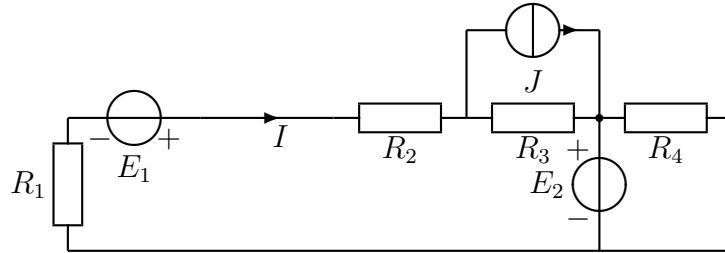


ELEC-C4210 SÄHKÖTEKNIikka JA ELEKTRONIIKKA Kimmo Silvonen

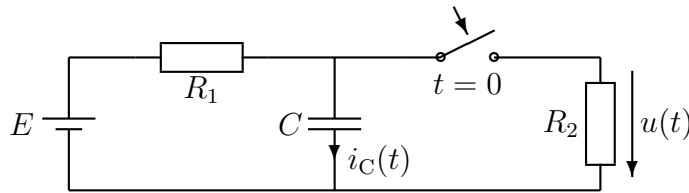
1. välikoe 24.10.2016. **Saat vastata vain neljään tehtävään!**

Sallitut: Kako, [gr.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä on sovittava valvojan kanssa!]

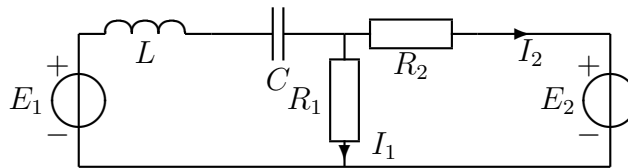
1. Laske virta I . $J = 2,5 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 7 \Omega$.



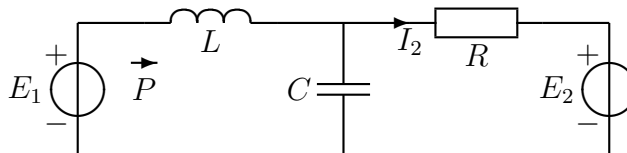
2. Kytin on ensin auki niin kauan, että kondensaattori ehtii latautua. Laske jännite u ajan funktiona, kun kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. $C = 2 \text{ F}$, $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $E = 12 \text{ V}$.



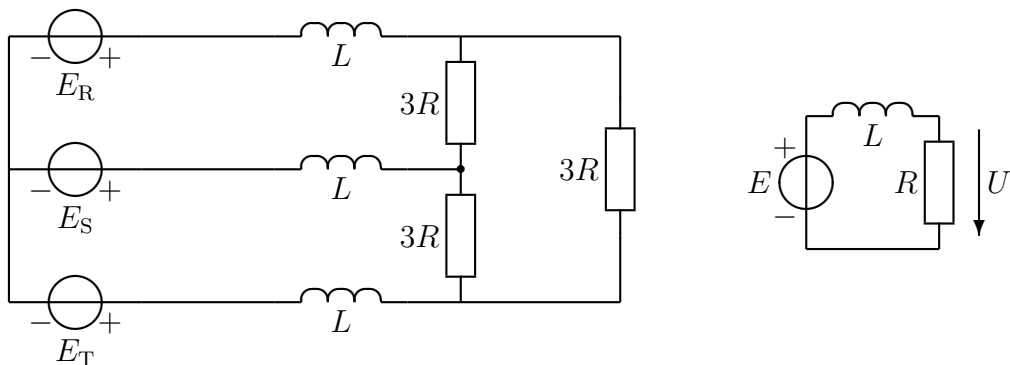
3. Laske virta I_2 . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $C = 0,005 \text{ F}$, $L = 2 \text{ H}$, $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $E_1 = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$, $E_2 = 10\sqrt{3} \angle -90^\circ \text{ V}$.



