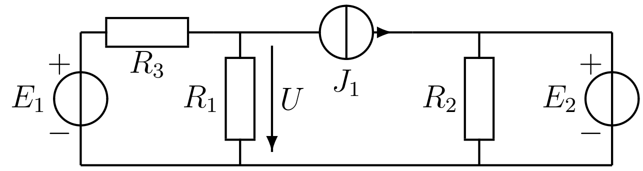
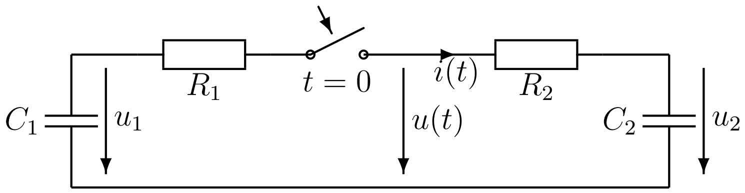
ELEC–C4210 SÄHKÖTEKNIIKKA JA ELEKTRONIIKKA Kimmo Silvonen

1. välikoe 23.10.2018. **Saat vastata vain neljään tehtävään!**
Sallitut: Kako, [gr./symb.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä on sovittava valvojan kanssa!]

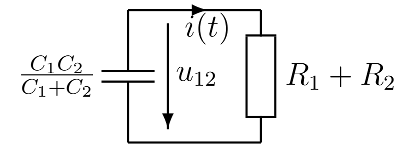
1. Laske jännite U. $J_1 = 2$ A, $E_1 = 8$ V, $E_2 = 2$ V, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$.



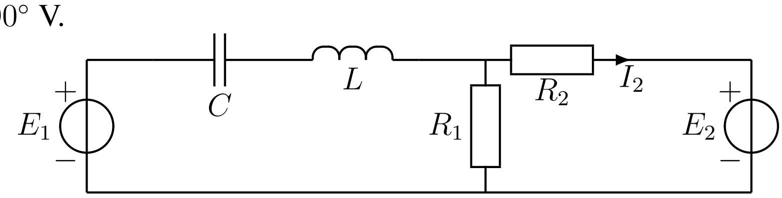
2. Kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. Laske virta $i(t)$, kun $t = 1{,}61 \cdot \tau$. Virta on sama oikealla olevassa sijaiskytkennässä. $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $C_1 = 4$ F, $C_2 = 1$ F, $U_{\mathrm{C01}} = 10$ V, $U_{\mathrm{C02}} = 5$ V.



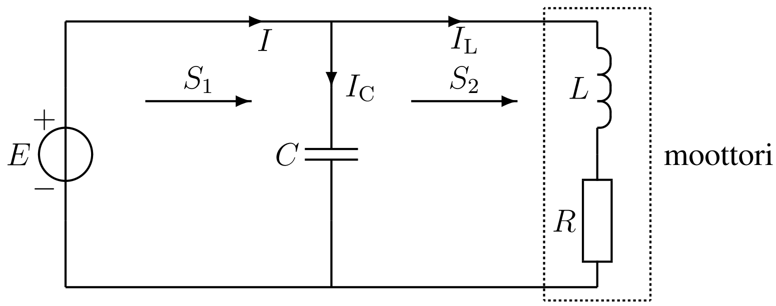
$U_{\mathrm{C012}} = U_{\mathrm{C01}} - U_{\mathrm{C02}}$



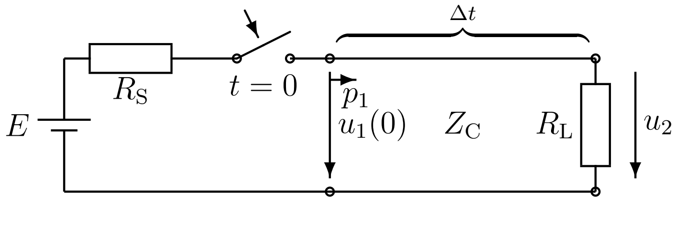
3. Laske virta I_2. $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $C = 0{,}01$ F, $L = 2$ H, $\omega = 10\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, $E_1 = 10\angle 0°$ V, $E_2 = 20\angle -90°$ V.



