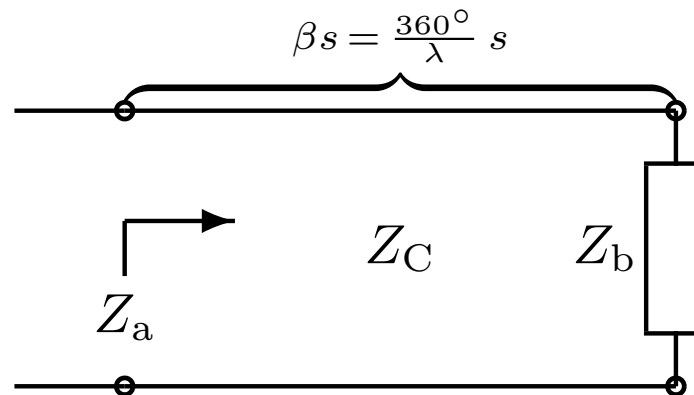


## Smithin kartta, *Smith Chart*

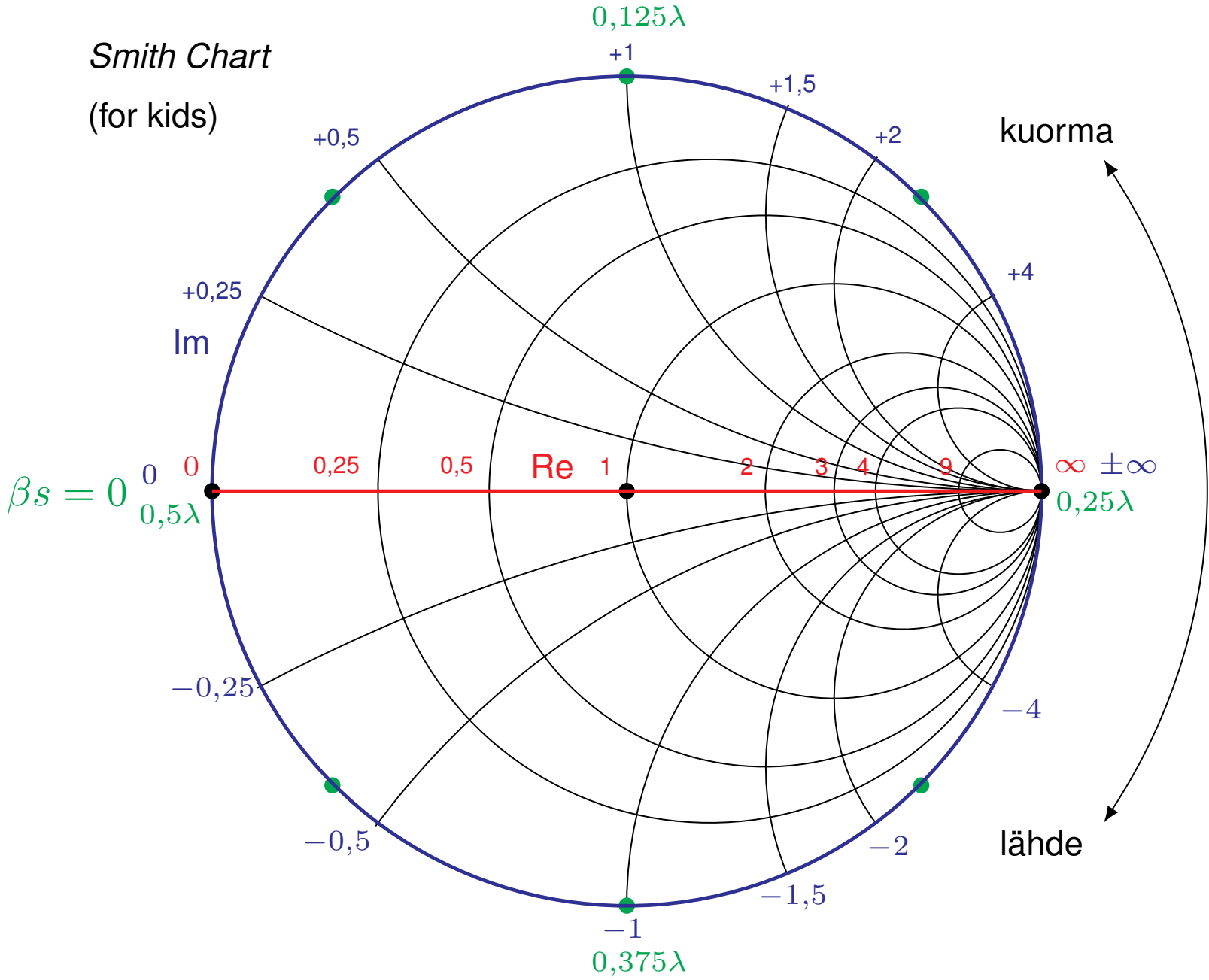
- Smithin diagrammi eli Smithin kartta
- Siirtojohtoyhtälöiden graafinen esitystapa
- Paljon käytetty esitysmuoto RF- eli radiotaajuustekniikassa
- Impedanssikoordinaatisto
- Teoriaa: *Sähkötekniikka ja piiriteoria*
- Ei tule kokeisiin, mutta syventää osaamista

