

A35A00310 Tuotantotalouden perusteet

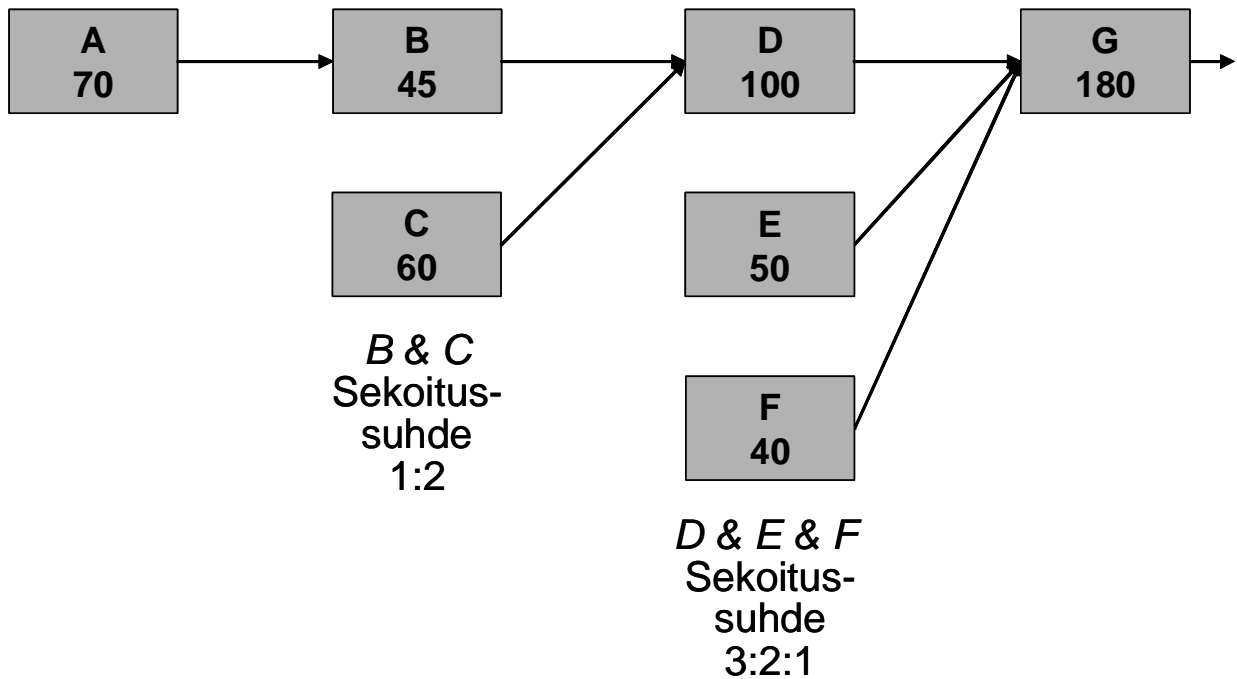
Kertauslaskuja

Netissä toimiva pyöräilykauppa myy korkealaatuisia ketjuja tasaiseen tahtiin. Sivuja pyörittävä yksityisyrittäjä yrittää pitää huipputuotettaan hieman varastossa, jotta pystyisi vastaamaan tilauksiin 24 tunnin sisällä. Varaston optimointia parantaakseen yrittäjä on pohtinut kvantitatiivisen ennustemenetelmän käyttöönottoa. Menetelmiä pohdittuaan hän on päättänyt kahteen yksinkertaiseen menetelmään; kahden viikon liukuvaan keskiarvoon ja eksponentiaaliseen tasoitukseen alfan arvolla 0,3. Helpota yrittäjän päätöksentekoa laskemalla puuttuvat arvot hänen tekemiinsä taulukoihin ja perustelee oma suosituksesi tilanteeseen sopivaksi menetelmäksi.

Viikko	Myynti	Ennuste: 2-viikon liukuva keskiarvo	Ennustevirhe
1	42		
2	38		
3	36		
4	47		
CFE			
MAD			
Ennuste viikolle 5			

Viikko	Myynti	Ennuste: Eksponentiaalinen tasoitus (alfa=0,3)	Ennustevirhe
1	42	42	
2	38		
3	36		
4	47		
CFE			
MAD			
Ennuste viikolle 5			

Mikä alla olevaa kapasiteettiongelmaa koskevista väitteistä ei pidä paikkansa?



- 1) prosessin pullonkaula on vaihe E ja kapasiteetti 150 yksikköä
 - 2) eniten ylimääräistä kapasiteettia absoluuttisesti on vaiheessa A
 - 3) jos tämänhetkisen pullonkaulan kapasiteettia kasvatettaisiin äärettömästi niin uusiksi pullonkauloiksi tulisivat vaiheet C ja G
 - 4) jos prosessin kapasiteetti haluttaisiin kaksinkertaistaa alkuperäisestä niin lisäkapasiteettia pitäisi investoida kaikkiin muihin vaiheisiin paitsi vaiheeseen A
-
- 5) kaikki väittämät pitävät paikkansa

Kuljetuspäällikön tehtävänä on allokoida yrityksen valmistaminen tuotteiden kuljetus kolmelta tehtaalta kolmeen eri varastoon mahdollisimman alhaisilla kokonaiskustannuksilla. Alla olevasta taulukosta löytyy päällikön tarvitsemat tiedot; jokaisen tehtaan tarjontamäärä, jokaisen varaston kysyntämäärä sekä kuljetuskustannus per 1 kuljetettava yksikkö jokaiselle kuljetusvälille (eli esim. jos päällikkö allokoisi 10 yksikön kuljetuksen tehtaalta 1 varastoon 1 niin kuljetukselle tulisi yhteensä hintaa $10 \cdot 5\text{€}$ eli 50€).

	Varasto 1	Varasto 2	Varasto 3	Tarjonta
Tehdas 1	5	4	3	10
Tehdas 2	8	4	3	30
Tehdas 3	9	7	5	30
Kysyntä	30	20	20	70

Kuinka paljon ovat kustannuksia minimoivan allokoinnin kokonaiskustannukset?

- 1) 356 - 375 euroa
- 2) 376 - 395 euroa
- 3) 396 - 415 euroa
- 4) 416 - 435 euroa
- 5) 436 - 455 euroa

Ohjeet laskuharjoitustuntitiedostosta:

Vogelin approksimaation step-by-step "ratkaisuohteet" kun kustannuksia yritetään minimoida:

- 0) Jos tarjonta on kysyntää suurempi lisää taulukkoon dummiesarake 0-kustannuksilla
- 1) Laske jokaisella rivillä ja sarakkeella "sakko" kahden pienimmän kustannuksen erotuksena
- 2) Etsi suurin sakko (rivi tai sarake) ja allokoiki kyseisen rivin / sarakkeen pienimpään kustannukseen mahdollisimman paljon. Tasatilanteissa valitse oman mielen mukaan (syy miksi ei aina päästä optimaaliseen ratkaisuun)
- 3) Jos rivin / sarakkeen kokonaistarjonta / -kysyntä tulee täyteen allokoiki nolla yksikköä tyhjiin soluihin
- 4) Pudota allokoitujen solujen kustannukset pois jatkoanalyysistä
- 5) Toista vaiheet 1-4 niin kauan kun taulukko on loppuuntäytetty

Muista erityisesti 1. vaihe eli laske "sakot" uudelleen jokaisen allokoinnin jälkeen jäljellä olevista kustannuksista!