4. Laske kompleksinen teho $S_1 = S_{\mathrm{CLR}}$. $E = 20\angle 90°$ V, $\omega = 2$ rad/s, $R = 2\ \Omega$, $L = 2$ H, $C = 0{,}2$ F, $I_{\mathrm{C}} = -8$ A, $I_{\mathrm{L}} = 4 + 2\mathrm{j}$ A.



5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1–4 pois! Tasajännitelähde kytketään hetkellä $t = 0$. Johdolle lähtee aalto, jonka kuljettama teho on $p_1 = u_1(0) \cdot \frac{u_1(0)}{Z_{\mathrm{C}}} = 2$ W. Mitä arvoa lähestyy jännite $u_2(t)$, kun aikaa kuluu paljon. $R_{\mathrm{S}} = 15\ \Omega$, $Z_{\mathrm{C}} = 72\ \Omega$, $R_{\mathrm{L}} = 60\ \Omega$, $\Delta t = 10\ \mu$s.



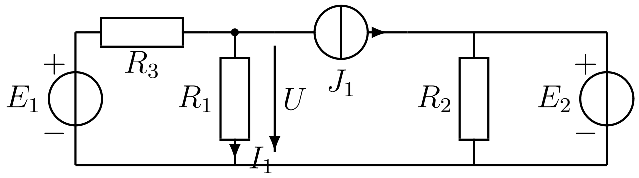
Huom; Vastaa vain neljään tehtävään! Tulokset tulevat **Mycoon** viimeistään perjantaina, ratkaisut heti. Tehtäväpaperia ei tarvitse palauttaa. Labrat alkavat ensi viikolla!

ELEC–C4210 SÄHKÖTEKNIIKKA JA ELEKTRONIIKKA Kimmo Silvonen

1. välikoe 23.10.2018. **Saat vastata vain neljään tehtävään!**

Sallitut: Kako, [gr./symb.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä on sovittava valvojan kanssa!]

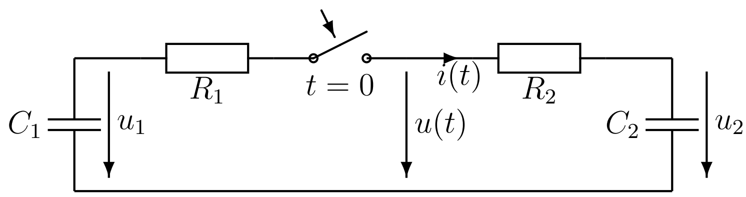
1. Laske jännite U. $J_1 = 2$ A, $E_1 = 8$ V, $E_2 = 2$ V, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$.



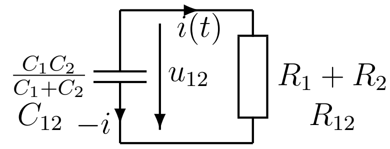
$$-E_1 + R_3(I_1 + J_1) + R_1 I_1 = 0 \tag{1}$$

$$I_1 = \frac{E_1 - R_3 J_1}{R_1 + R_3} = 1 \Rightarrow U = R_1 I_1 = 2\ \mathrm{V} \tag{2}$$

2. Kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. Laske virta $i(t)$, kun $t = 1{,}61 \cdot \tau$. Virta on sama oikealla olevassa sijaiskytkennässä. $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $C_1 = 4$ F, $C_2 = 1$ F, $U_{\mathrm{C01}} = 10$ V, $U_{\mathrm{C02}} = 5$ V.