## Impedanssi muuttuu johdon läpi

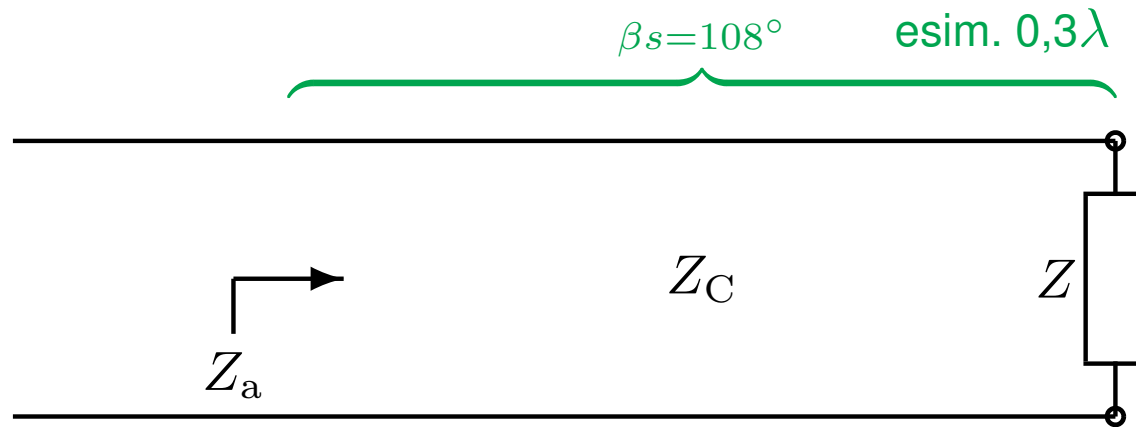
Normalisoitu impedanssi etäisyydellä  $s$  johdon päästä:



$$\frac{Z_a}{Z_C} = \frac{\frac{Z_b}{Z_C} + j \tan \beta s}{1 + j \frac{Z_b}{Z_C} \tan \beta s} \Rightarrow \text{Smithin kartta}$$