Yrityksen tuotantolinjalta valmistuu tällä hetkellä 150 tuotetta päivässä. Johto on tiedustellut tuotantopäälliköltä olisiko taloudellisesti kannattavaa nostaa tuotantomäärä 180 kappaleeseen per päivä. Päällikön mielestä kapasiteetin nosto voisi tapahtua joko teettämällä nykyisellä linjalla ylitöitä tai suunnittelemalla uusi suurempi volyymisempi linja.

Taloudellisia laskelmia varten hän on selvittänyt tuotteiden myyntikatteen olevan 2,5 € per tuote. Työntekijöiden tekevät nykyisin töitä 8 tuntia per päivä ja heidän tuntipalkkansa on 8 € per tunti. Ylitöistä pitää maksaa 12 € per tunti (ylityön pituuden ei tarvitse olla täysiä tunteja eli esim. 30 minuutin ylityön aiheuttama kustannus on 6 € per työntekijä). Ylitöitä ei voi teettää yli 2 tuntia per päivä. Tuotteen valmistusprosessin tiedot ovat alla taulukossa.

Mitä vaihtoehtoa (nykyinen, ylityöt, uusi linja) suosittelisit taloudellisista lähtökohdista? Sisällytä analyysiin myös linjojen tasapainotukset työntekijämäärän varmistamiseksi.

Vaihe	Kesto (minuuttia)	Edeltävä vaihe
A	2,6	-
B	1,0	A
C	1,2	B
D	1,4	B
E	1,6	B
F	1,0	C
G	2,0	D ja E
H	1,0	F ja G

Konsulttitoimiston toimitusjohtaja haluaa tietää kuinka kauan projektipäällikköjen ajankäytöstä tulee varata viikoittaisten projektiseurantalomakkeiden täyttämiseksi. Saadaksean edes jonkinlaista faktatietoa hän on teettänyt aikatutkimuksen prosessiin kuluva ajasta. Lomakkeiden täytössä on neljä eri vaihetta (A-D) ja jokaiseen vaiheeseen kuluva aika mitattiin neljä kertaa (1-4). Koehenkilön vaiheisiin käyttämät ajat (minuutteja) ja johtajan hänen tehokkuudestaan tekemä arvio alla olevassa taulukossa. Omilta konsulttivuosiltaan johtaja myös tietää, että vaihe B pitää tehdä kahteen kertaan joka viikko kun taas vaihe C joudutaan tekemään vain joka toinen viikko.

Kuinka monta minuuttia johtajan tulee allokoita viikoittain konsulttien ajasta lomakkeiden täyttöön jos oletetaan, että normaaleille työn katkaiseville asiakas-keskusteluille varataan 20 % normaaliajasta

Vaihe	Mittaus	1	2	3	4	Tehokkuusindeksi (rating factor)	Toistot per sykli (frequency)
A		13	14	16	18	115	1
B		20	23	24	23	95	2
C		10	12	11	14	120	0,5
D		40	44	45	41	110	1

- 1) 90-110 minuuttia
- 2) 110-120 minuuttia
- 3) 120-130 minuuttia
- 4) 130-140 minuuttia
- 5) 140-150 minuuttia

Yritys on saanut 525 koneen tilauksen. Ensimmäisen kappaleen valmistaminen kesti 50 tuntia ja yritys arvelee oppimiskertoimen (learning rate/curve) olevan 80%. Kuinka kauan 100. koneen valmistamisen voidaan arvella vievän?

- 1) 62,50 tuntia
- 2) 44,30 tuntia
- 3) 19,69 tuntia
- 4) 11,35 tuntia
- 5) alle 6 tuntia

Teräslevyjä valmistavan yrityksen tulee jatkuvasti seurata tuotteidensa painoa. Laaturapäällikkö on viimeisen 10 päivän aikana käynyt mittaamassa kolmen teräslevyn painon. Alla olevassa taulukossa 1 levynäytteiden painojen keskiarvo ja vaihteluväli (luvut kiloja). Lisäksi hän ohimennen laski kuinka monta joka päivä tuotetusta 50 levyistä oli kuljetettu uudelleen sulatettavien pinoon (taulukko 2)

- 1) voidaanko mittausten perusteella sanoa, että prosessi on kontrollissa?
- 2) kuinka hyvin prosessi pystyy vastaamaan asiakkaiden asettamiin 500 ± 15 kilon toleranssi-/specifikaatorajoihin jos asiakkaat vaativat 3-sigman laatua? Mitä ohjeita laaturapäällikkö antanee tuotantopuolelle?
- 3) kun laaturapäällikkö pelkää asiakkaiden vaativan tulevaisuudessa 4-sigman laatua niin millaisia muutoksia hän halunnee tuotantoon? (numerotavoitteet nykyisen prosessin keskiarvon ja hajonnan sekä 4-sigman suhteen toivottavia)
- 4) mitä laaturapäällikkö ajatellee viallisten levyjen määrästä?

Taulukko 1		
Näyte	Ka.	Vaihteluväli
1	505	8
2	503	9
3	504	4
4	507	7
5	501	6
6	501	12
7	503	12
8	508	5
9	499	4
10	499	3
	503	7

Mitattujen keskihajonta
4,59

Taulukko 2	
Päivä	Vialliset
A	4
B	5
C	6
D	2
E	4
F	3
G	6
H	4
I	4
J	5
	43

Yritys on ottanut kymmenen neljän tuotteen näytettä ja laskenut löydettyjen virheiden määrän (alla oleva taulukko). Yritys haluaa tutkia laatua tilanteeseen sopivalla kontrollikartalla. Mikä on tilanteeseen sopivan kartan yläkontrolliraja (99,73% luottamusväli)?

Näyte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Virheet	8	12	6	3	10	12	8	15	5	8

- 1) 6,60
- 2) 8,70
- 3) 11,65
- 4) 17,55
- 5) ei mikään yllä olevista luvuista

Varastopäällikkö on kerännyt seuraavat tiedot yhdestä yrityksen suosituimmasta tuotteesta. Hän on pyytänyt sinua laskemaan keskeiset varastohallinnan tunnusluvut (sekä jatkuvan että jaksottaisen varastonvalvonnan tilanteille) ja selvittämään kuinka suuret vuotuiset kokonaiskustannukset tuotteesta varastopäällikölle aiheutuisi kummallakin valvonta tavalla. Varmistaessasi mitä kaikkia lukuja hän oikeastaan haluaa saat tyykeällä äänensävyllä peruslistan; ”No tietysti eräkoon, varmuusvarastojen koot, tilauspisteen, tarkasteluvälin, tilauksen ylätasoa ja vaihtoehtojen kokonaiskustannukset. Mitä oikein kuvittelit?”.

Toimintaa vuodessa	50 viikkoa
Kysyntä per viikko	120 kpl
Kysynnän keskihajonta	30 kpl per viikko
Tilauuskustannus	108 per tilaus
Säilytyskustannus	10 per kpl per vuosi
Toimitusaika	2 viikkoa
Haluttu palvelutaso	90 % (z=1,28)

Yritys on käyttänyt ELS:ää (economic production lot size; joissakin kirjoissa asiasta puhutaan termillä economic production quantity, EPQ) tuotannon eräkokopäätöksissään. Suosittua perustuotetta myydään vuodessa 5000 kpl ja yhden kappaleen tuotantokustannukset ovat 3€. Varastossa lojuvien valmiiden tuotteiden säilytyskustannusten yritys on estimoinut olevan 25 % ja tuotannon asetuskustannus (set-up) oli alun perin noin 400€/kerta. Yrityksellä on toimintaa 250 päivänä vuodessa. Ja yhden päivän maksimaalinen tuotanto 100 kappaletta.

