoimakonetta, jonka hyötysuhde on 100%

*(Konetta, joka pystyisi muuttamaan vastaanotettua lämpöä täydellisesti mekaaniseksi työksi **sanotaan toisen lajin ikiliikkujaksi**.)*

3.1.2 Toinen pääsääntö

Osaat sanallisesti ilmaista ja selittää termodynamiikan toisen pääsäännön (Clausiuksen ja Kelvinin-Planckin muotoilut).

Termodynamiikan 2. pääsääntö

Rudolf Clausius (1854)

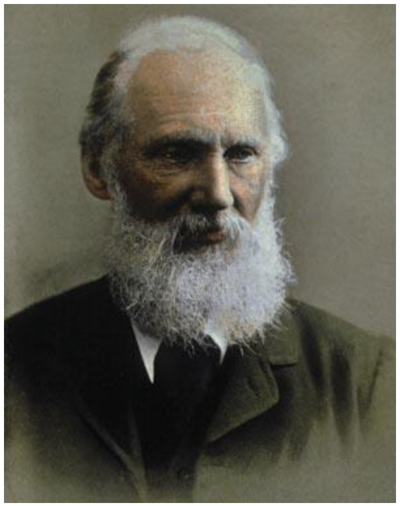
On mahdotonta rakentaa kiertokone, jonka *ainoa* vaikutus on lämmön siirtäminen kylmästä kappaleesta kuumempaan.

tai

Ei ole mahdollista toteuttaa prosessia, jonka ainoa lopputulos on lämmön siirtäminen kylmemmästä kappaleesta kuumempaan.

Ylempi muoto viittaa suoraan (käänteiseen) lämpövoimakoneeseen, alempi vaatii huolellisen tulkinnan kohdan "ainoa lopputulos" suhteen. Perusajatus tulee varmasti kuitenkin molemmista muodoista ilmi: lämpö ei siirry spontaanisti kylmemmästä kappaleesta kuumempaan.

Termodynamiikan 2. pääsääntö



Kelvin (1851) ja Planck myöhemmin

On mahdotonta rakentaa kiertokone, jonka *ainoa* vaikutus on muuntaa lämpövarannosta siirretty tietty määrä lämpöä *kokonaan* mekaaniseksi työksi.

tai

Ei ole mahdollista toteuttaa prosessia, jonka ainoa lopputulos on lämmön täydellinen muuntaminen mekaaniseksi työksi.

Alempi muotoilu: esim. ideaalikaasun (palautuvassa) isotermisessä laajenemisessa lämpö toki muuttuu täydellisesti työksi, mutta tämä ei ole prosessin ainoa lopputuloa. Laajenemisen jälkeen kaasu on eri tilassa kuin alussa!

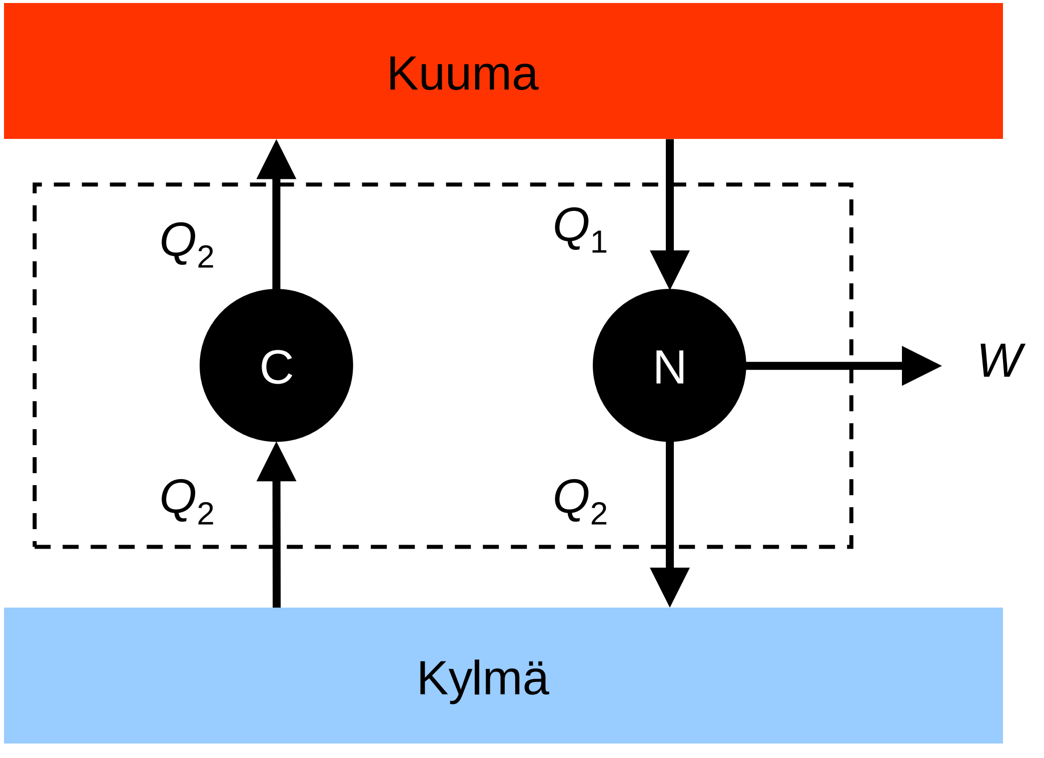
Termodynamiikan 2. pääsääntö

Osoitetaan, että Clausiuksen ja Kelvinin muotoilut termodynamiikan 2. pääsäännöstä ovat ekvivalentit. Tämä tehdään näyttämällä, että mikäli ensimmäinen muotoilu on epätosi, toisenkin täytyy olla epätosi. Ja toisin päin. Tässä ensimmäinen vaihe:

1. Tee (Q,W)-kaavio normaalille, palautuvalle lämpövoimakoneelle sekä koneelle, joka rikkoo Clausiuksen muotoilua 2. pääsäännöstä

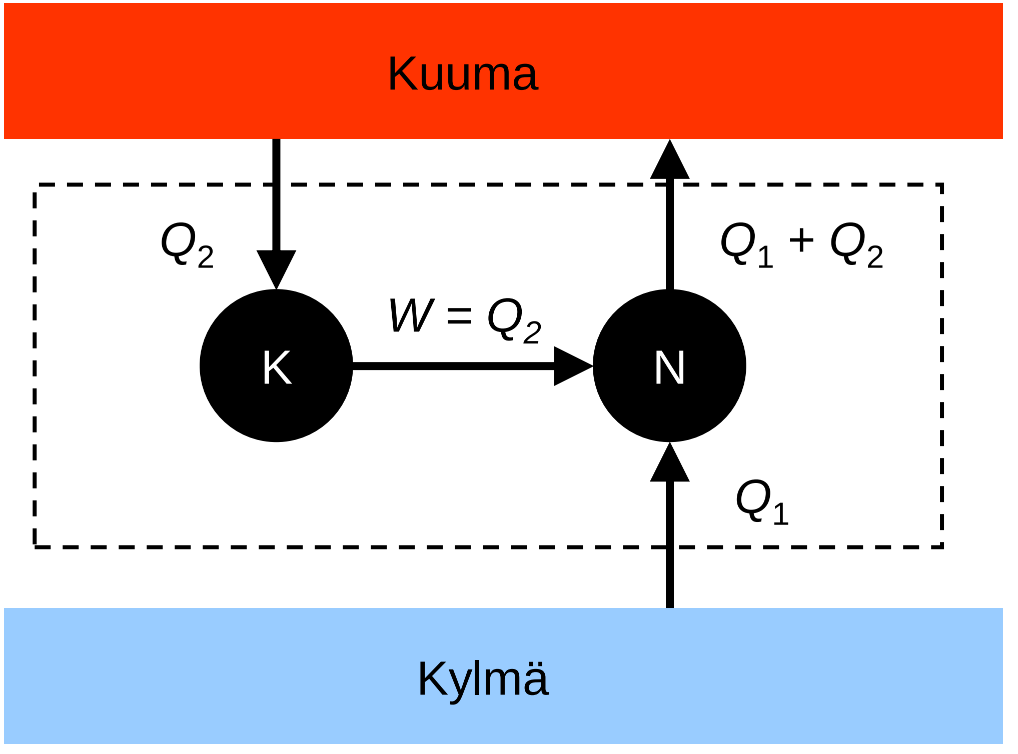
2. Tarkastelemalla näitä kahta konetta yhtenä suurempana koneena osoita, että jos on mahdollista rikkoa Clausiuksen muotoilua 2. pääsäännöstä tästä automaattisesti seuraa, että voimme rikkoa Kelvinin muotoilua

Clausiuksen muotoilu 2. pääsäännöstä



Koneen ainoa vaikutus on lämmön $Q_1 - |Q_2|$ muuttaminen työksi W.
Tämä rikkoo Kelvinin muotoilua toisesta pääsäännöstä!

Ja sitten toiseen suuntaan...



Koneen ainoa vaikutus on lämmön Q_1 siirtäminen kylmemmästä lämpövarannosta kuumempaan.
Tämä rikkoo Clausiuksen muotoilua toisesta pääsäännöstä!

