

# Harjoitus 12: Monikriteerinen arviointi

MS-C2107 Sovelletun matematiikan tietokonetyöt 2020



# Harjoituksen aiheet

- Additiivinen arvomalli
- Kurssin opetusteemojen arviointi additiivisella mallilla
- Monikriteerisen arvion herkkyytstarkastelu

# Oppimistavoitteet

- Additiivisen arvomallin oppiminen
- Additiivisen arvomallin toteutus Excelillä

# Additiivinen arvomalli - esimerkki

- Monikriteeriseen päätösanalyysiin on useita menetelmiä. Käsittelemme additiivisen arvomallin luomisen esimerkin avulla.
- Päämääränä tehdä paras valinta usean vaihtoehdon joukosta. Vaihtoehtoina esim. Fiat Punto, Opel Astra ja Toyota Corolla.
- Vaihtoehtoja arvioidaan usean kriteerin suhteen, joille määritellään mittayksiköt:
  - Kiihtyvyys: Aika (s) joka kuluu kiihdytykseen 0 km/h  $\rightarrow$  100 km/h.
  - Maksiminopeus: Maksiminopeus km/h.
  - Turvallisuus: Autolehden turvallisuuspisteytys 0-100 asteikolla.
  - Ulkonäkö: Oma arvio ulkonäöstä asteikolla: {Ruma, Melko ruma, Kohtalainen, Melko hieno, Hieno}.

# Vaihtoehtojen ominaisuudet

	Punto	Astra	Corolla
Kiihtyvyys	8s	7s	10s
Maksiminopeus	130km/h	150km/h	120km/h
Turvallisuus	70p	80p	50p
Ulkonäkö	Hieno	Kohtalainen	Ruma

- Nämä ominaisuustasot kuvataan kriteerikohtaisilla arvofunktiolla normalisoidulle arvoskaalalle siten, että kunkin kriteerin valossa paras vaihtoehto saa arvon 1 ja huonoin 0:n.
- Esim.  $v_{nopeus} : [120, 150] \rightarrow [0, 1]$ .
- Kuvaus ei välttämättä ole lineaarinen vaan *kuvaa päätöksentekijän mieltymyksiä* kyseisen ominaisuuden eri tasojen välillä.

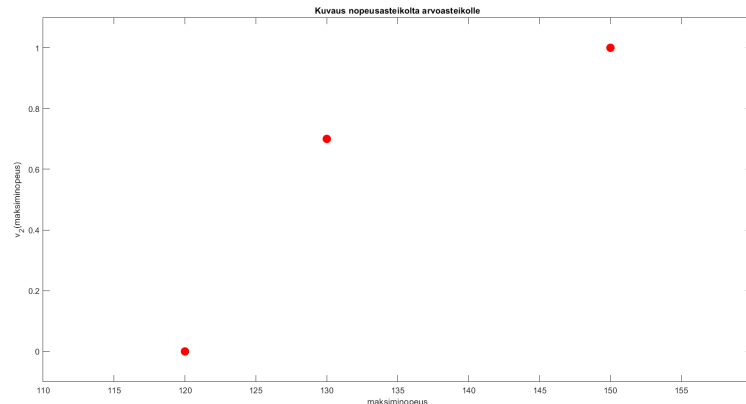
# Vaihtoehtojen kriteerikohtaiset arvot

- Turvallisudelle on käytetty lineaarista kriteerikohtaista arvofunktiota.
- Ulkonäölle Ruma  $\rightarrow 0$ , Melko ruma  $\rightarrow 0.25, \dots$
- Kiihtyvyydelle ja maksiminopeudelle tässä esimerkissä arvofunktiot ovat epälineaarisia.

	Punto	Astra	Corolla
Kiihtyvyys	0.7	1	0
Maksiminopeus	0.7	1	0
Turvallisuus	0.67	1	0
Ulkonäkö	1	0.5	0

# Vaihtoehtojen kokonaisarvon laskeminen

- Merkitään painokerrointa kriteerille  $i$  muuttujalla  $w_i$  ( $w_1$  on kiihtyvyyden painokerroin,  $w_2$  maksiminopeuden,  $w_3$  turvallisuuden ja  $w_4$  ulkonäön)
- Merkitään kriteerikohtaista arvofunktiota  $v_i(y_i)$  (esim. tiedetään, että  $v_2(130 \text{ km/h})=0.7$ )
- Kuvassa maksiminopeuden epälineaarinen arvofunktio



- Kokonaisarvo saadaan painotettuna summana kriteerikohtaisista arvoista:  $v_{tot}(y) = \sum_{i=1}^4 w_i v_i(y_i)$

# Painokerrointen määrittäminen

Autojen arvomallissa on neljä kriteeriä, joiden painokertoimet  $w_i$  pitää määrittää. Painojen määrittämiseksi on useita menetelmiä.

*Tradeoff*-painotus perustuu yhtä mieluisten vaihtoehtojen määrittelemiseen.