Jatkuvan kehityksen projektien yhteydessä yritys on onnistunut pudottamaan asetuskustannuksen 400:sta 250 euroon per kerta. Mikä vaikutus tällä on tuotannon optimaaliseen eräkokoon ja kokonaiskustannuksiin (huomioiden sekä asetus- että säilytyskustannukset)?

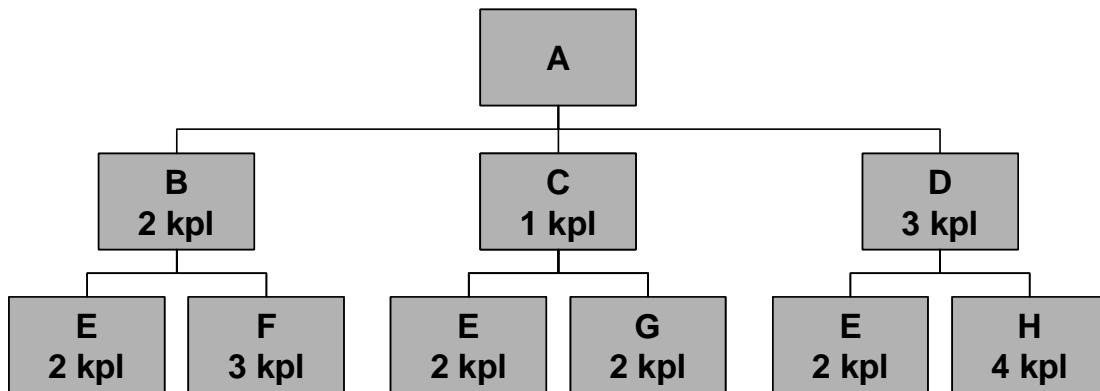
Piirrä myös varastoitujen tuotteiden kappalemäärän kehittymistä osoittava kuva kummassakin tapauksessa ja merkitse niihin tulkinnan kannalta keskeisimmät tiedot/arvot.

Ollessasi kesätöissä olet saanut tehtäväksesi suunnitella seuraavan 8-viikon tuotantosuunnitelman yrityksesi myymille leikkureille. Suunnitelman pohjaksi olet saanut markkinointiosastolta tiedot myyntiennusteista ja jo luvatusista myynnistä. Tuotantopuolelta olet selvittänyt käytetyn eräkoon (100 kpl), tuotannon vaatiman valmistusajan (2 viikko) ja laakereiden tämänhetkisen varastomäärän (37 kpl). Lisäksi tuotannon ihmiset muistivat kertoa yhden erän olevan jo tuotannossa ja valmistuvat viikon 1 alkuun (merkitty jo alla olevaan taulukkoon). Kehitä ensin varastoja minimoiva tuotantosuunnitelma jolla pystytään vastaamaan markkinoiden vaatimuksiin ja laske sen jälkeen myyntimiesten tarvitsema vapaana luvattavaksi (available to promise). Tiedot voit merkitä suoraan taulukkoon.

Eräkkö 100 kpl Varastossa 37 kpl	Viikko							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Myyntiennuste	50	50	75	75	50	50	75	75
<i>jo luvattu myynti</i>	42	29	51	40	15	56	1	0
Loppuvarasto								
MPS määrä	100							
MPS aloitus (2vk)								
Vapaana luvattavaksi								

Lähetettyäsi tekemäsi suunnitelman tuotanto- ja markkinointiosastoille myynnin esimies soittaa hätäntyneesti ja kysyy mitä hänen pitäisi tehdä seuraavien neljän uuden tilauksen kanssa; 50 kpl viikolle 4, 70 kpl viikolle 5, 30 kappaletta viikolle 6 ja 50 viikolle 1 (tilaukset saapumisjärjestyksessä). Mitä vastaat hänelle kun et jaksa tehdä koko tuotantosuunnitelmaa uusiksi ja yrityksen tapana on käsitellä tilaukset first come – first served pohjalta (siis saapumisjärjestyksessä).

Alla erään tuotteen tuoterakenne ja keskeiset varastonhallintatiedot. Annettujen tietojen pohjalta mikä seuraavista väittämistä pitää paikkansa?



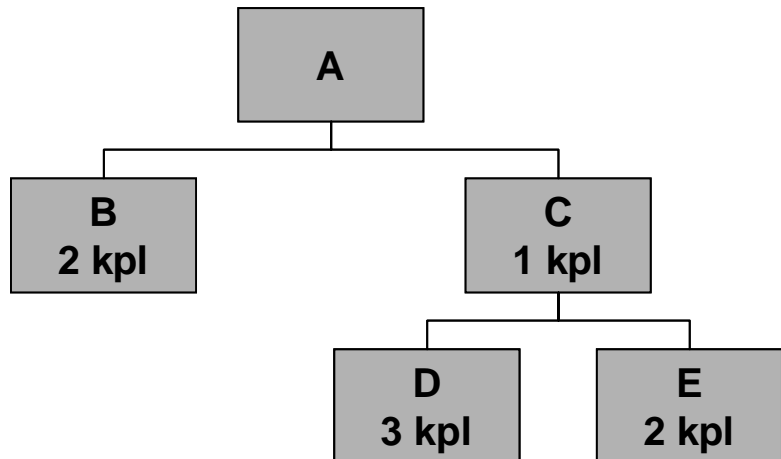
Tuotteen ja komponenttien keskeiset varastonhallintatiedot

	A	B	C	D	E	F	G	H
Varastossa (kpl)	0	10	10	25	12	30	5	0
Valmistus-/toimitusaika	1	2	3	3	1	2	1	2

- 1) tuotteeseen A tarvitaan komponenttia E yhteensä 6 kpl
- 2) komponentin F varasto riittäisi 20 B:n valmistukseen
- 3) jos asiakas tilaisi 10 A:ta pystyisi yritys toimittamaan tuotteet yhdessä viikossa
- 4) jos asiakas tilaisi 15 A:ta joutuisi yritys tilaamaan komponenttia G lisää 5 kpl
- 5) jos varastossa ei ole yhtään komponenttia eikä yhtään valmista A:ta asiakas joutuisi odottamaan vähintään 8 viikkoa

Yritys valmistaa tuotetta A. Tuotteen valmistukseen se käyttää erilaisia osia ja komponentteja alla olevan tuoterakennepuun mukaan. Johtaja haluaa sinun selvittävän alla olevien tietojen perusteella eri nimikkeiden valmistus-/tilausajankohdat ja määrät (laskelmia varten taulukoita seuraavalla sivulla). Mitä lisäsuosituksia antaisit johtajalle laskelmiesi pohjalta?