4. Laske pätöteho P , kun tiedetään, että $I_2 = 5 - j5 \text{ A}$. $L = 1 \text{ H}$, $R = 2 \Omega$, $C = 0,25 \text{ F}$, $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $E_2 = 5 + 10j \text{ V}$.

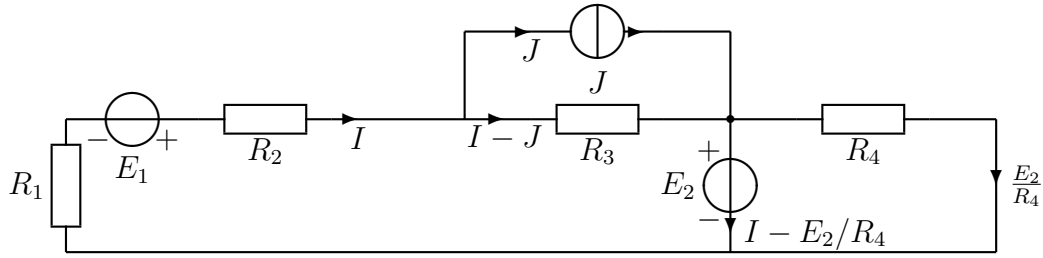


5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1–4 pois! Kuvassa on symmetrinen kolmi-vaihejärjestelmä ja sen 1-vaiheinen sijaiskytkentä. $E = 230 \angle 90^\circ \text{ V}$, $R = 23 \Omega$, $L = 0,23/\pi \text{ H}$, $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$. Laske 3-vaiheisen jännitelähteen luovuttama kokonaispätöteho P_{RST} .



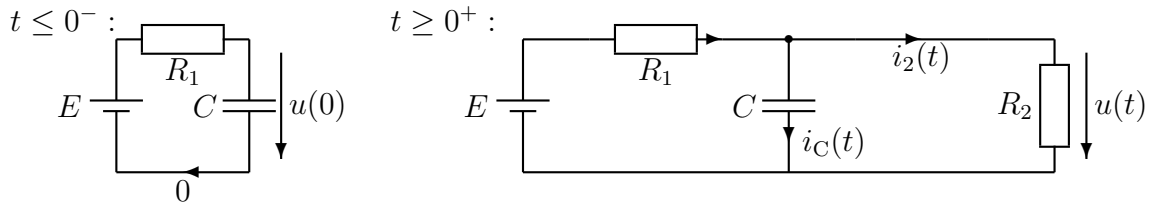
Tulokset tulevat **Mycoon** ylihuomenna, ratkaisut heti.

1. Laske virta I . $J = 2,5 \text{ A}$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 7 \Omega$.



$$R_1 I - E_1 + R_2 I + R_3(I - J) + E_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2 + R_3 J}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{11}{5} = 2,2 \text{ A} \quad (1)$$

2. Kytkin on ensin auki niin kauan, että kondensaattori ehtii latautua. Laske jännite u ajan funktiona, kun kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. $C = 2 \text{ F}$, $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $E = 12 \text{ V}$.



$$U_{C0} = u(0) = E - R_1 \cdot 0 = E = 12 \quad (2)$$

$$-E + R_1(i_C + i_2) + u = 0 \quad (3)$$

$$-E + R_1 \left(i_C + \frac{u}{R_2} \right) + u = 0 \quad (4)$$

$$-E + R_1 \left(C \frac{du}{dt} + \frac{u}{R_2} \right) + u = 0 \quad (5)$$

$$u = B + Ae^{-t/\tau} \quad (6)$$

$$-E - R_1 C \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) (B + Ae^{-t/\tau}) = 0 \quad (7)$$

$$\left(-R_1 C \frac{1}{\tau} + \frac{R_1}{R_2} + 1 \right) Ae^{-t/\tau} + \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) B = E \quad (8)$$

Tuon pitää siis toteutua kaikilla (positiivisilla) t :n arvoilla. Vedetään siis munat ja jauhot tiskiini.
Munat ja jauhot -menetelmä:

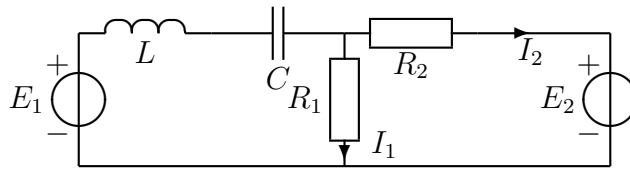
$$mnt = \left(-R_1 C \frac{1}{\tau} + \frac{R_1}{R_2} + 1 \right) = 0 \Rightarrow \tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C = 3 \quad (9)$$

$$jht = \left(\frac{R_1}{R_2} + 1 \right) B = E \Rightarrow B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = 3 \quad (10)$$

$$u(0) = B + Ae^{-0} = B + A \Rightarrow A = E - B = 9 \quad (11)$$

$$u(t) = 3 + 9e^{-t/3} \text{ V} \quad (12)$$

3. Laske virta I_2 . $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $C = 0,005 \text{ F}$, $L = 2 \text{ H}$, $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $E_1 = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$, $E_2 = 10\sqrt{3} \angle -90^\circ \text{ V}$.



$$-E_1 + \left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) (I_1 + I_2) + R_1 I_1 = 0 \quad (13)$$

$$-10 + (j20 - j20)(I_1 + I_2) + 4I_1 = 0 \quad (14)$$

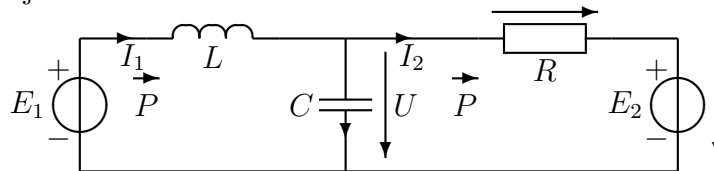
$$\Rightarrow I_1 = \frac{10}{4} = 2,5 \quad (15)$$

$$-R_1 I_1 + R_2 I_2 + E_2 = 0 \quad (16)$$

$$-4 \cdot 2,5 + 20I_2 - 10\sqrt{3}j = 0 \quad (17)$$

$$I_2 = \frac{10 + 10\sqrt{3}j}{20} = \frac{20 \angle 60^\circ}{20} = 1 \angle 60^\circ \text{ A} \quad (18)$$

4. Laske pätöteho P , kun tiedetään, että $I_2 = 5 - j5 \text{ A}$. $L = 1 \text{ H}$, $R = 2 \Omega$, $C = 0,25 \text{ F}$, $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $E_2 = 5 + 10j \text{ V}$.



L ja C eivät kuluta pätötehoa.

$$U = RI_2 + E_2 = 15 \text{ V} \quad (19)$$

$$S = UI_2^* = (RI_2 + E_2)I_2^* = RI_2 I_2^* + E_2 I_2^* \quad (20)$$

$$S = R|I_2|^2 + E_2 I_2^* = 2(5^2 + 5^2) + (5 + 10j)(5 + j5) \quad (21)$$

$$S = 100 + 25 - 50 + 25j + 50j = \underbrace{75}_P + \underbrace{75j}_Q \quad (22)$$

$$P = 75 \text{ W} \quad (23)$$

Vastus kuluttaa 100 wattia tehoa, mutta jännitelähde E_2 syöttää piiriin 25 wattia. Voidaan osoittaa, että E_1 syöttää piiriin juuri tuon 75 W.