## Normalisointi



$$Z_C = 50 \Omega$$

$$Z = 25 + 50j \Omega$$

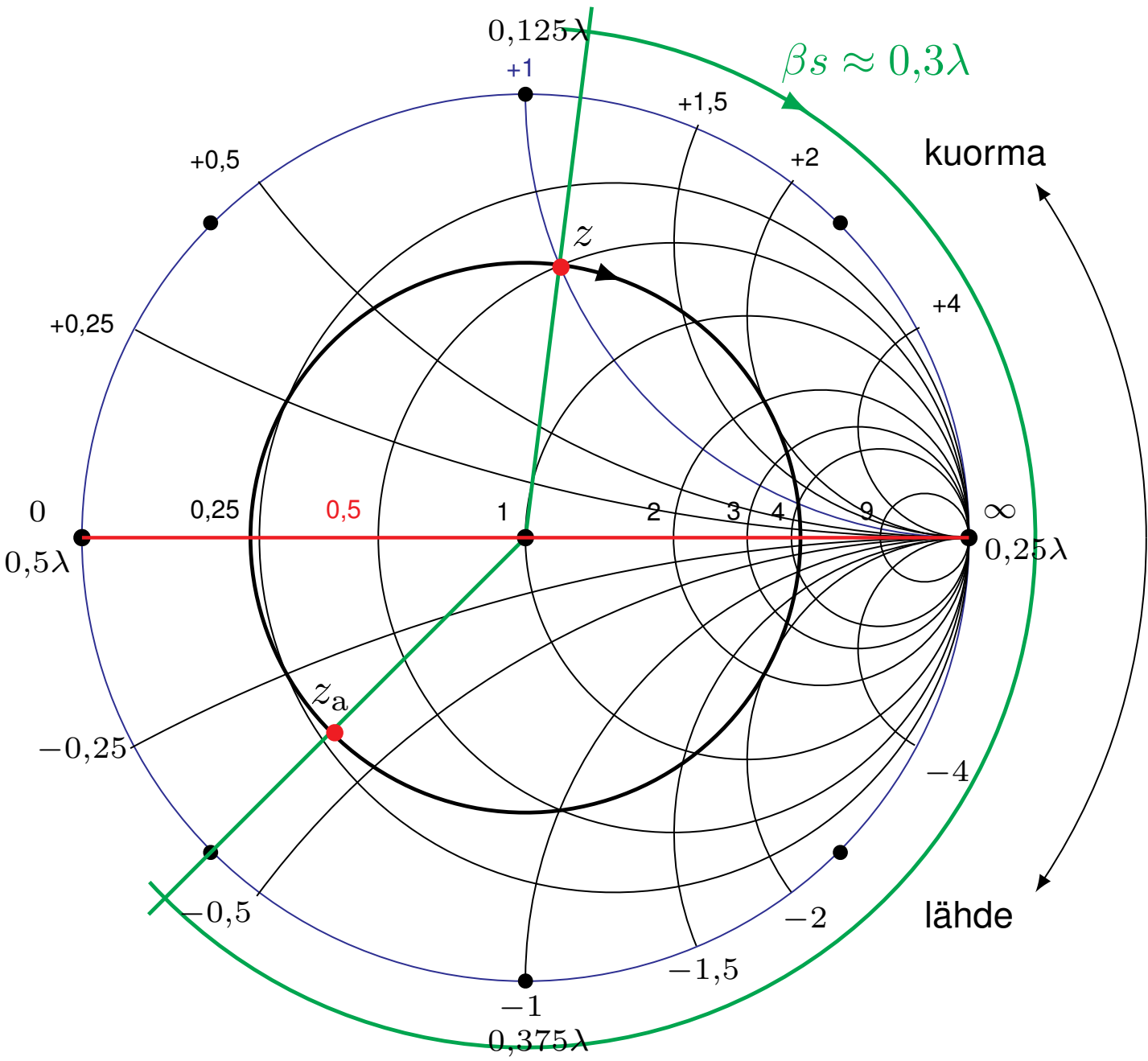
$$\frac{Z_a}{Z_C} = z_a = \frac{z \cos \beta s + j \sin \beta s}{\cos \beta s + j z \sin \beta s}$$