Tuote- rakennepuu



Tuotantosuunnitelma tuotteella A

Viikko					
1	2	3	4	5	6
	35		40		20

Varastotiedot tarvittaville osille ja komponenteille

	B	C	D	E
Varastossa	30	10	95	40
Minimivarmuusvarasto	10	-	-	20
Sovitut toimitukset	50 kpl vk.1	-	-	90 kpl vk.2
Eräkokosääntö	FOQ=50	L4L	POQ (P=3)	L4L
Valmistus-/toimitusaika	3	1	2	2

Ajankohdat ja määrät:

Suositukset:

A	1	2	3	4	5	6
		35		40		20

B - FOQ=50	1	2	3	4	5	6
(10)						
	30	50				
(3 vk)						

C - L4L	1	2	3	4	5	6
(1 vk)						
	10					

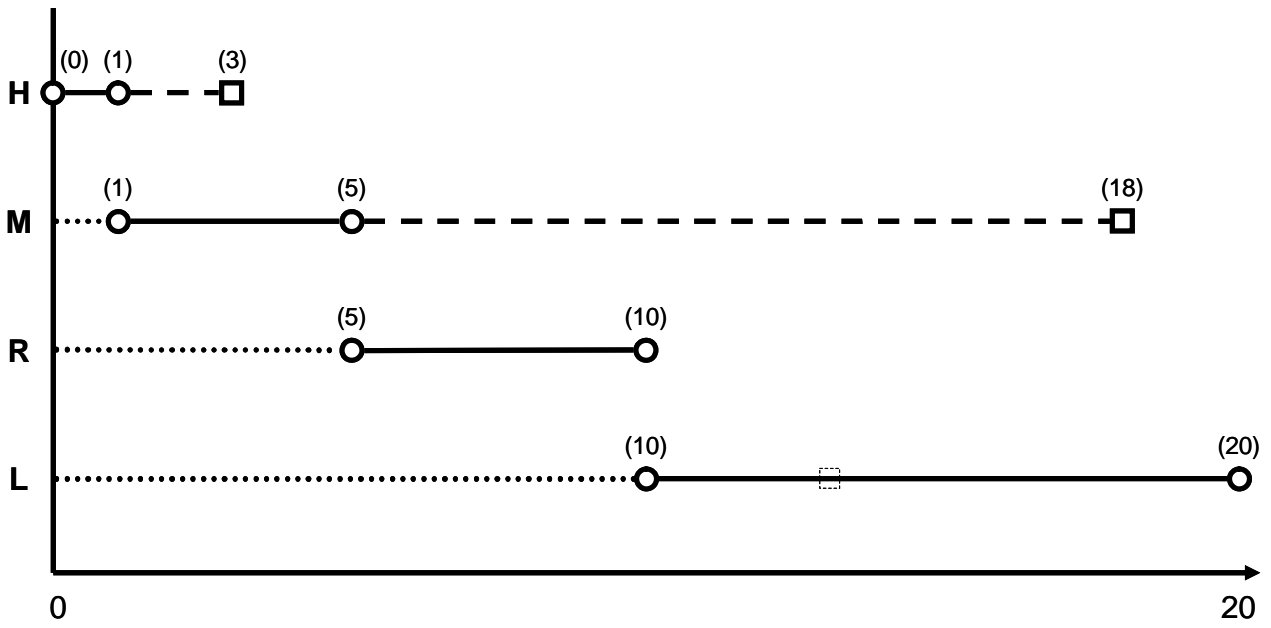
D - POQ (P=3)	1	2	3	4	5	6
(2 vk)						
	95					

E - L4L	1	2	3	4	5	6
(20)						
	40	90				
(2 vk)						

Opiskelija on listannut kalenteriinsa neljän eri kurssin lopputyöt. Hän on päättänyt keskittyä niihin SPT-järjestyksessä (shortest processing time) tehden aina yhden asian kerralla alusta loppuun. Laske alla olevien tietojen perusteella keskeiset työjärjestyksen suosituskyvyn tunnusluvut (tuotannolliset, varastolliset ja markkinoinnilliset). Määritä lisäksi mitkä olisivat työjärjestykset jos opiskelija käyttäisi EDD (earliest due date) tai CR (critical ratio) prioriteettisääntöä.

Työ	"Käsittelyaika" (vrk)	Aikaa palautus- päivään (vrk)
Hallinto (päiväkirja)	1	3
Logistiikka (projekti)	10	13
Markkinointi (essee)	4	18
Rahoitus (tentti)	5	10

$$I_{WIP} = \frac{1+5+10+20}{20} = 1,80 \quad I_{TOTAL} = \frac{3+18+10+20}{20} = 2,55$$



Koululaiset järjestävät autojen ”pesu ja vahaus” -tapahtuman kerätäkseen rahaa leirikoulua varten. Oppilaat on organisoitu kahteen ryhmään: ensimmäinen ryhmä pesee auton ja toinen ryhmä vahaava sen pesun jälkeen. Alla olevassa taulukossa ennustetut vaiheiden kestot kullekin autolle. Opiskelijat haluavat suoriutua työstä mahdollisimman nopeasti. Mikä seuraavista töidenjärjestelyä koskevista väitteistä ei pidä paikkansa?

Auto	Pesu	Vahaus
A	5	10
B	7	2
C	10	5
D	8	6
E	3	5

- 1) kokonaistuotantoajan (makespan) minimoiva autojen käsittelyjärjestys on E-A-D-C-B
- 2) vahausryhmän työt loppuvat ajan hetkellä 35
- 3) jotta asiakkaat eivät joutuisi odottamaan autojaan yhtään ylimääräistä hetkeä pesuryhmä joutuu pesemään kaikki 5 autoa ilman välillä pidettäviä taukoja
- 4) auto C on valmis luovutettavaksi asiakkaalle ajan hetkellä 29
-
- 5) kaikki väittämät pitävät paikkansa

Kirkkoherra pohtii kuinka monta lukiolaista hänen pitää rekrytoida nuorisotalon valvontatehtäviin kevätkaudelle (päivittäiset kokonaistarpeet alla taulukossa). Alustavien keskusteluiden pohjalta kirkkoherralle on käynyt selväksi, että lukiolaiset suostuvat tekemään vain ja ainoastaan 3-päiväistä ”työviikkoa”. Lisäksi he ovat vaatineet kolmen työpäivänsä olevan aina peräkkäisiä. Kuinka monta lukiolaista kirkkoherran tulee yhteensä minimissään rekrytoida ja miltä lopullinen työvuorolista näyttää kun kirkkoherra haluaa kokonaismäärän lisäksi minimoida päiväkohtaisia yliresursseja?

Päivä	MA	TI	KE	TO	PE	LA	SU
Kokonaistarve	1	5	3	6	2	1	4

Tuula Terävä, jolla on jo vuosikymmenien kokemus kampaajana, omistaa liikkeen nimeltä Hiussalonki. Tuula ei ota ajanvarauksia etukäteen, vaan palvelee asiakkaat saapumisjärjestyksessä. Kokemus on osoittanut, että liikkeeseen saapuu uusi asiakas keskimäärin 40 minuutin välein. Muutama kuukausi sitten muotilehti julkaisi artikkelin Hiussalongista, ja saman tien asiakkaiden lukumäärä lähti merkittävään kasvuun. Nyt liikkeeseen saapuu uusi asiakas keskimäärin 25 minuutin välein. Hiustenleikkaus kestää edelleen keskimäärin 20 minuuttia, vaikka ajat vaihtelevat erittäin paljon asiakastarpeiden mukaan. Latvojen siistimiseen saattaa mennä vain 5 minuuttia, mutta pesu, leikkaus ja muotoilu voivat kestää jopa reilusti yli tunnin. Tästä syystä Tuula on todennut, että eksponentiaalinen jakauma kuvaa hyvin palveluaikojen jakaumaa.

Mikä seuraavista väittämistä ei pidä paikkansa?