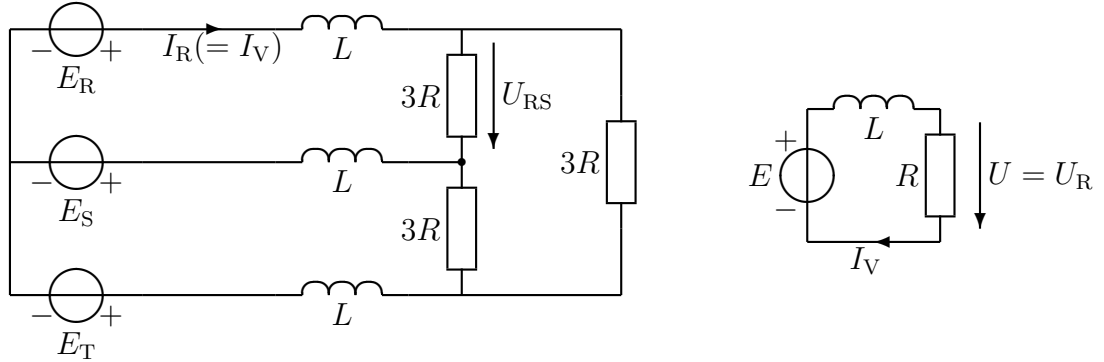
$$I_1 = \frac{U}{\frac{1}{j\omega C}} + I_2 = 5 + 2,5j \quad (24)$$

$$E_1 = j\omega LI_1 + U = j10 - 5 + 15 = 10 + 10j \quad (25)$$

$$S_1 = E_1 I_1^* = (10 + 10j)(5 - 2,5j) = 75 + 25j \quad (26)$$

$$P_1 = P = 75 \text{ W} \quad (27)$$

5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1–4 pois! Kuvassa on symmetrinen kolmi-vaihejärjestelmä ja sen 1-vaiheinen sijaiskytkentä. $E = 230\angle 90^\circ$ V, $R = 23\ \Omega$, $L = 0,23/\pi$ H, $\omega = 100\pi$ rad/s. Laske 3-vaiheisen jännitelähteen luovuttama kokonaispätöteho P_{RST} .



Yhden vaiheen teho kolminkertaisena:

$$I_V = \frac{E}{j\omega L + R} = \frac{230\angle 90^\circ}{23 + j23} = \frac{230\angle 90^\circ}{23\sqrt{2}\angle 45^\circ} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ \quad (28)$$

$$U = RI_V = \frac{230}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ \quad (29)$$

$$P = 3 \cdot \text{Re}\{U \cdot I_V^*\} = 3 \text{Re}\left\{\frac{230}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ \cdot \frac{10}{\sqrt{2}}\angle -45^\circ\right\} = 3450 \text{ W} \quad (30)$$

Kolmivaiheisen kuvan perusteella; olkoon $E_R = E = E_V$ (V = vaihe, siis R, S tai T):

$$U_{RS} = \sqrt{3}U_R\angle 30^\circ \quad (31)$$

$$S = 3 \cdot U_{RS} \cdot \left(\frac{U_{RS}}{3R}\right)^* = 3 \frac{|U_{RS}|^2}{3R} = 3 \frac{3|U_R|^2}{3R} = 3450 + j \cdot 0 \text{ VA} \quad (32)$$

Suoraan lähteistä:

$$S = 3 \cdot E_R \cdot I_R^* = 3 \cdot 230\angle 90^\circ \cdot \frac{10}{\sqrt{2}}\angle -45^\circ = 3450 \text{ W} + j3450 \text{ VAR} \quad (33)$$

Usein joudutaan korottamaan j^2 , mutta tämä on ainoa tilanne, jossa insinöörimatematiikassa korotetaan kompleksiluku toiseen potenssiin. Huomaa, että $|I|^2$ ei tarkoita kompleksiluvun vaan reaaliarvon neliöimistä! Aina, kun korotat kompleksilukua toiseen, lasket parhaillaan väärin!

Erään laskuharjoituksen jälkeen oli puhetta, toteutuuko Kirchhoffin jännitelaki suljetussa silmukassa. Suljettu silmukka on jännitenuolten muodostama ketju, joka sulkeutuu eli päättyy alkupisteeseensä. Suljettu silmukka ei välttämättä ole suljettu virtapiiri. Kirchhoffin jännitelaki ja virta ovat (tavallaan) toisistaan riippumattomia. Kirchhoffin jännitelaki nimenomaan toteutuu suljetussa silmukassa, oli siinä virtoja tai ei!