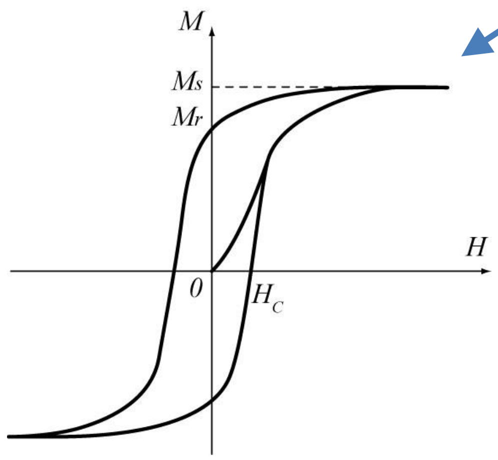
Palautuva prosessi

Prosessi on palautuva jos ja vain jos sen suunta voidaan *täysin* kääntää infinitesimaalisella muutoksella vallitsevissa olosuhteissa.

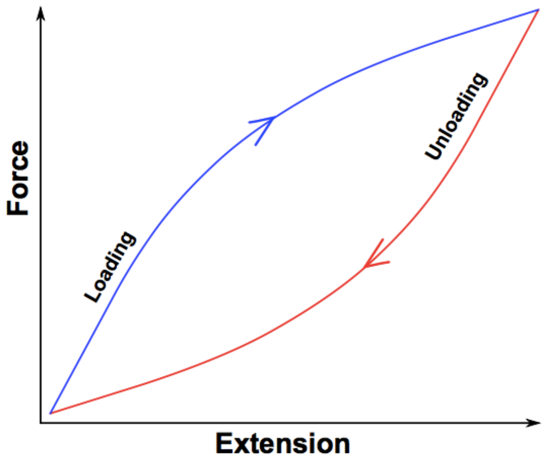
- Suunnan muutos *äärellisellä* muutoksella ei ole riittävä ehto
- Tehdyn työn ja siirtyneen lämmön suunta vaihtuu
- Käänteisprosessissa *sekä systeemi että ympäristö* palaavat alkutiloihinsa

Palautuvan prosessin ehdot

1. Prosessin täytyy olla kvasistaattinen
2. Prosessiin ei saa liittyä häviöitä (kitka, viskositeetti, epäelastinen vaste jne.)
3. Prosessiin ei saa liittyä muistiefektejä (*hystereesiä*)



ferromagneettisen aineen magnetoituma M magneettikentän voimakkuuden H funktiona



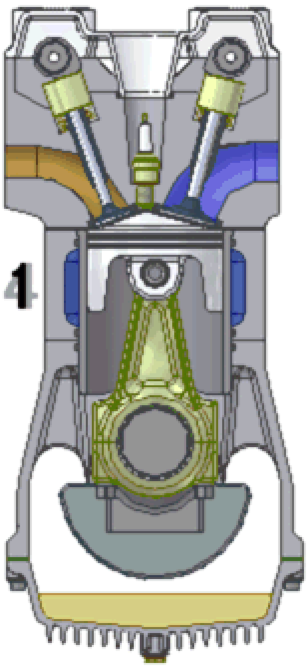
ei-palautuva mekaaninen vaste venyttävälle voimalle: venytyksen tuloksena on materiaalissa palautumaton muutos, jolloin venyttävän voiman vähetessä systeemi ei palaa alkuperäistä polkua pitkin alkutilaan.

Aalto University
School of Science

3.1.3 Termodynaamisista kiertoprosesseista

Osaat laskea kiertoprosessissa tehdyn työn ja siirtyneen lämmön sekä näiden pohjalta määrittää kiertoprosessin ideaalisen hyötysuhteen.

Otto-moottori (1876)



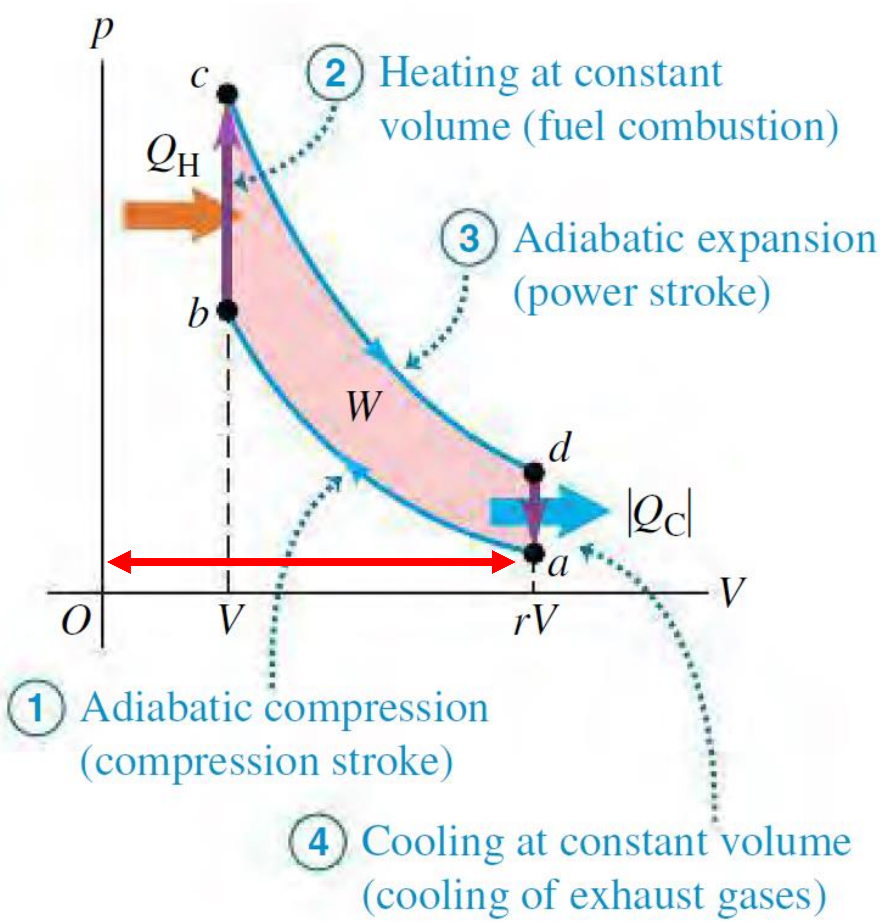
Nelitahtimoottori

1. Imutahti: työaine imetään sylinteriin
2. Puristustahti: mäntä liikkuu ylöspäin ja puristaa työainetta. Lopuksi käyttöaine sytytetään palamaan sähkökipinän avulla
3. Työtahti: laajeneva käyttöaine työntää mäntää alaspäin
4. Poistotahti: mäntä liikkuu ylöspäin ja työntää palaneen käyttöaineen (pakokaasu) ulos sylinteristä

Nicolaus Otto

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/otto.html

Ideaalinen Otto-sykli



$$e = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

Prosessissa *d-a* luovutettu lämpö

$$|Q_C| = nc_V(T_d - T_a)$$

Prosessissa *b-c* vastaanotettu lämpö

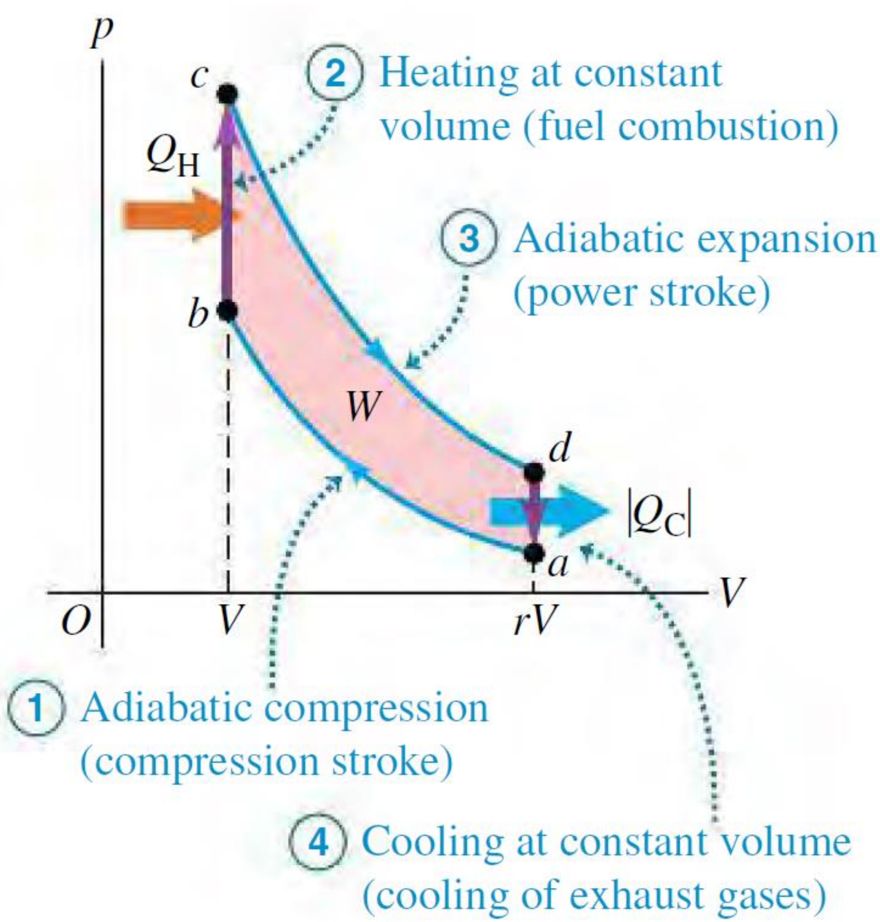
$$Q_H = nc_V(T_c - T_b)$$

Hyötysuhde on siis

$$e = 1 - \frac{(T_d - T_a)}{(T_c - T_b)}$$

Ideaalisten lämpövoimakoneiden syklien tarkastelu perustuu usein nk. ilmastandardin käyttöön. Tällöin käyttöaineeksi oletetaan ilma (~ kaksiatominen ideaalikaasu). Esim. bensiinimoottoreissa ilma:bensiini massasuhde sylinterissä on n. 15:1.