- 1) Tuulan palvelutahti on kolme hiustenleikkausta tunnissa
- 2) ennen artikkelia asiakkaiden kampaamossa viettämä kokonaisaika (odotus ja leikkaus) oli keskimäärin 40 minuuttia
- 3) artikkelin jälkeen asiakkaat joutuvat odottamaan Tuulan käsittelyyn pääsemistä 80 minuuttia
- 4) artikkelin jälkeen salongissa olevien asiakkaiden määrä nousi neljään
-
- 5) kaikki väittämät pitävät paikkansa

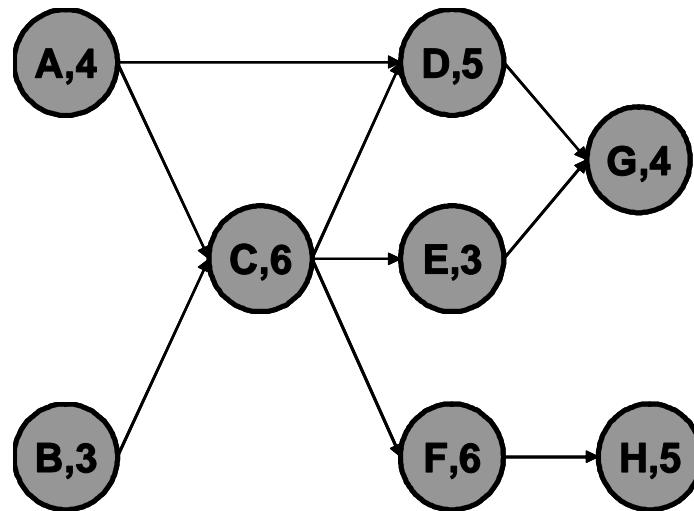
Pääainemessuilla logistiikan ständille saapui paikalla olleilta kahdelta aineen edustajalta kysymään aineen käytännönläheisyydestä 40 opiskelijaa tunnissa. Opiskelijat odottivat vuoroaan sivistyneesti yhdessä jonossa ensiksi vapautuvalle edustajalle. Käytävähuhujen oikeellisuuden varmistaminen kesti keskimäärin 2,5 minuuttia. Matemaattisen todennäköisyyden ollessa 9,09 % että edustajat joutuivat seisoskelemaan keskenään mikä seuraavista väittämistä pitää paikkansa?

- 1) edustajien käyttöaste oli yli 90 %
- 2) jonossa yhtä aikaa odottamassa vuoroaan oli keskimäärin 2 henkeä
- 3) opiskelijan jonotusaika oli keskimäärin yli 5,5 minuuttia
- 4) ständillä käyneet opiskelijat pääsivät siirtymään muiden aineiden karkkitarjoilujen pariin keskimäärin 6 minuutissa
- 5) ständillä (palveltavana ja jonossa odottamassa) oli keskimäärin noin 4 henkeä

Opiskelijatyöllä on samanaikaisesti kolme ihailijaa jotka soittelevat hänelle koko ajan kyselläkseen mitä tyttö on tekemässä tai mitä hän juuri nyt ajattelee. Ihailijoiden soittotiheys vaihtelee mutta tytön kirjanpidon mukaan jokainen heistä soittaa noin parin tunnin välein. Keskustelujen pituus vaihtelee 5 minuutin pikasoitoista tuntejakin kestävään ajatustenvaihtoon. Keskimäärin puhelunpituus on kuitenkin noin 18 minuuttia.

Kuinka monta ihailijaa on keskimäärin koko ajan kuuntelemassa puhelimen ”varattu ääntä” odottaessaan tytön vapautumista (todellinen ihailijahan jää langoille odottamaan koska pelkää jonkun muun ehtivän välissä juttelemaan tytön kanssa jos linjan sulkee J)? Mitä suosittelit tytön tekevän langalla odottamaan joutuvien suhteen.

Jos projekti on alla olevan toimintaverkon mukainen (aktiviteettien ajat päivissä), niin mikä seuraavista väitteistä pitää paikkansa?



- 1) projektin kriittinen polku on A-C-D-G ja kesto 19 päivää
- 2) aktiviteetti D:n ES=4 ja LF=17
- 3) aktiviteetti E:llä on eniten joustovaraa toteutusajankohdassaan
- 4) aktiviteetin F aikaisin aloitusajankohta on 10 ja viimeinen mahdollinen aloitusajankohta ettei projektin kesto pitene on 12
- 5) mikään edellä olevista neljästä väitteestä ei pidä paikkansa

Alla oleva taulukko esittää kerrostalon lukkojen vaihtamisen vaadittujen vaiheiden keskinäistä suhdetta ja arvioituja kestoja (kestot päivissä).

Projektin vaihe	Edeltävä vaihe	Optimistinen kesto	Todennäköinen kesto	Pessimistinen kesto
A	-	1	2	6
B	-	3	4	11
C	A	5	12	13
D	B	4	5	6
E	C	2	9	10
F	C	2	2	2
G	D,F	4	6	11

Isännöitsijä haluaa lähettää talon asukkaille operaatiosta tiedotuskirjeen ja pyytää sinua analysoivan projektia ja selvittämään keskeiset ”tunnusluvut”:

- 1) projektin ennustettu kesto ja kriittinen polku PERT-menetelmällä
- 2) millä todennäköisyydellä projekti kestää yli 25 päivä
(tentin lopusta löytyy normaalijakauman kertymäfunktion arvoja)

Yrityksen johto on arvioinut atk-projektin vaiheiden keston ja kustannukset alla olevan taulukon mukaisesti. Esimiehesi haluaisi yllättää oman pomonsa saamalla projektin valmiiksi kaksi päivää laskettua aikaisemmin. Hän haluaa sinun selvittävän kuinka paljon se tulisi yritykselle maksamaan. Mitä aktiviteetteja suosittelet esimiehesi kiirehtimään ja kuinka paljon projektin kustannukset kasvavat. Kustannustietoisena työntekijänä haluat luonnollisesti minimoida kiirehtimisen lisäkustannukset (oletetaan, että kiirehtimisen aikasäästöt voidaan jakaa yksittäisiksi päiviksi ja kustannuksilla on lineaarinen suhde).

Aktiviteetti	Edellinen prosessivaihe	Normaali-kesto (pv)	Normaali-kustannus	Kiirehditty kesto (pv)	Kiirehditty kustannus
A	-	3	3 000	2	3 300
B	-	6	8 000	4	9 000
C	A	1	4 000	1	4 000
D	A	5	3 500	4	4 000
E	B	4	4 750	3	5 500
F	C	2	2 000	2	2 000
G	D	1	4 000	1	4 000
H	D,F	3	3 500	2	3 750
I	E,G	3	3 000	2	4 250
J	E	2	5 000	1	7 000

Yritys on pitkään ostanut yhtä komponenttia alihankkijaltaan hintaan 10€/kpl. Alihankkija on luotettava ja hinta on pysynyt pitkään samana. Viime aikoina yritykselle on muodostunut ylimääräistä kapasiteettia ja johto on alkanut pohtia kannattaisiko sen valmistaa kyseiset osat itse. Itse valmistettuna komponenttien yksikkökustannus olisi vain 8€/kpl. Lisäksi tosin uuteen koneeseen pitäisi investoida 4000€ vuodessa. Kolmantena vaihtoehtona on uusi alihankkija, jonka perushinta on 10€/kpl mutta joka on luvannut antaa paljousalennusta isommista tilauksista (yli 100 kappaleen tilauksissa sadan ylittävät kappaleet vain 9€/kpl). Yrityksen tarve on tällä hetkellä 600 kappaletta vuodessa mutta sen on ennustettu kasvavan.

Kehitä yrityksen johdolla päätöksentekosääntö milloin sen kannattaa valmistaa tuote itse, koska ostaa vanhalta alihankkijalta ja koska uudelta. Ota lopullisessa suosituksessa huomioon myös muut muuttujat kuin suorat kustannukset.