Smithin kartalta

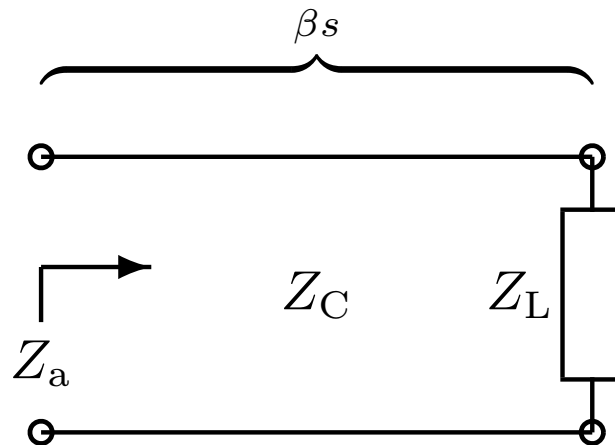
$$z = \frac{Z}{Z_C} = 0,5 + 1j$$

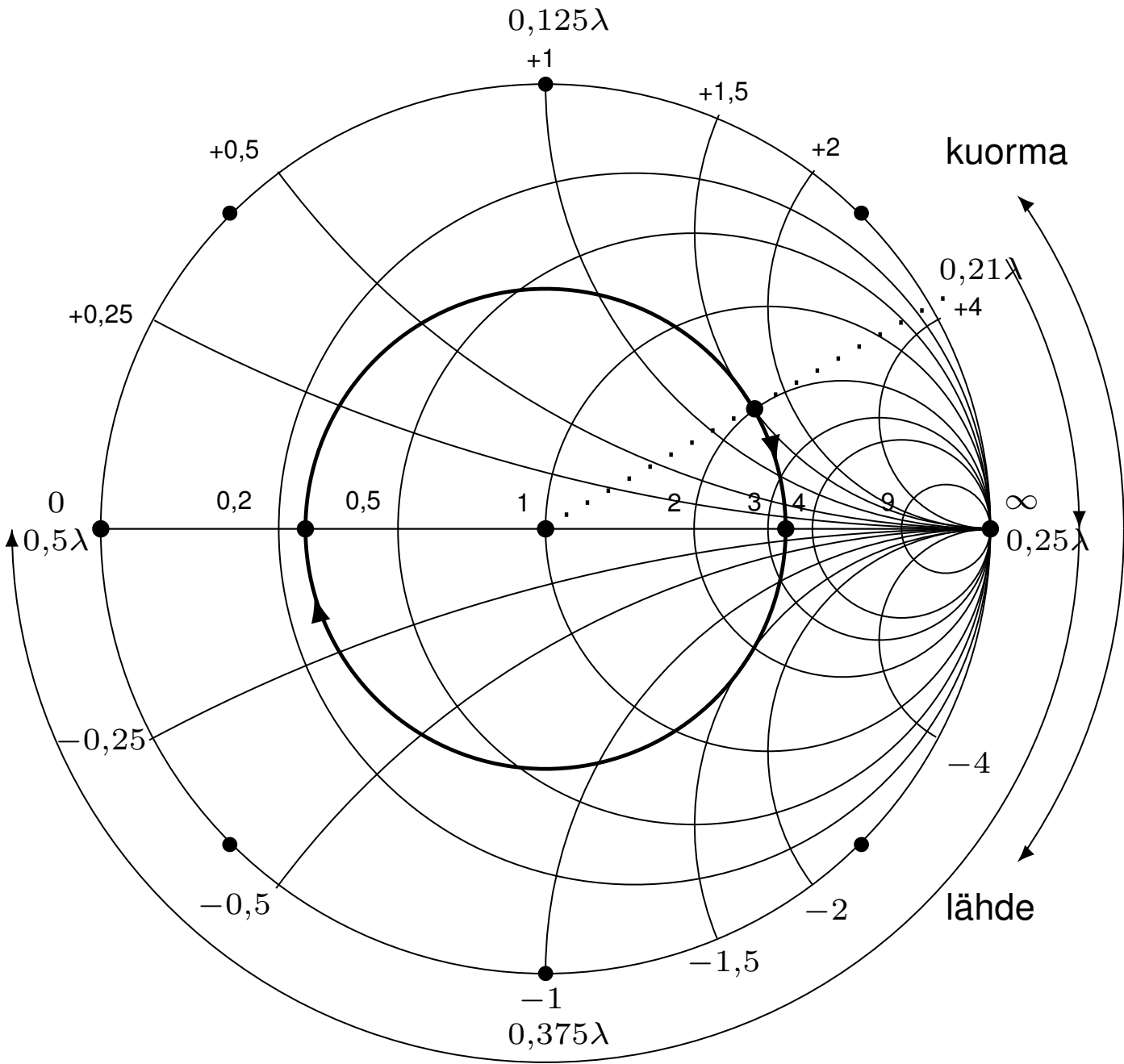
normalisoitu impedanssi

$$z_a \approx 0,28 - 0,41j$$



**Esimerkki.** Siirtojohdon toisessa päässä on antenni, jonka impedanssi on  $Z_L = 80 + j60 \Omega$ . Arvioi oheisen pelkistetyn Smithin kartan avulla, miten pitkä johto on kyseessä ( $\beta s = ?$ ), jos antenni näyttää johdon alkupäästä katsottuna resistiiviseltä ( $\text{Im}[Z_a] = 0$ ). Ilmoita  $\beta s$  asteina, laske myös  $Z_a$ . Johdon ominaisimpedanssi on  $Z_C = 40 \Omega$ .





Smithin kartta eli Smithin diagrammi on siirtojohtoyhtälöiden graafinen ratkaisutapa. Monille insinööreille juuri Smithin kartta on käyttöliittymä RF- eli radiotaajuustekniikkaan. Laskutaidoton tumpelokin oppii ratkomaan siirtojohtoyhtälöiden mukaisia kompleksisia yhtälöryhmiä Smithin kartan avulla.

Normalisointi (huom. pieni  $z$ ):

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_C} = 2,0 + j1,5 \quad (1)$$

Merkitään tämä piste kartalle. Piirretään pisteen kautta ympyrä, jonka keskipiste on kohdassa  $z = 1 + j0$ . Siirrytään ympyrän kaarta pitkin lähteeseen eli generaattoriin päin, kunnes törmätään vaaka-akseliin (impedanssin piti olla resistiivinen eli  $\text{Im}[z_a] = 0$ ). Kaksi ratkaisua, likimain seuraavat (tämän karttaversioiden lukematarkuus ei ole kehuttava):