Ideaalinen Otto-sykli



Adiabaatilla *c-d*

$$T_d(rV)^{\gamma-1} = T_c V^{\gamma-1}$$

Vastaavasti adiabaatilla *a-b*

$$T_a(rV)^{\gamma-1} = T_b V^{\gamma-1}$$

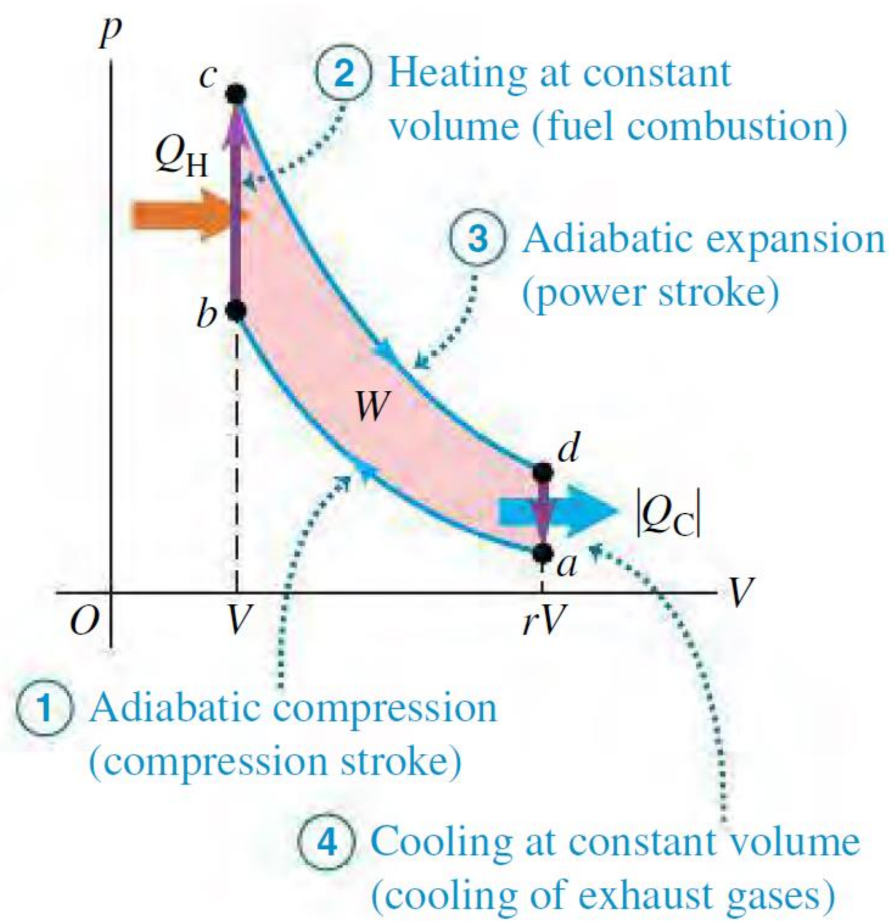
Vähennetään puolittain

$$(T_d - T_a)(rV)^{\gamma-1} = (T_c - T_b)V^{\gamma-1}$$

$$\frac{(T_d - T_a)}{(T_c - T_b)} = \frac{V^{\gamma-1}}{(rV)^{\gamma-1}} = r^{1-\gamma}$$

Ideaalinen Otto-sykli

$$e = 1 - \frac{(T_d - T_a)}{(T_c - T_b)}$$



Edellä todettiin

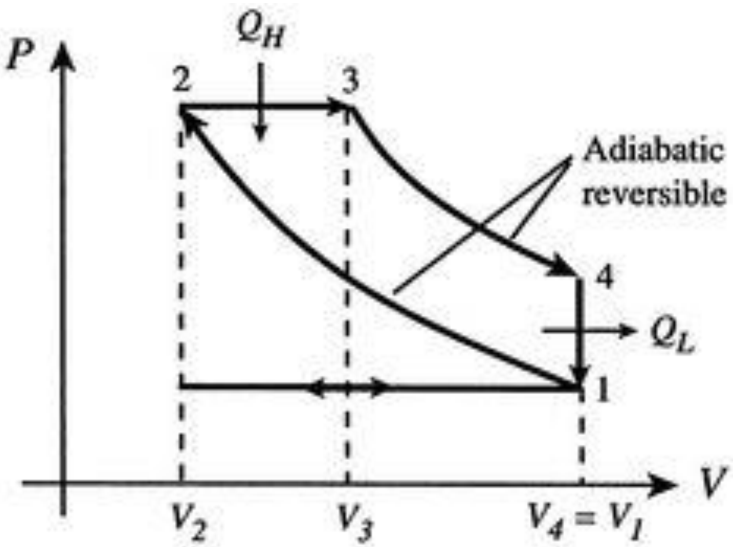
$$\frac{(T_d - T_a)}{(T_c - T_b)} = \frac{V^{\gamma-1}}{(rV)^{\gamma-1}} = r^{1-\gamma}$$

Kiertoprosessin hyötysuhteeksi saadaan siis

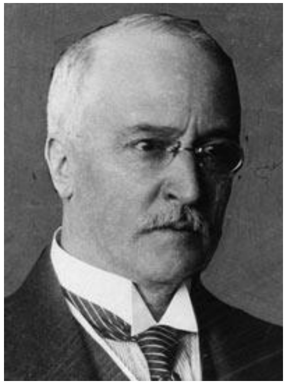
$$e = 1 - r^{1-\gamma}$$

Tyypillisesti polttomoottoreille r = 8 – 12. Suuremmat puristussuhteet voivat johtaa ilma-bensiiniseoksen hallitsemattomaan spontaaniin syttymiseen puristustahdin aikana, haitaten sylinterin toimintaa.

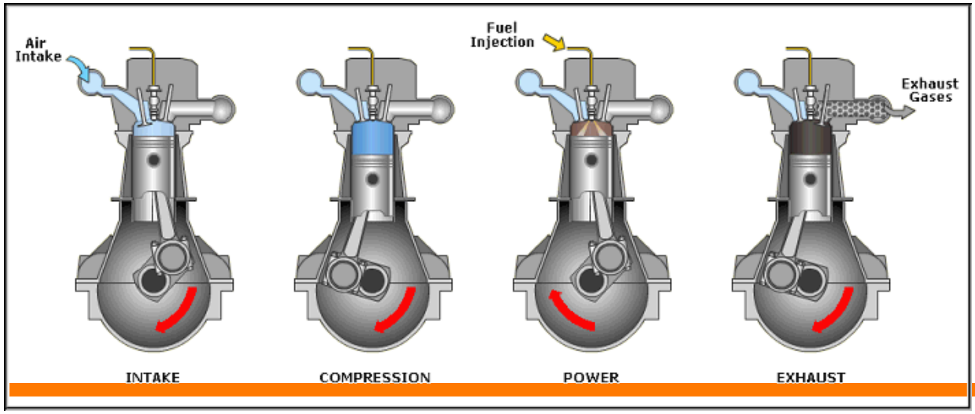
Diesel-sykli (1893)



Ideaalinen Diesel-sykli



Rudolf Diesel



Diesel-moottorissa sylinteri täytetään imutahdissa ilmalla. Puristustahdissa ilman lämpötila nousee hyvin korkeaksi ja polttoaine suihkutetaan erikseen sylinteriin.

Korkean lämpötilan johdosta ilma-polttoaineseos syttyy spontaanisti (vrt. kipinäsytytys Otto-moottorissa).

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/diesel.html

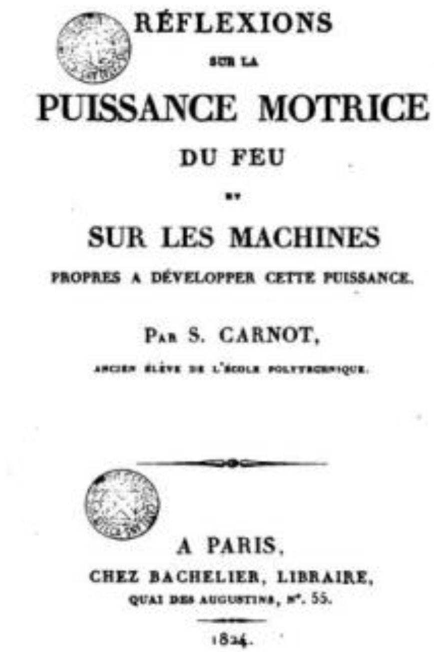
Aalto University
School of Science

3.2.1 Carnot'n kiertoprosessi

Osaat selittää perusteet suurimmalle mahdolliselle lämpövoimakoneen hyötysuhteelle.