A35A00310 Tuotantotalouden perusteet

Kertauslaskujen apuvastaukset

Pyörän ketjujen kysynnän ennustaminen

Liukuva keskiarvo lasketaan n-edellisen edellisen jakson keskiarvona eli ensimmäinen viikko mille sen voi tässä tapauksessa laskea on viikko 3. Keskiarvot viikolle 3-5 ovat 40, 37 ja 41,5. Eksponentiaalisessa tasoituksessa ennuste lasketaan painottamalla edellisen jakson toteutunutta myyntiä alfalla ja edellisen jakson ennustetta 1-alfalla. Viikon 1 ennuste oli annettu (42), mutta jos sitä ei olisi tiedossa, se useimmiten oletettaisiin ensimmäisen jakson toteutuneen suuruiseksi (42). Viikkojen 2-5 ennusteiksi saadaan 42, 40,8, 39,36 ja 41,65.

Ennustevirhe lasketaan vähentämällä toteutuneesta myynnistä ennuste (yliennusteen etumerkki siis negatiivinen). CFE:ssä summataan ennustevirheet yhteen ja MAD:ssä lasketaan ennustevirheiden itseisarvojen keskiarvo. Liukuvan keskiarvon osalta CFE=6 ja MAD=7, eksponentiaalisen tasoituksen tapauksessa CFE=-1,16 ja MAD=5,48 (laskettaessa vuosille 2-4). Ennustevirheiden perusteella eksponentiaalinen tasoitus on historiallisesti ennustanut menetelmistä paremmin.

Kapasiteettiongelma

Kyseessä on prosessin pullonkaulan selvittäminen prosessissa missä vaiheiden välillä ennalta määritellyt sekoitussuhteet. Alkuperäisessä tilanteessa pullonkaula on vaihe E ja kokonaiskapasiteetti 150 yksikköä. Absoluuttisesti eniten slackiä on vaiheessa A. Jos lisäkapasiteettia investoidaan pullonkaulavaiheeseen E uusiksi kokonaistuotantoa rajoittaviksi vaiheiksi tulevat vaiheet C ja G (prosessin kokonaiskapasiteetti nousee 180:een). Prosessin alkuperäisen kapasiteetin kaksinkertaistaminen 300 yksikköön vaatisi investointeja kaikkiin muihin vaiheisiin paitsi vaiheeseen A. Kaikki neljä väittämää pitävät siis paikkansa joten oikea vastaus on vaihtoehto 5.

Kuljetusten allokointi

Halvin allokation löydetään Vogelín approksimaatiota käyttämällä. Käytännössä siis lasketaan ”rivi- ja sarakesakkoja”, sijoitetaan kapasiteettia suhteellisesti suurimman kustannushyödyn antaviin tehdas-varasto pareihin ja toistetaan prosessia niin kauan kuin mahdollista joka kerta sakot uudelleen laskien. Kokonaiskustannukset minimoiva allokation hinnaksi tulee 390 euroa ($10*5+20*4+10*3+20*9+10*5$).

Tuotantolinjan tasapainotus

Tuotantolinjalta vaadittava sykli aika 150 kpl tapauksessa on 3,2 minuuttia ja kaikki tehtävät onnistutaan tasapainottamaan 4 asemalla (A-BCF-DE-GH). Linjan tehokkuus on 92,2 % ja organisointi tuottaa voittoa 119 euroa (katteet $150*2,5$ ja palkat $4*8*8$). Jos samalta linjalta halutaan valmistuvat päivässä 180 kpl niin ”puuttuvien” 30 kpl tekeminen vaatii 1,6 tuntia ylitöitä ($30\text{kpl}*3,2\text{min}=96\text{min}=1,6\text{tuntia}$) rivin alle jää vähemmän voittoa ($180*2,5-4*8*8-4*1,6*12=117$). Suunniteltaessa tasapainotus alusta lähtien valmistamaan 180 kpl päivässä linjan syklijaksiksi tulee 2,67 min ja tasapainottaminen onnistuu viidelle asemalle A-BE-CD-G-FH. Linjan tehokkuus on alhaisempi 88,4 % mutta rivin alle jää enemmän voittoa ($180*2,5-5*8*8=130$).

Aikatutkimus

Tuotteen normaaliajaksi ($=t*RF*F$) saadaan 114,088 minuuttia ($=17,538+42,750+7,050+46,750$) ja 20 % vara-ajalla standardiajaksi tulee 136,91 minuuttia ($=114,088*1,2$). Vaihtoehto 4 on siis oikein.

Oppimiskäyrä

Helpoimmin kesto määritellään sijoittamalla annetut arvot oppimiskaavaan. Vaihtoehto 4 on oikein.

Teräslevyjen laatu

Ensimmäisessä kohdassa kyse X- ja R-kartoista (jatkuva muuttuja). X-kartan rajat 510,13 ja 495,81 (kaavana $X \pm A_2R$) ja R-kartan 18,03 ja 0 (kaavoina D_4R ja D_3R). Huomaa taulukoiden käytössä otosten kpl-määrä ($n=3$). Prosessi näyttää olevan kontrollissa eli siinä on vain satunnaista vaihtelua (ei rajojen ylityksiä, ei peräkkäisiä pisteitä rajojen lähellä, ei peräkkäisiä pisteitä keskiarvon samalla puolella, ei selviä trendejä jne.). Toisessa kohdassa laskettava kyvykkyyden analysointia varten Cpk ja Cp -indeksit. Asiakkaan asettaman toleranssi-/spesifikaatorajat ovat 485 ja 515 kiloa. Cpk-indeksi saa arvon 0,874 ($= (515-503)/(3*4,59)$) eli prosessi ei nykyisellään ole kyvykäs (kolmen sigman laatuun vaaditaan indeksin arvo 1,00). Vastaavasti Cp indeksi saa arvon 1,0893 ($= (515-485)/(6*4,59)$) eli keskitettynä prosessi olisi kyvykäs (indeksi arvo yli 1,00). Jos asiakkaat alkavat vaatia 4 sigman laatua (indeksin arvo 1,33 ja 99,9937 % hyviä) niin nykyisen prosessin keskihajontaa olisi pystyttävä pienentämään 3,00 ja keskitetyn prosessin tapauksessa arvoon 3,75. Neljäs kohta vastaavasti p-kartta tilanne (ominaisuus, virheellisten osuus per otos). Kontrollikartan keskikohta 8,6 %, rajat 20,5 % ja 0 (keskihajonta kun $n=50$ kpl on 3,965). Viallisten levyjen määrässä näyttää myös olevan ainoastaan satunnaista vaihtelua (vaikka ”asiakasnäkökulmasta” tilanne saattaa olla varsin toinen.

”Virheiden määrä” laatukartan yläkontrolliraja

Kyseessä c-kartta (ainoastaan virheiden määrä tiedetään). C-kartan yläkontrollirajan kaava $UCL_c = c + 3 * \sqrt{c}$ eli $8,7 + 3 * \sqrt{8,7} = 17,55$ ja vaihtoehto 4 on oikein.