$U_{\mathrm{C012}} = U_{\mathrm{C01}} - U_{\mathrm{C02}}$



$$-u_{12} + R_{12} i = 0 \tag{3}$$

$$i(t) = -C_{12}\,\frac{\mathrm{d}(u_{12})}{\mathrm{d}t} \tag{4}$$

$$-u_{12} + R_{12}C_{12}\,\frac{\mathrm{d}(-u_{12})}{\mathrm{d}t} = 0 \Rightarrow u_{12}(t) = A\mathrm{e}^{-t/\tau} \tag{5}$$

$$-A\mathrm{e}^{-t/\tau} - R_{12}C_{12}\,\frac{-A}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} = 0 \tag{6}$$

$$\underbrace{\left(R_{12}C_{12}\,\frac{1}{\tau} - 1\right)}_{=0} A\mathrm{e}^{-t/\tau} = 0 \tag{7}$$

$$\Rightarrow \tau = R_{12}C_{12} = (R_1 + R_2)\,\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 8\,\mathrm{s} \tag{8}$$

$$U_{C012} = A\mathrm{e}^{-0/\tau} \Rightarrow A = U_{C012} \tag{9}$$

$$i = \frac{u_{12}}{R_{12}} = \frac{U_{C012}}{R_{12}}\mathrm{e}^{-t/\tau} \Rightarrow i(0) = \frac{U_{C012}}{R_{12}}\mathrm{e}^{0} \tag{10}$$

$$\text{tai } -U_{C01} + (R_1 + R_2)i(0) + U_{C02} = 0 \Rightarrow i(0) = \frac{U_{C01} - U_{C02}}{R_1 + R_2} = 0{,}5\ \mathrm{A} \tag{11}$$

$$i(1{,}61 \cdot \tau) = \frac{U_{C012}}{R_{12}}\mathrm{e}^{-1{,}61} = \frac{5}{10} \cdot 0{,}2 = 0{,}1\ \mathrm{A} \tag{12}$$

Lyhyemmin:

$$i(t) = i(0)\,\mathrm{e}^{-t/\tau} \qquad \tau = R_{12}C_{12} \tag{13}$$

$$i(t) = \frac{u_{12}}{R_{12}} = \frac{1}{R_{12}}\left(U_{\mathrm{C012}} + \frac{1}{C_{12}}\int_0^t (-i(t))\,\mathrm{d}t\right) = \frac{1}{R_{12}}\left(U_{\mathrm{C012}} - \frac{1}{C_{12}}\int_0^t i(0)\,\mathrm{e}^{-t/\tau}\,\mathrm{d}t\right) \tag{14}$$

$$i(1{,}61 \cdot \tau) = \frac{U_{\mathrm{C012}}}{R_{12}} - \frac{1}{R_{12}C_{12}}\int_0^{1{,}61\cdot\tau} \frac{U_{\mathrm{C012}}}{R_{12}}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}\,\mathrm{d}t = \frac{U_{\mathrm{C012}}}{R_{12}} - \frac{-\tau}{R_{12}C_{12}}\left(\frac{U_{\mathrm{C012}}}{R_{12}}\,(\mathrm{e}^{-1{,}61} - 1\right)$$

$$= \ldots \tag{15}$$

Lisäesimerkkinä voisi vielä laskea alkuperäisestä kuvasta loppujännitteen:

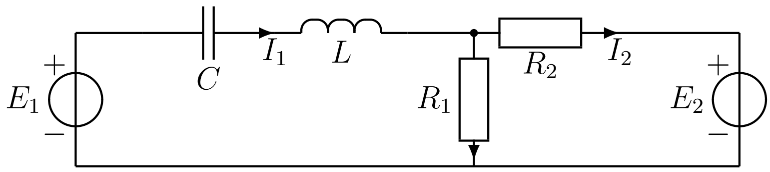
$$u(t) = R_2 i + \frac{1}{C_2}\int_0^t i\,\mathrm{d}t + U_{\mathrm{C02}} \tag{16}$$

$$u(\infty) = R_2 \cdot 0 + \frac{1}{C_2}\int_0^t i(0)\mathrm{e}^{-t/\tau}\,\mathrm{d}t + U_{\mathrm{C02}} \tag{17}$$

$$= \frac{1}{C_2}/_0^t(-\tau)\,i(0)\mathrm{e}^{-t/\tau}\,\mathrm{d}t + U_{\mathrm{C02}} = \frac{i(0)\tau}{C_2} + U_{\mathrm{C02}} = 9\ \mathrm{V} \tag{18}$$