Aalto University
School of Science

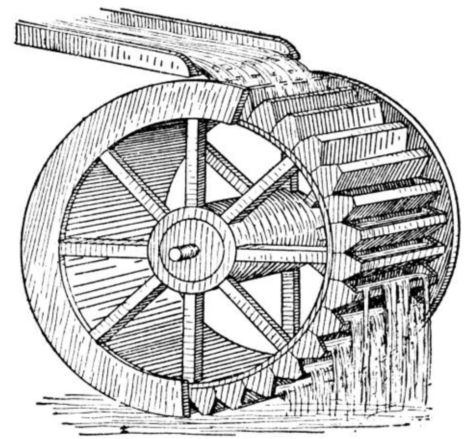
Sadi Carnot

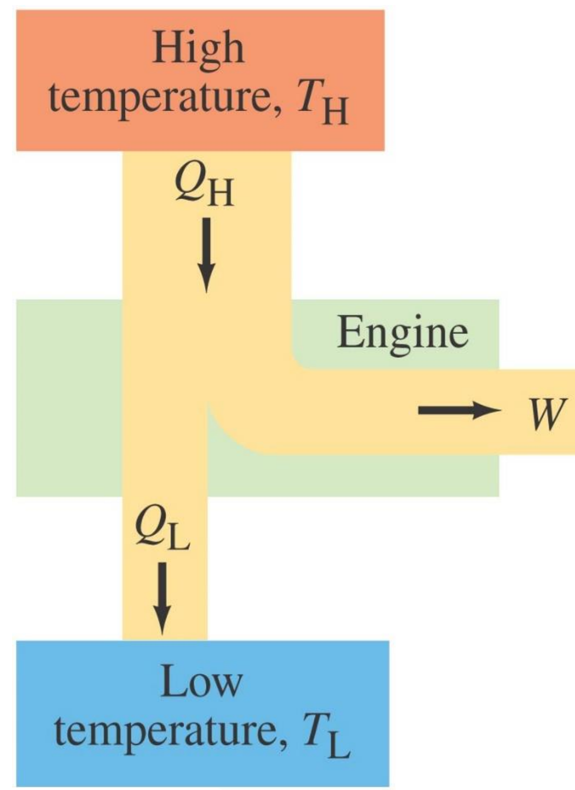

RÉFLEXIONS
SUR LA
PUISSANCE MOTRICE
DU FEU
ET
SUR LES MACHINES
PROPRES A DÉVELOPPER CETTE PUISSANCE.
PAR S. CARNOT,
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

A PARIS,
CHEZ BACHELIER, LIBRAIRE,
QUAI DES AUGUSTINS, N°. 55.
1824.


Nicolas Léonard Sadi Carnot

(1796-1832)

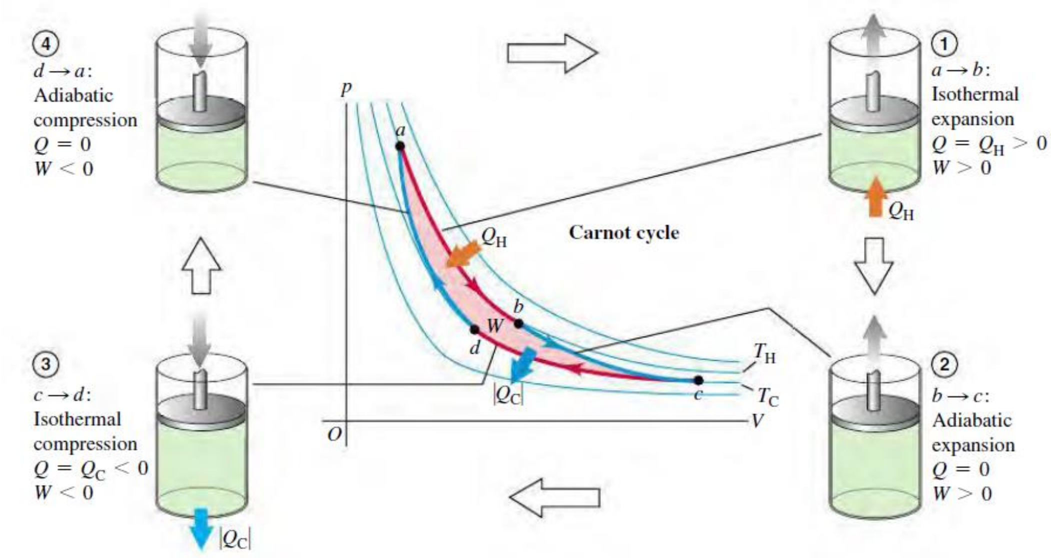




Ranskan armeijan insinööri Sadi Carnot tarkasteli tutkielmassaan (1824) *teoreettisest*i minkälainen mahdollisimman tehokkaan lämpövoimakoneen tulisi olla.

Huolimatta siitä, että termodynamiikan pääsääntöjä ei vielä tuolloin tunnettu ja kaloriteoria oli vallassa oleva käsitys lämmön luonteesta, Carnot päätyi nerokkaalla päättelyllä oikeaan lopputulokseen ja loi pohjan termodynamiikan teorian kehitykselle.

Carnot'n sykli



Syklin likimääräisellä käytännön toteutuksella on myös se heikkous, että koneen tekemä työ yhdessä kierroksessa on pieni verrattuna muihin samojen minimi- ja maksimitilavuuksien välillä toimiviin koneisiin (esim. Stirlingin kone).

Määrittävät piirteet

Kaikki lämmönsiirto tapahtuu palautuvasti ja isotermisesti - ja näin ollen ilman turhaa energiahukkaa.

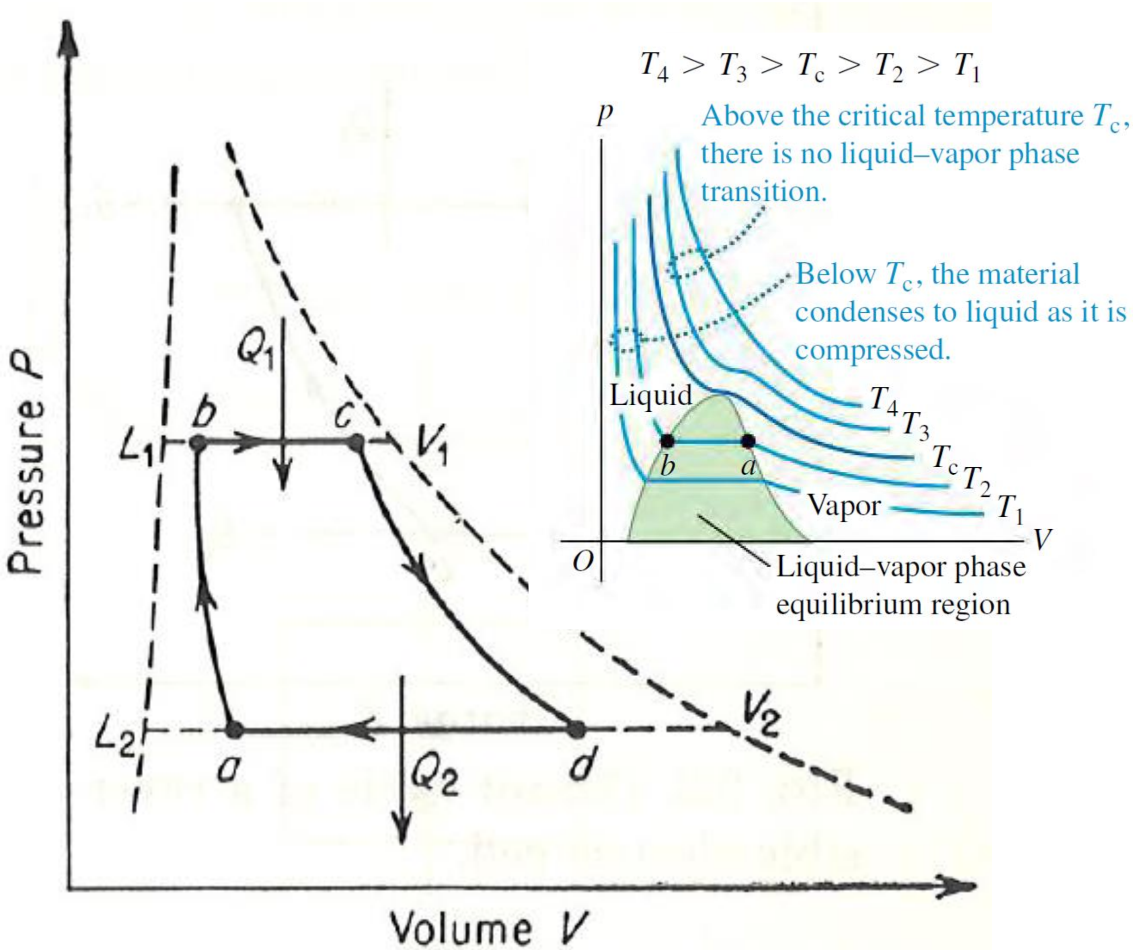
Työvaiheet isotermien välissä ovat palautuvia ja adiabaattisia ilman vuorovaikutusta muiden lämpövarantojen kanssa tai äärellisten lämpötilaerojen yli.

Mikä tahansa tällaista kiertoprosessia toteuttava kone on **Carnot'n kone** työaineesta ja käytännön toimintatavasta riippumatta.

Huomaa, että koska syklin jokainen osaprosessi on palautuva, tällöin koko kiertoprosessi on palautuva ja konetta voidaan ajaa myös käänteisesti (ja palautuvasti).

Kone sellaisenaan on luonnollisesti idealisaatio.