$$z_a = r_1 \approx 3,3 \quad \text{tai} \quad z_a = r_2 = \frac{1}{r_1} \approx 0,3 \quad (2)$$

Poistetaan normalisointi:

$$Z_a = R_1 \approx Z_C r_1 = 132 \, \Omega \quad \text{tai} \quad Z_a = R_2 \approx Z_C r_2 = 12 \, \Omega \quad (3)$$



Kuinka pitkä olikaan siirretty matka:

$$\beta s_1 \approx (0,25 - 0,21)\lambda \cdot \frac{360^\circ}{\lambda} = 14,4^\circ \quad \text{tai} \quad \beta s_2 \approx 14,4^\circ + 90^\circ \quad (4)$$

Tarkistetaan tulos; samalla näet, miten monimutkaisia yhtälöitä edellä ollut graafinen esitys vastaa:

$$Z_a = \frac{U_a}{I_a} = \frac{U_b \cos \beta s + jZ_C I_b \sin \beta s}{j\frac{U_b}{Z_C} \sin \beta s + I_b \cos \beta s} \quad (5)$$

$$= \frac{Z_L I_b \cos \beta s + jZ_C I_b \sin \beta s}{j\frac{Z_L I_b}{Z_C} \sin \beta s + I_b \cos \beta s} = \frac{Z_L \cos \beta s + jZ_C \sin \beta s}{j\frac{Z_L}{Z_C} \sin \beta s + \cos \beta s} \quad (6)$$

$$= \frac{(80 + j60) \cos 14,4^\circ + j40 \sin 14,4^\circ}{j\frac{80+j60}{40} \sin 14,4^\circ + \cos 14,4^\circ} \quad (7)$$

$$= \frac{77 + j68}{0,60 + j0,50} = \frac{103 \angle 41^\circ}{0,78 \angle 40^\circ} = 131 + j4 \Omega \quad (8)$$

Tuloksessa on hieman virhettä, mikä johtuu johdon pituuden lievästä epätarkkuudesta. Tarkempaa (tavallista) Smithin karttaa käyttäen vastaus olisi ollut vielä huomattavasti tarkempi. Tarkka tulos (laskemalla):  $\beta s = 14,872^\circ$ , jolloin  $Z_a \approx 133 \Omega$ . Toinen tulos vastaavasti.