Lisätietoja: 1. vk 2015

3. Laske virta I_2. $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $C = 0{,}01$ F, $L = 2$ H, $\omega = 10\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, $E_1 = 10\angle 0°$ V, $E_2 = 20\angle -90°$ V.



$$-E_1 + \left(\frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + \mathrm{j}\omega L\right) I_1 + R_1(I_1 - I_2) = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + R_1 I_2}{R_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + \mathrm{j}\omega L} \tag{19}$$

$$-R_1(I_1 - I_2) + R_2 I_2 + E_2 = 0 \tag{20}$$

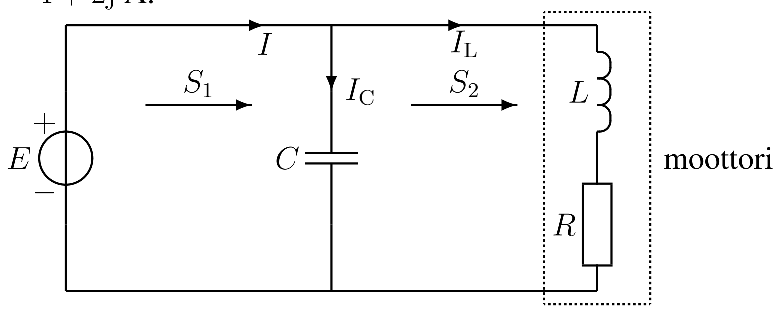
$$-R_1\ \frac{E_1 + R_1 I_2}{R_1 + \mathrm{j}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} + (R_1 + R_2) I_2 + E_2 = 0 \tag{21}$$

$$I_2 = \frac{R_1\ \frac{E_1}{R_1 + \mathrm{j}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} - E_2}{R_1 + R_2 - R_1\ \frac{R_1}{R_1 + \mathrm{j}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}} = \frac{10\ \frac{10}{10 + \mathrm{j}(10)} + 20\mathrm{j}}{15 - 10\ \frac{10}{10 + \mathrm{j}(10)}} = 1 + j \tag{22}$$

$$= \frac{\frac{10}{1 + \mathrm{j}1} + 20\mathrm{j}}{15 - \frac{10}{1 + \mathrm{j}1}} = \frac{10 + 20\mathrm{j}(1 + \mathrm{j})}{15(1 + \mathrm{j}) - 10} = \frac{-10 + 20\mathrm{j}}{5 + 15\mathrm{j}} = \frac{-2 + 4\mathrm{j}}{1 + 3\mathrm{j}} \tag{23}$$

$$= \frac{(-2 + 4\mathrm{j})(1 - 3\mathrm{j})}{10} = \frac{10 + 10\mathrm{j}}{10} = 1{,}41\angle 45°\ \mathrm{A} \tag{24}$$

4. Laske kompleksinen teho $S_1 = S_{\mathrm{CLR}}$. $E = 20\angle 90°$ V, $\omega = 2$ rad/s, $R = 2\ \Omega$, $L = 2$ H, $C = 0{,}2$ F, $I_{\mathrm{C}} = -8$ A, $I_{\mathrm{L}} = 4 + 2\mathrm{j}$ A.



$$I_{\mathrm{L}} = \frac{E}{R + \mathrm{j}\omega L} = \frac{20\mathrm{j}}{2 + 4\mathrm{j}} = \frac{20\mathrm{j}(2 - 4\mathrm{j})}{4 + 16} = 4 + 2\mathrm{j}\ \mathrm{A} \tag{25}$$