Carnot'n sykli neste/höyry -systeemille



Carnot'n kiertoprosessi voidaan toteuttaa millä tahansa systeemillä, jolle voimme määrittää termodynaamisen tilan ja kiertoon liittyvät isotermit ja adiabaatit.

Tässä esimerkkinä oheinen Carnot'n sykli neste/höyry –systeemille. Kierto tapahtuu näiden kahden olomuodon *koeksistenssialueella pV*-kuvaajassa, jolloin siis isobaarit ovat myös isotermejä (olomuodon muutos tapahtuu vakiopaineessa ja -lämpötilassa).

Käyttöaine on koko syklin ajan vaihtelevissa suhteissa sekä nesteenä että höyrynä.

Carnot’n teoreema

RÉFLEXIONS
SUR LA
PUISSANCE MOTRICE
DU FEU
ET
SUR LES MACHINES
PROPRES A DÉVELOPPER CETTE PUISSANCE.

PAR S. CARNOT,
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

A PARIS,
CHEZ BACHELIER, LIBRAIRE,
QUAI DES AUGUSTINS, N°. 55.
1824.

Nicolas Léonard Sadi Carnot

(1796-1832)

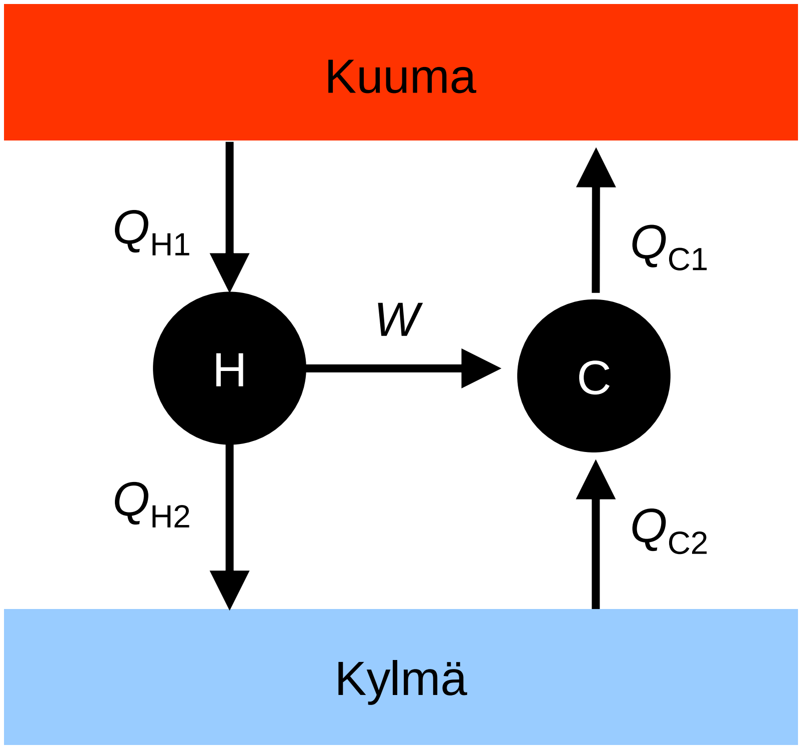
Tutkielmassaan Sadi Carnot päätyi tulokseen, jota nykyään kutsutaan Carnot’n teoreemaksi ja joka nykyisellä termodynamiikan kielellä kuuluu:

“Millään kahden lämpövarannon välillä toimivalla koneella ei voi olla suurempi hyötysuhde kuin samojen lämpövarantojen välillä toimivalla Carnot’n koneella”

Olennaista tälle teoreemalle on, että Carnot’n kone vaihtaa lämpöä ainoastaan kahden lämpövarannon välillä (työvaiheet välissä adiabaattiset) ja että koneen kiertoprosessi on palautuva.

Amerikkalainen J. Willard Gibbs todisti teoreeman myöhemmin mille tahansa äärilämpötilojen T_H ja T_L välillä toimivalle koneelle hyödyntämällä Carnot’lle tuntematonta *entropian* käsitettä.

Carnot'n teoreema



Oletetaan, että meillä on hypoteettinen lämpövoimakone (**H**), jonka hyötysuhde on suurempi kuin Carnot'n koneen (**C**) hyötysuhde,

$$e_{\mathrm{H}} > e_{\mathrm{C}}$$

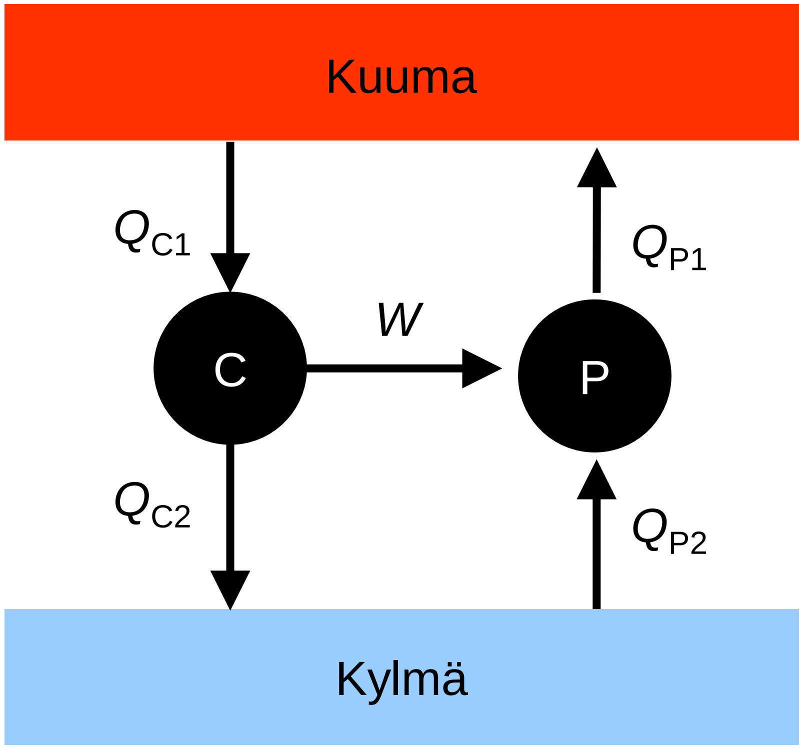
Koska Carnot'n kiertoprosessi on palautuva, voimme kääntää koneen toimintasuunnan.

Asetetaan sitten **H** ja **C** ajamaan rinnakkain niin, että **H**:n tuottamaa työtä käytetään ajamaan **C**:tä käänteisesti, $|W_{\mathrm{H}}| = |W_{\mathrm{C}}| = W$. (Voimme aina siirtää **C**:n adiabaatteja niin, että **H**:n tuottama työ on juuri täsmälleen **C**:n vaatima työ.)

Nyt siis $$\frac{W}{Q_{\mathrm{H1}}} > \frac{W}{Q_{\mathrm{C1}}} \Leftrightarrow Q_{\mathrm{C1}} > Q_{\mathrm{H1}}$$

Tarkastelemalla **H**:tä ja **C**:tä yhtenä kokonaisuutena toteamme, että meillä on lämpövoimakone, joka ei tee työtä ympäristöön ja sen nettovaikutus on siirtää lämpö $|Q_{\mathrm{C1}} - Q_{\mathrm{H1}}|$ korkeamman lämpötilan varantoon. Tämä rikkoo Clausiuksen muotoilua 2. pääsäännöstä, eikä siis ole mahdollista. Toteamme, että tulee olla voimassa $e_{\mathrm{H}} \leq e_{\mathrm{C}}$.

Carnot'n teoreema – toiseen suuntaan



Voimme puolestaan tarkastella tilannetta, jossa meillä on **C** toimimassa normaalisti lämpövoimakoneena ja sen rinnalle laitetaan jokin toinen palautuva lämpövoimakone (**P**) toimimaan käänteisenä lämpövoimakoneena. Edellisen sivun tarkastelun perusteella voimme todeta, että

$$e_{\mathrm{C}} \leq e_{\mathrm{P}}$$

Mutta koska molemmat koneet ovat palautuvia, voimme kääntää niiden muodostaman yhdistetyn koneen toiminnan täsmälleen päinvastaiseksi. Tällöin puolestaan saamme tuloksen

$$e_{\mathrm{C}} \geq e_{\mathrm{P}}$$

Molemmat epäyhtälöt voivat olla tosia vain, jos

$$e_{\mathrm{C}} = e_{\mathrm{P}}$$

Mikä tahansa vain kahden lämpövarannon välillä toimiva palautuva lämpövoimakone on Carnot'n kone. **Tämä ei kuitenkaan tarkoita, että kaikilla mahdollisilla palautuvilla lämpövoimakoneilla on sama hyötysuhde! (Vrt. esim. Otto- tai Diesel-sykliä toteuttava kone.)**

3.2.2 Absoluuttinen lämpötila

Aalto University
School of Science

Carnot'n koneen hyötysuhde

Carnot'n kone on siis mikä tahansa *vain* kahden lämpövarannon välillä toimiva palautuva lämpövoimakone. Tämä määritelmä ei sisällä mitään tietoa koneen käyttöaineesta, totetuksesta, tai muista termodynaamisista parametreista.

Ainoa, mitä tiedämme koneesta on ne kaksi lämpötilaa, joiden välillä se toimii. Koska kaikkien samojen lämpötilojen välillä toimivien Carnot'n koneiden hyötysuhteet ovat samat, hyötysuhde voi riippua vain edellä mainituista lämpötiloista.