Varastonumerot varastopäällikölle

Perusvarastolasku jossa pitää osata sijoittaa kaavoihin oikeat arvot ja olla tarkkana yksikköjen kanssa. EOQ on 360 kpl ($\sqrt{(2*50*120*108)/(10)}$). Jatkuvan varastovalvonnan tilauspiste saadaan kaavalla $R = dL + \text{varmuusvarasto}$ eli $120*2 + 1,28*30*\sqrt{2} = 294$ (varmuusvaraston koko siis 54 kpl) ja kokonaiskustannuksiksi tulee 4140 ($1800 + 1800 + 540$, säilytys- ja tilauskustannukset luonnollisesti EOQ-tilauksilla yhtä suuret). Jaksottaisen varastohallinnan tapauksessa tarkasteluväliksi tulee kolme viikkoa ($P = EOQ/d = 360/120$), tilauksen ylätasoksi 686 kpl ($T = d*(P+L) + \text{varmuusvarasto}$ eli $120*(3+2) + 1,28*30*\sqrt{3+2} = 600 + 86$) ja kokonaiskustannuksiksi 4460 (suurempi varmuusvarasto nostaa kustannuksia).

Hidas varastontäydennys

Laskussa annetaan kaikki perustiedot; $D=5000$, $S=400$ ja 250, $H=3*25\% = 0,75$, $d=5000/250=20$ ja $p=100$. ELS kaavaan sijoittamalla saadaan aluksi eräkooksi 2582 kpl ja kustannuksiksi 1549 euroa. Kuvaa varten tarvittavat tiedot ovat valmistus 129 päivän välein, 25,8 päivää kerralla ja max. varasto 2066 kpl (kasvaa aluksi 80 kpl per päivä ja erän tuotannon loputtua laskee 20 kpl per päivä). Asetuskustannusten pudottamisen jälkeen luvut 2041 kpl ja 1225 euroa. Uuden kuvan numerot 102 päivän välein, 20,4 päivää kerralla ja max. varasto 1633 kpl.

MPS + ATP + tilaukset

Leikkurien tuotantoerät valmistuvat viikoille 1, 3, 4, 6 ja 8. Vapaana luvattavaksi ovat 66/1, 49/3, 45/4, 43/6 ja 100/8. Tilauksista hyväksytään tilaukset 1, 2 ja 3.

Tuotteen A valmistus

MRP:n tuoterakennelista (BOM) kertoo aina tarvittavan kappalemäärän yhteen ”emoonsa”. Yhteen A:han tarvitaan 12 E:tä ($=2*2+1*2+3*2$). F:n 30 kappaleen varasto riittää 10 B:n ($=30/3$) valmistamiseen. Osia B ja D ei ole varastossa riittävästi 10 A:n valmistamiseen. Huomioiden C:n ja G varastomäärät lisätilauksen koko on tosiaan 5 kpl ($15A \Rightarrow 15C$, $15C-10C=5C$, $5C \Rightarrow 10G$, $10G-5G=5G$). Tuotteen pisin ”polku” on A-D-H ja kokonaiskesto 6 viikkoa. Vaihtoehto 4 on oikein.

Monitasoinen MRP

Määritellään ensin A:n tuotantosuunnitelman sekä annettujen lähtötietojen perusteella B:n ja C:n kokonaistarpeet (70/vk2, 80/vk4 ja 40/vk6 sekä 35/vk2, 40/vk4 ja 20/vk6). D:n ja E:n tarpeet määritellään vuorostaan C:n tuotannon aloitusajankohtien pohjalta. Taulukkojen alimmat rivit viikosta 1 eteenpäin ovat B 100-0-50, C 25-0-40-0-20, D 160 ja E 20-0-40. Lisäsuosituksina B:n sovittua toimitusta voidaan hidastaa 1 viikko ja E:n toimitusta pitää kiirehtiä 1 viikko.

Töidenjärjestely

Kun työt tehdään SPT:n mukaan niin järjestys on H, M, R ja L. H tehtävänä 0-1, M työn alla 1-5, R 5-10 ja L 10-20. Kokonaistuotantoaika (makespan) on 20 päivää ja keskimääräinen työstöaika (average flow time) on 9 päivää ($=(1+5+10+20)/4$). Varastolliset tunnusluvut eli keskimääräiset töiden lukumäärät on 1,80 ja 2,55 (WIP ja total). Markkinoinnin näkökulmasta L myöhästyy viikon ($=20-13$) eli keskimääräinen myöhästyminen on 1,75 päivää, myöhästyneitä töitä 1 kpl ja maksimi myöhästyminen 7 päivää. EDD-järjestys olisi H, R, L ja M. CR-järjestys taas L, R, H ja M. Käytännössä työjärjestyspäätöksessä huomioitaisiin myös tehtävien luonne (esim. tenttiin ei kannata alkaa lukemaan tenttipäivän jälkeen) ja niiden keskinäinen tärkeys.

Koululaisten autotapahtuma

Kokonaistuotantoaika minimoituu Johnsonin algoritmin avulla määritetyllä työjärjestyksellä (E-A-D-C-B). Muista ettei autoa voi alkaa vahata ennen kuin se on pesty. Väittämät 2 ja 3 pitävät paikkansa mutta väite 4 on väärin koska auto C valmistuu vahausvaiheesta vasta ajanhetkellä 31.

Työntekijöiden työvuorot

Määrittelymenetelmänä opeteltua suurimman kolmen peräkkäisen päivän tarpeen etsimistä ja työvuorojen sijoittamista näille päiville. Vapaapäivien peräkkäisyys vaatimuksen johdosta yritys joutuu palkkaamaan vähintään 10 työntekijää (päivittäisen tarpeen ylittäviä työvuoroja tulee yhteensä 8 kappaletta).

Kampaamon jonot

Kyseessä perus M/M/1 tilanne. Palvelun tuottamistahti μ on 3 kpl per tunti ja asiakkaiden saapumistiheys λ ensin 1,5 asiakasta per tunti ja artikkelin jälkeen 2,4 asiakasta per tunti. Kaikki väittämät pitävät paikkansa.

Pääainemessujen jono

Kyseessä M/M/2 tilanne. Muistakaa ensin kääntää kestoajat kappale per aikayksikkö muotoon eli asiakasmäärä 40 kpl/t ja palvelutahti 24 kpl/t per palvelija. Laskemisprosessia helpottaa huomattavasti annettu P(0) arvo ja väittämistä ainoastaan numero 3 pitää paikkansa.

Opiskelijatyön puhelin

Jonon pituus lasketaan äärellisen populaan kaavoilla koska ihailijoita konkreettinen määrä (<30 kpl). Kaikki tarvittavat tiedot on tehtävässä annettu joten keskeistä on vain valita oikeat kaavat ($N=3$, $\lambda= 0,5$ per tunti, $\mu= 3,3333$ kpl per tunti). Joutenolon todennäköisyys (P0) on 62,3 % ja jonon pituus 0,11 henkilöä.

Kriittinen polku

Kriittisen polun määrittäminen ei yleensä tuota ongelmia mutta virheiden välttämiseksi tässä laskussa kannattaa laskea jokaiselle aktiviteetille ES, LS, EF, LF ajankohdat. Vaihtoehdoista ainoa joka pitää paikkaansa on vaihtoehto 3 (aktiviteetilla E eniten joustoaikaa).

PERT -projekti

Lasketaan ensin jokaisen tehtävän painotettu kesto kaavalla $(a+4m+b)/6$. Huomioi parin vaiheen symmetriset ajat eli kaikkea ei tarvitse laskea laskimella. Projektin kriittinen polku selvitetään painotettujen kestojen avulla ja on A-C-F-G. Projektin odotettu kesto on kriittisen polun vaiheiden painotettujen kestojen summa eli 22 päivää. Yksittäisen vaiheen varianssi lasketaan kaavalla $((b-a)/6)^2$. Projektin keston varianssi on kriittisen polun vaiheiden varianssien summa eli $0,69+1,78+0,00+1,36=3,83$ päivää. Todennäköisyys, että projekti kestää yli 25 päivää saadaan laskemalla ensin z-arvo $(= (25-22)/\sqrt{3,83} = 1,533)$ ja katsomalla sitten normaalijakaumasta z-arvon todennäköisyyskertymän oikea laita eli $1-0,9374=6,26\%$.