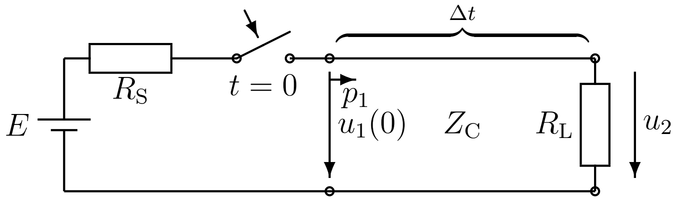
$$I_{\mathrm{C}} = \frac{E}{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} = \mathrm{j}\omega C E = -8\ \mathrm{A} \Rightarrow I = I_{\mathrm{C}} + I_{\mathrm{L}} = -4 + \mathrm{j}2\ \mathrm{A} \tag{26}$$

$$S_1 = U_1 I^* = E I^* = 20\mathrm{j}(-4 - \mathrm{j}2) = 40 - \mathrm{j}80\ \mathrm{VA} \tag{27}$$

$$(S_2 = U_2 I_{\mathrm{L}}^* = E I_{\mathrm{L}}^* = 20\mathrm{j}(4 - \mathrm{j}2) = 40 + \mathrm{j}80\ \mathrm{VA}) \tag{28}$$

Koska kondensaattori on nyt suurempi kuin laskuharjoituksen lukuarvoilla, on kyseessä ylikompensointi: positiivinen loisteho pienenee negatiiviseksi. Unohdin korostaa luennolla, että kompleksilukuja ei insinöörimatematiikassa koroteta koskaan toiseen: $(4 + 2\mathrm{j})^2 \neq |4 + 2\mathrm{j}|^2 = 20$. Toiseen korotus liittyy aina tavalla tai toisella Pythagoraan lauseeseen!

5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1–4 pois! Tasajännitelähde kytketään hetkellä $t = 0$. Johdolle lähtee aalto, jonka kuljettama teho on $p_1 = u_1(0) \cdot \frac{u_1(0)}{Z_C} = 2$ W. Mitä arvoa lähestyy jännite $u_2(t)$, kun aikaa kuluu paljon. $R_S = 15\ \Omega$, $Z_C = 72\ \Omega$, $R_L = 60\ \Omega$, $\Delta t = 10\ \mu$s.



Tasavirralla lopputila saadaan jättämällä siirtojohdot välistä pois:

$$u_1(0) = \pm\sqrt{p_1 Z_C} = \pm 12 \text{ V} \tag{29}$$

$$u_1(0) = \frac{Z_C}{R_S + Z_C} E \tag{30}$$

$$\Rightarrow E = \left(1 + \frac{R_S}{Z_C}\right) u_1(0) = \pm\frac{87}{6} \text{ V} \tag{31}$$

$$u_2(\infty) = \frac{R_L}{R_S + R_L} E = 11{,}6 \text{ V} \tag{32}$$

Siirtojohtoteoria:

$$\tau = \frac{2R_L}{R_L + Z_C} = \frac{120}{132} = \frac{10}{11} \tag{33}$$

$$\rho_2 = \frac{R_L - Z_C}{R_L + Z_C} = -\frac{1}{11} \tag{34}$$

$$\rho_1 = \frac{R_S - Z_C}{R_S + Z_C} = -\frac{19}{29} \tag{35}$$

$$u_2(\Delta t) = u_1(0)\tau = \frac{120}{11} \text{ V} \tag{36}$$

$$u_2(3\Delta t) = u_2(\Delta t) + u_1(0)\rho_2\rho_1\tau \tag{37}$$

$$u_2(5\Delta t) = u_2(3\Delta t) + u_1(0)\rho_2\rho_1\rho_2\rho_1\tau \tag{38}$$

Muodostuu suppeneva geometrinen sarja, jossa peräkkäisten termien suhde on $\rho_2\rho_1$.

$$u_2(\infty) = u_1(0)\left(1 + \rho_2\rho_1 + (\rho_2\rho_1)^2 + (\rho_2\rho_1)^3 + \dots\right)\tau \tag{39}$$

$$= u_1(0)\,\frac{1}{1 - \rho_2\rho_1}\tau = 11{,}6 \text{ V} \tag{40}$$