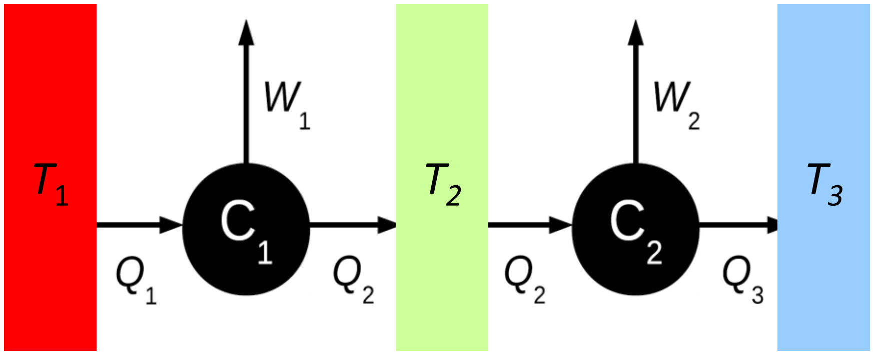
$$e = 1 - \frac{|Q_\mathrm{L}|}{Q_\mathrm{H}}$$

Voimme muodollisesti kirjoittaa tämän siten, että

$$\left|\frac{Q_L}{Q_H}\right| = \xi(T_H, T_L)$$

jossa $\xi(T_H, T_L)$ on jokin universaali funktio.

Kaksi Carnot'n konetta sarjassa



Tutkitaan sitten oheisen kuvan mukaista, järjestelyä, jossa meillä on kaksi sarjaan kytkettyä Carnot'n konetta.

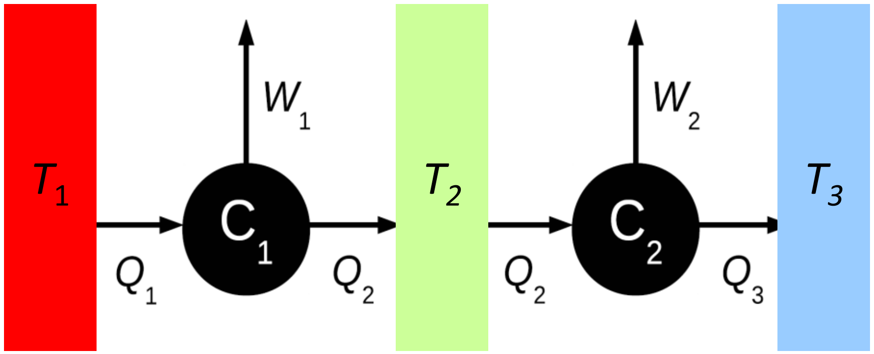
Edellisen sivun mukaisesti siis

$$\left|\frac{Q_1}{Q_2}\right| = \xi_1(T_1, T_2) \qquad \left|\frac{Q_2}{Q_3}\right| = \xi_2(T_2, T_3)$$

Mietitään sitten, mikä on keskimmäisen lämpövarannon rooli tässä kaikessa. Toisin sanoen, mikä muuttuisi, jos poistaisimme sen ja siirtäisimme lämmön Q_2 suoraan (palautuvasti) ensimmäisestä Carnot'n koneesta toiseen.

Vastaus: ei mikään muuttuisi!

Kaksi Carnot'n konetta sarjassa



Nyt siis voidaan yhdistetylle koneelle kirjoittaa

$$\left|\frac{Q_1}{Q_3}\right| = \xi_1(T_1, T_3)$$

Yhdistetään nämä kaksi tarkastelua sarjaan kytketyille Carnot'n koneelle:

Lämpövaranto 2 mukana

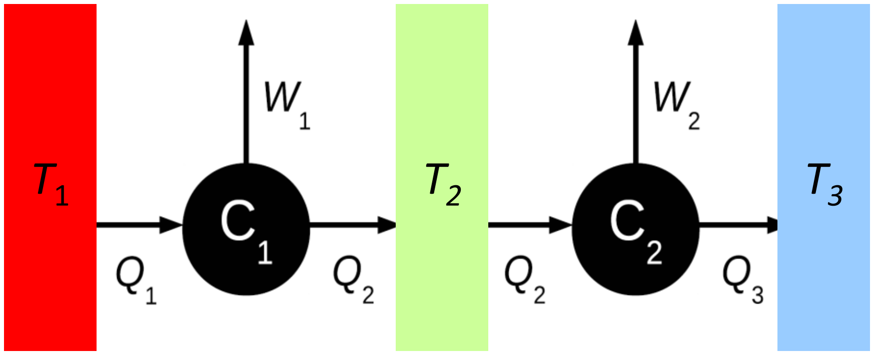
$$\left|\frac{Q_1}{Q_2}\right| \left|\frac{Q_2}{Q_3}\right| = \xi_1(T_1, T_2) \cdot \xi_2(T_2, T_3)$$

Ilman lämpövarantoa 2

$$\left|\frac{Q_1}{Q_3}\right| = \xi_3(T_1, T_3)$$

Yhdistämällä yhtälöt todetaan, että $\xi_3(T_1, T_3) = \xi_1(T_1, T_2) \cdot \xi_2(T_2, T_3)$

Kaksi Carnot'n konetta sarjassa



$$\xi_3(T_1,T_3) = \xi_1(T_1,T_2)\cdot\xi_2(T_2,T_3)$$

Tämä on mahdollista vain, jos funktio ξ voidaan jakaa tekijöihin siten, että

$$\xi\,(T_a,T_b) = \frac{\Psi(T_a)}{\Psi(T_b)}$$

Missä nyt $\Psi(T)$ on jokin toinen universaali funktio.

Ja nyt siis voidaan todeta Carnot'n koneelle $$\left|\frac{Q_1}{Q_2}\right| = \frac{\Psi(T_1)}{\Psi(T_2)}$$

Yllä oleva relaatio mahdollistaa lämpötila-asteikon määrittelemisen perustuen suoraan termodynamiikan teoriaan olettamatta mitään käytetyn lämpömittarin toimintaperiaatteesta ja käytetystä termometrisestä ominaisuudesta tms.

Kelvin-asteikko

$$\left|\frac{Q_1}{Q_2}\right| = \frac{\Psi(T_1)}{\Psi(T_2)}$$

Huomattavaa on, että termodynamiikan teoria ei anna meille funktion $\Psi(T)$ muotoa.

Historiallisesti asia meni niin, että lordi Kelvin esitti 1852, että valitaan yksinkertainen $\boldsymbol{\Psi(T) = T}$ (oli hänellä tähän nimenomaiseen valintaan perustelunsa, palataan siihen kohta).

Nyt lämpötila-asteikon määrittelemiseksi tarvitaan enää yksi referenssipiste. Aiemmin kurssilla Kelvin-asteikko määriteltiin veden kolmoispisteen avulla (kts. viikon 1 luentodiat). Yllä olevan Carnot'n koneen vaihtamien lämpöjen avulla tämä ilmaistaisiin

$$T = T_{\mathrm{tr}}\left(\frac{Q}{Q_{\mathrm{tr}}}\right)$$

jossa $T_{\mathrm{tr}} = 273{,}16$ K sekä Q ja Q_{tr} ovat mitatun lämpötilan ja T_{tr} välillä toimivan Carnot'n koneen vaihtamat lämmöt.

Periaatteessa voitaisiin rakentaa laitteisto, joka likimäärin siirtäisi lämmöt isotermisesti ja näiden välillä olisi adiabaattiset prosessit. Tällöin lämpötila voitaisiin mitata suoraan teoriaan perustuen. Mutta käytännössä lämpötilojen mittaamiseen oli jo Kelvinin aikaan helpompi tapa. Siitä tarkemmin kappaleessa 3.2.3.