Projektin kiirehtiminen

Alkutilanteessa projektin kesto on 13 päivää ja kriittinen polku B-E-I. Kokonaiskeston kahden päivän kiirehtiminen tarkoittaa siis 11 päivän projektia. Edullisimmaksi tulee kiirehtiä vaihetta B kahdella päivällä (kustannus 1000) ja vaihetta A yhdellä päivällä (kustannus 300). Yhteiskustannus 1300. Pelkkä B:n kiirehtiminen ei riitä koska sen kiirehtimisen jälkeen polku A-D-G-I muodostuu kriittiseksi 12 päivän kestollaan.

Valmista vai osta -päätös

Ennen pehmeiden päätöksentekijöiden huomiointi joudutaan laskemaan kolmen vaihtoehdon break-even volyymit 1-asteen yhtälöillä. Esimerkiksi nykyisen ja potentiaalisen uuden toimittajan kustannukset ovat samat 100 kappaleen volyyymilla $(10x=100*10+(x-100)*9)$. Vastaavasti 3900 kpl vuosivolyymin kohdalla itse tuottaminen muodostaa halvimmaksi strategiaksi.

Kurssin laskutyyppeiden tärkeys tentissä

#	Menetelmäpainotteiset luennot	Tiheysindeksi		
3	Ennustaminen			
	Naiivi ja suora viiva	1		
	Liukuva keskiarvo		3	
	Eksponentiaalinen tasoitus			5
	Trendikorjattu eksponentiaalinen tasoitus	0		
	Kausivaihtelu / Sesonkikorjaus	1		
	Ennustevirheet			5
	Regressioanalyysi	0		
6	Kapasiteetti ja sen hallinta			
	Prosessin kapasiteetin määrittäminen ja pullonkaulaan investointi			5
	Usean tuotteen kapasiteettitarve	1		
	Kassavirta-/investointilaskelmat	0		
	Päätöspuut	0		
	Tuotevalikoimapäätökset (TOC)	0		
7	Sijaintipäätökset			
	Pisteytysmenetelmä	0		
	Tuottolaskelmat		1	
	Etäisyyden mittaaminen, load-distance, center-of-gravity		1	
	Kuljetusallokointi			5
8	Tilasuunnittelu			
	Verstaan tilaratkaisut		1	
	Tuotantolinjan tasapainotus			5
9	Työnsuunnittelu ja mittaaminen			
	Aikatutkimus			5
	Oppimiskäyrä		3	
	Work Sampling	0		
11	Tilastollinen laadunvalvonta			
	Kontrollikartat (X-, R-, p- ja c-kartat)			5
	Prosessin kyvykkyys			5
	Acceptance Sampling	0		
13	Varastojen hallinta			
	ABC-analyysi	0		
	Jatkuva varastonvalvonta (sis. varmuusvarastot, kokonaiskustannukset jne.)			5
	Paljousalennukset		1	
	Hidas varastontäydennys (ELS)			3
	Jaksottainen varastovalvonta			5

14 Karkea tuotannosuunnittelu

Level- ja chase-strategia

1

Lineaarinen optimointi

0

15 Tuotannosuunnittelu ja materiaalityökalukenttä

Tuotantosuunnitelma (MPS) ja vapaana luvattavaksi (ATP)

5

Eräkokopolitiikat

5

Materiaalityökalukenttä (MRP)

5

16 Työjärjestely

Prioriteettisäännöt

5

Suorituskyky mittarit

5

Johnsonin algoritmi

5

Työaikataulukot

3

18 Jonot ja niiden hallinta

M/M/1

5

M/M/s

5

Äärellinen populaatio

1

19 Projektin hallinta

Kriittinen polku

3

PERT

5

Kiirehtiminen

5

20 Hankintatoimi

Valmista vai osta -laskut

1

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}} \quad \bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} \quad \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \bar{X} + A_2 \bar{R} \quad \bar{X} - A_2 \bar{R} \quad D_4 \bar{R} \quad D_3 \bar{R}$$

$$\bar{p} + z\sigma_p \quad \bar{p} - z\sigma_p \quad \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$$

$$\bar{c} + z\sigma_c \quad \bar{c} - z\sigma_c \quad \sqrt{\bar{c}}$$

$$\text{Min.} \left(\frac{\bar{x} - \text{LTL}}{3\sigma}, \frac{\text{UTL} - \bar{x}}{3\sigma} \right) \quad \frac{\text{UTL} - \text{LTL}}{6\sigma}$$

n	A ₂	D ₃	D ₄
2	1,880	0	3,267
3	1,023	0	2,575
4	0,729	0	2,282
5	0,577	0	2,115
6	0,483	0	2,004
7	0,419	0,076	1,924
8	0,373	0,136	1,864
9	0,337	0,184	1,816
10	0,308	0,223	1,777

$$\sqrt{\frac{2DS}{H}} \quad \frac{\text{EOQ}}{D \text{ tai } d} \quad dL \quad \text{OH} + \text{SR} - \text{BO} \quad \frac{Q}{2}(\text{H}) + \frac{D}{Q}(\text{S}) \quad dL + z\sigma_L \quad z\sigma_L \quad \sigma_t \sqrt{L}$$

$$\frac{Q}{2}(\text{H}) + \frac{D}{Q}(\text{S}) + \text{Hz}\sigma_L \quad z\sqrt{\bar{L}\sigma_{\text{kysyntä}(t)}^2 + \bar{d}^2\sigma_{\text{toimitusaika}}^2} \quad \frac{Q}{2}(\text{H}) + \frac{D}{Q}(\text{S}) + \text{PD}$$

$$\sqrt{\frac{2DS}{H}} \sqrt{\frac{p}{p-d}} \quad \frac{Q}{2} \left(\frac{p-d}{p} \right) (\text{H}) + \frac{D}{Q}(\text{S}) \quad \frac{\text{ELS}}{D \text{ tai } d} \quad \frac{\text{ELS}}{p} \quad Q \left(\frac{p-d}{p} \right)$$

$$\frac{\text{EOQ}}{D \text{ tai } d} \quad d(\text{P} + \text{L}) + z\sigma_{\text{P}+\text{L}} \quad z\sigma_{\text{P}+\text{L}} \quad \sigma_t \sqrt{\text{P} + \text{L}} \quad \text{T} - \text{IP} \quad \frac{d\text{P}}{2}(\text{H}) + \frac{D}{d\text{P}}(\text{S}) + \text{Hz}\sigma_{\text{P}+\text{L}}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad \rho = \frac{\lambda}{s\mu} \quad \rho = 1 - P_0 \quad P_0 = 1 - \rho \quad P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s!} \left(\frac{1}{1-\rho} \right) \right]^{-1}$$

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1} \quad L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad L = \lambda W \quad L = N - \frac{\mu}{\lambda}(1 - P_0) \quad L_q = \rho L$$

$$L_q = \frac{P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} \quad L_q = N - \frac{\lambda + \mu}{\lambda}(1 - P_0) \quad W = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W = \frac{L}{(N-L)\lambda} \quad W_q = \rho W \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{(N-L)\lambda}$$