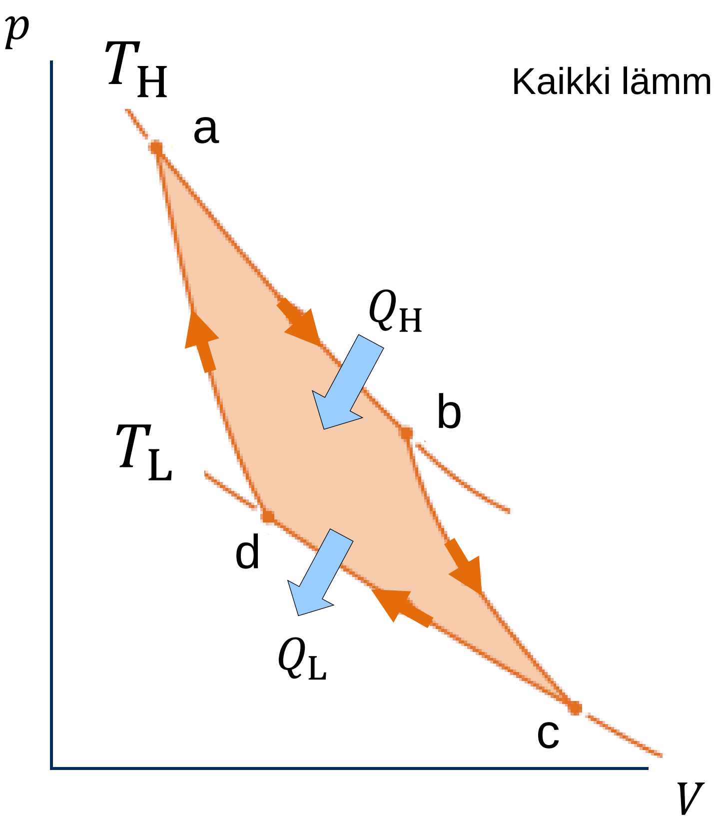
Aalto University
School of Science

3.2.3 Ideaalikaasua käyttävä Carnot'n kone

Aalto University
School of Science

Carnot'n sykli ideaalikaasulle

$$e = 1 - \frac{|Q_\mathrm{L}|}{Q_\mathrm{H}}$$



Kaikki lämmönvaihto tapahtuu isotermeillä. Näissä ideaalikaasulle

$$Q = -W = nRT \ln\left(\frac{V_\mathrm{loppu}}{V_\mathrm{alku}}\right)$$

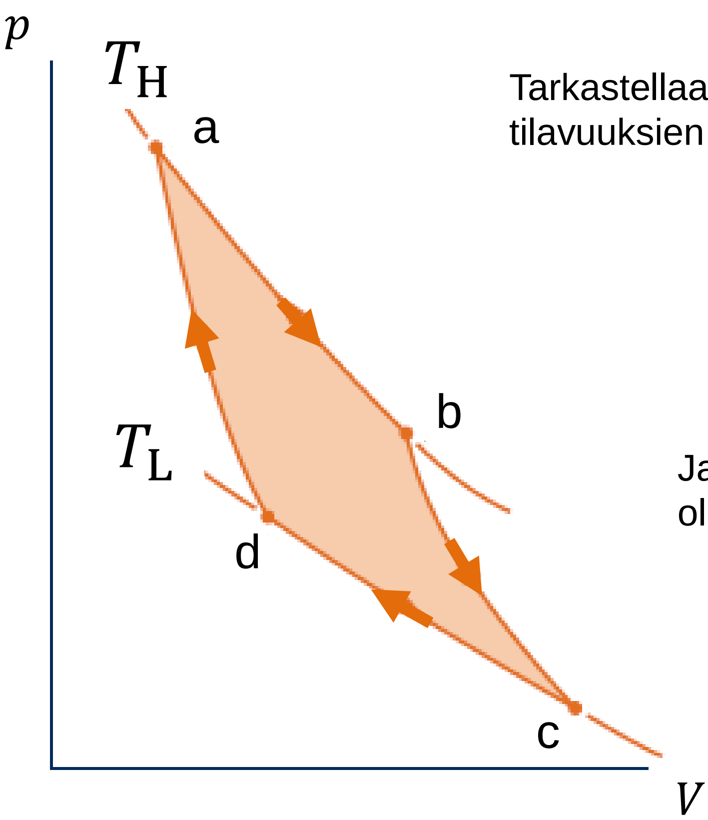
Luovutetty lämpö (c → d) $\quad |Q_\mathrm{L}| = nRT_\mathrm{L} \ln\left(\frac{V_c}{V_d}\right)$

Vastaanotettu lämpö (a → b) $\quad Q_\mathrm{H} = nRT_\mathrm{H} \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)$

$$\Rightarrow e = 1 - \frac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}\left[\frac{\ln\left(\frac{V_c}{V_d}\right)}{\ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)}\right]$$

Carnot'n sykli ideaalikaasulle

$$e = 1 - \frac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}\left[\frac{\ln\left(\frac{V_c}{V_d}\right)}{\ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)}\right]$$



Tarkastellaan vuorostaan adiabaatteja hyötysuhteessa olevien tilavuuksien suhteiden määrittämiseksi. Adiabaattisesta tilanyhtälöstä

$$T_\mathrm{H} V_b^{\gamma-1} = T_\mathrm{L} V_c^{\gamma-1}$$

$$T_\mathrm{H} V_a^{\gamma-1} = T_\mathrm{L} V_d^{\gamma-1}$$

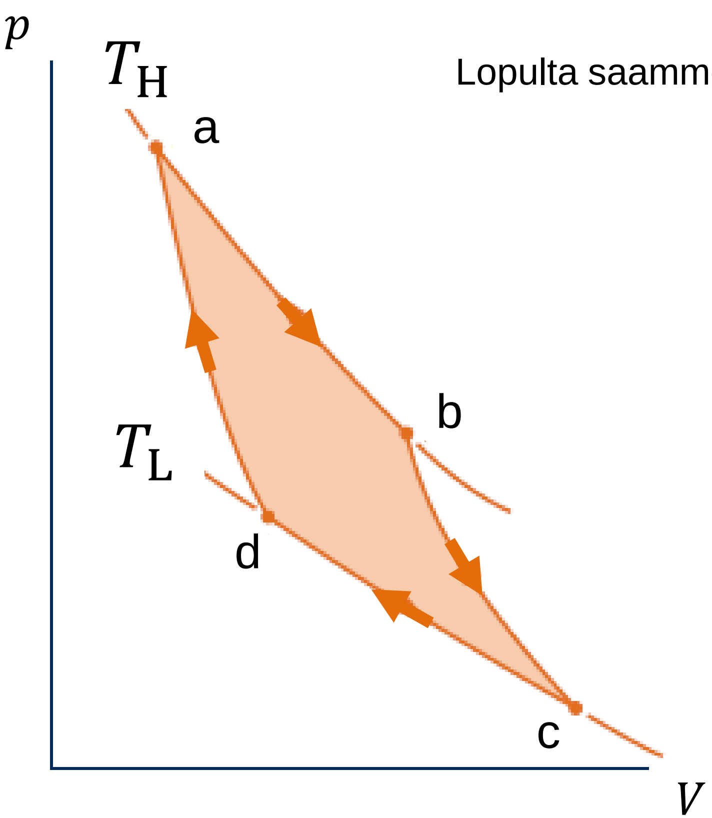
Jaetaan ylempänä oleva yhtälö puolittain alempana olevalla yhtälöllä, josta saamme

$$\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_c}{V_d}\right)^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$

Carnot'n sykli ideaalikaasulle

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$



Lopulta saamme hyötysuhteen sievennettyä muotoon

$$e = 1 - \frac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}} \cancel{\left[\frac{\ln\left(\frac{V_c}{V_d}\right)}{\ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)} \right]}$$

$$\Leftrightarrow \; e = 1 - \frac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}$$

Lisäksi oikopäätä huomaamme, että

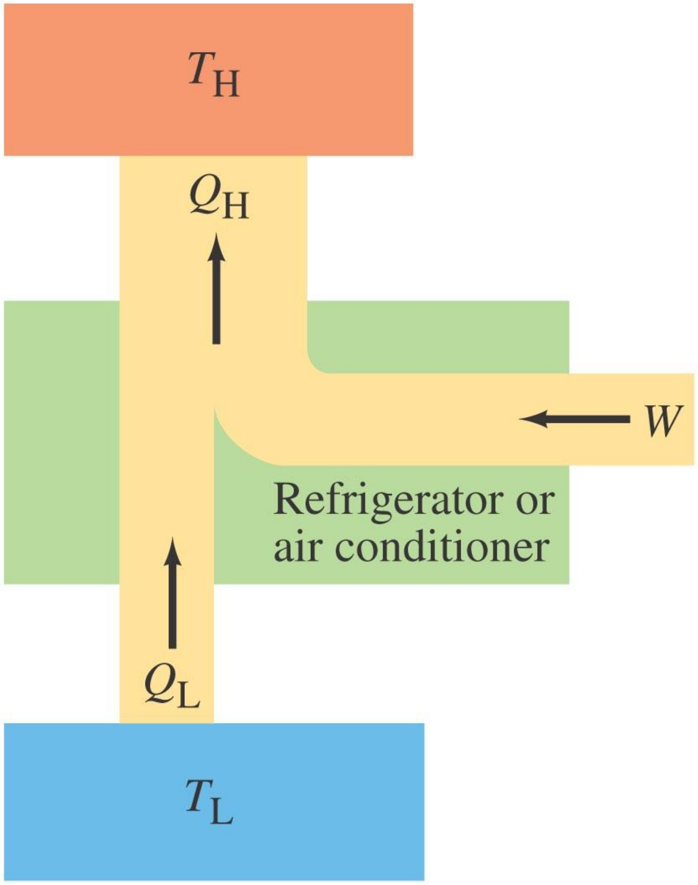
$$\frac{|Q_\mathrm{L}|}{Q_\mathrm{H}} = \frac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}$$

joka suoraan vastaa Kelvinin esittämää määritelmää lämpötila-asteikolle! Sattumaako?

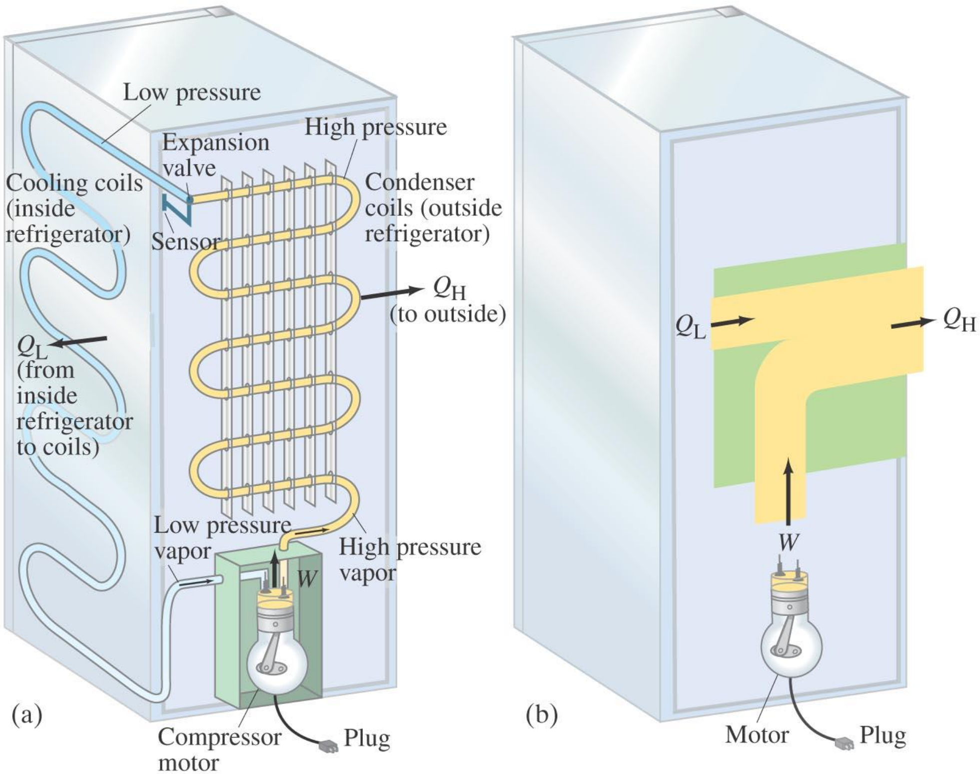
Ei. Itse asiassa Kelvin perusti ehdotuksensa juuri (ideaali)kaasun lämpömittariasteikkoon, joka oli mahdollistanut lämpötilojen tarkan mittaamisen.

3.2.4 Käänteisistä lämpövoimakoneista

Käänteiset lämpövoimakoneet



Jäähdyttimet (jääkaapit)



Tehokerroin

$$\eta_{\mathrm{JK}} = \frac{Q_{\mathrm{L}}}{|W|}$$

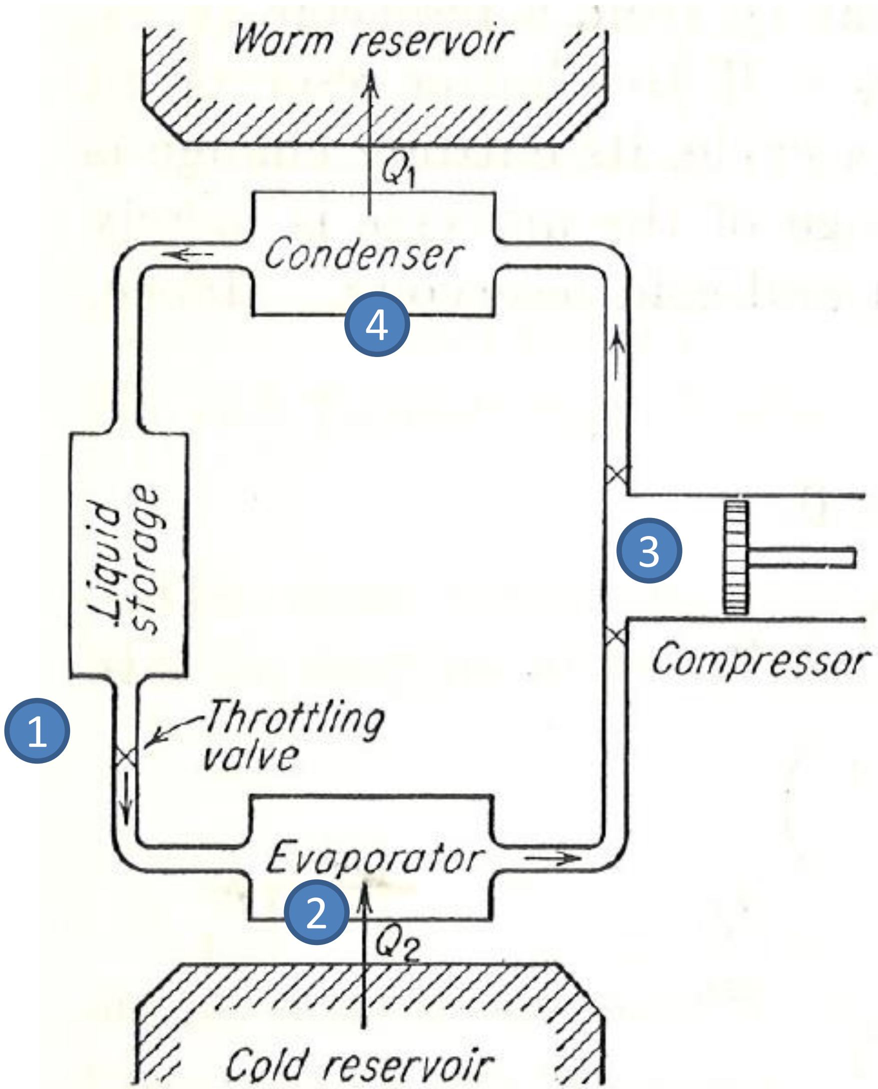
Jäähdyttimen tehokkuutta kuvaa siis se kuinka paljon lämpöä otetaan kylmästä lämpövarannosta (jääkaapin sisus) tehtyä työtä kohden.

Carnot'n jäähdyttimelle

$$\eta_{\mathrm{JK}} = \frac{T_{\mathrm{L}}}{T_{\mathrm{H}} - T_{\mathrm{L}}}$$

Missä olosuhteissa jääkaappi toimii energiatehokkaimmin (paras tehokerroin)?

Jäähdyttimet (jääkaapit)



Yksinkertainen toimintakaavio jäähdyttimelle.

1) Osittain nesteenä ja höyrynä oleva työaine painetaan **kuristimen** (throttle valve) läpi, jonka seurauksena työaineen paine laskee ja se höyrystyy entisestään.

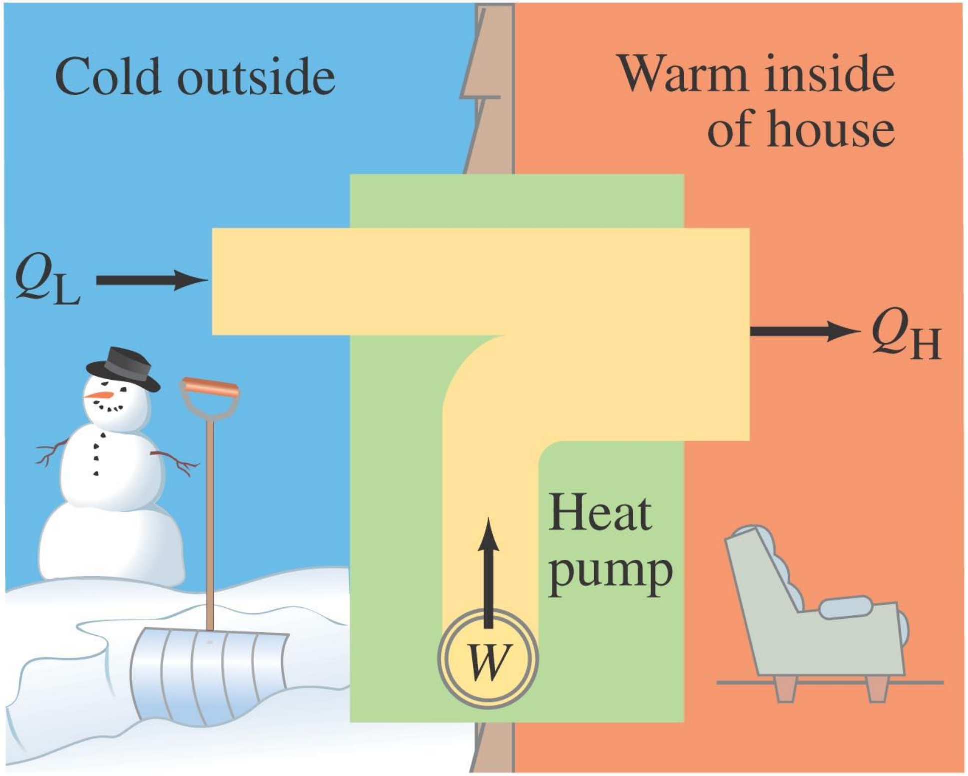
2) Työaine vastaanottaa lämpöä jäähdytettävästä kappaleesta ja höyrystyy.

3) Työaine ajetaan **kompressoriin**, joka puristaa höyryn. Tällöin höyry kuumenee ja on ylikylläisessä (supersaturated) tilassa.

4) Työaine päästetään **kondensaattoriin**, jossa se luovuttaa lämpöä korkeamman lämpötilan nieluun (esim. jääkaapin takana olevat rakenteet), jäähtyy ja osittain nesteytyy.

On olemssa monia muitakin jäähdytinkiertoja. Tässä vain yksinkertainen esimerkki ”kiva tietää”-asiana.

Lämpöpumppu



Tehokerroin

$$\eta_{LP} = \frac{|Q_H|}{|W|}$$

Lämpöpumppujen tehokkuutta puolestaan kuvaa se, miten paljon energiaa luovutetaan kuumaan lämpövarantoon (lämmitettävä tila) tehtyä työtä kohden.

Carnot'n lämpöpumpulle

$$\eta_{LP} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

Lämpöpumppu

Tehokerroin $\eta_{\mathrm{LP}} = \dfrac{|Q_{\mathrm{H}}|}{W}$