- Esimerkki: Muodostetaan yhtä mieluisia vaihtoehtoja, joiden kokonaisarvojen ( $v_{tot}$ ) tulee olla samat.
- Tilanne 1: Olkoon yhtä mieluisten autojen  $X$  ja  $Y$  kiihtyvyys ja turvallisuus samat. Auton  $X$  maksiminopeus on 120 km/h ja ulkonäkö hieno. **Päätetään**, että auton  $Y$  ulkonäkö on kohtalainen. Kuinka suuri tulisi tällöin olla auton  $Y$  maksiminopeus?
- Päätöksentekijä *on sitä mieltä*, että maksiminopeuden tulee tällöin olla 130 km/h, jotta autot olisivat yhtä mieluisat.

- Tällöin kokonaisarvolle pätee

$$v_{tot}(X) = v_{tot}(Y)$$

$$\sum_{i=1}^4 w_i v_i(x_i) = \sum_{i=1}^4 w_i v_i(y_i)$$

$$w_2 v_2(x_2) + w_4 v_4(x_4) = w_2 v_2(y_2) + w_4 v_4(y_4)$$

- Huomaa, että koska turvallisuus ja kiihtyvyyt olivat samalla tasolla eli  $w_1 v_1(x_1) = w_1 v_1(y_1)$  ja  $w_3 v_3(x_3) = w_3 v_3(y_3)$ , ja kyseiset termit häviävät yhtälöstä.
- Sijoitetaan arvofunktion tunnetut arvot yhtälöön:

$$w_2 v_2(120 \text{ km/h}) + w_4 v_4(\text{hieno}) = w_2 v_2(130 \text{ km/h}) + w_4 v_4(\text{kohtal.})$$

$$w_2 * 0 + w_4 * 1 = w_2 * 0.7 + w_4 0.5$$

$$w_4 = 1.4 w_2$$



# Painokerrointen määrittäminen

- Tilanne 2: Vastaavasti olkoon autoilla  $X$  ja  $Y$  samat ulkonäkö ja turvallisuus. Auton  $X$  maksiminopeus on 120 km/h ja kiihtyvyys 7 s, ja auton  $Y$  kiihtyvyys on 8 s. *Päätöksentekijä on sitä mieltä, että ollakseen yhtä mieluisa kuin  $X$ ,  $Y$ :n maksiminopeuden tulee olla 130 km/h.*
- Määritellään yhtälö samoin kuin tilanteessa 1:

$$v_{tot}(X) = v_{tot}(Y)$$

$$w_1 v_1(x_1) + w_2 v_2(x_2) = w_1 v_1(y_1) + w_2 v_2(y_2)$$

$$w_1 v_1(7) + w_2 v_2(120) = w_1 v_1(8) + w_2 v_2(130)$$

$$w_1 * 1 + w_2 * 0 = w_1 0.7 + w_2 * 0.7$$

$$w_1 = \frac{7}{3} w_2$$

# Painokerrointen määrittäminen

- Tilanne 3: Samaan tapaan olkoon autoilla  $X$  ja  $Y$  samat ulkonäkö ja kiihtyvyyt. Auton  $X$  maksiminopeus on 120 km/h ja sillä on turvallisuudesta 80 p, kun taas auton  $Y$  turvallisuus on saanut 50 p. *Päätöksentekijä*: ollakseen yhtä mieluisa kuin  $X$ ,  $Y$ :n maksiminopeuden tulee taas olla 130 km/h.
- Määritellään yhtälö samoin kuin aiemmin:

$$v_{tot}(X) = v_{tot}(Y)$$

$$w_2 v_2(x_2) + w_3 v_3(x_3) = w_2 v_2(y_2) + w_3 v_3(y_3)$$

$$w_2 * 0 + w_3 * 1 = w_2 * 0.7 + w_3 * 0$$

$$w_3 = 0.7w_2$$

# Painokerrointen määrittäminen

- Saatujen kolmen lineaarisen yhtälön lisäksi tiedetään, että painokerrointen summan tulee olla 1, ja painokertoimet ovat positiivisia. Saadaan yhtälöryhmä

$$\begin{cases} w_4 = 1.4w_2 \\ w_1 = \frac{7}{3}w_2 \\ w_3 = 0.7w_2 \\ \sum_{i=1}^4 w_i = 1 \end{cases}$$

- Yhtälöryhmän ratkaisuksi saadaan  $w_1 \approx 0.43$ ,  $w_2 \approx 0.18$ ,  $w_3 \approx 0.13$  ja  $w_4 \approx 0.26$ .
- Kriteerin 1 paino on suurin. Muutos kiihtyvyydessä vaikuttaa täten eniten auton kokonaisarvoon tämän mallin perusteella.
- Painojen  $w_i$  ja vaihtoehtojen kriteerikohtaisten arvojen  $v_i(y_i)$  avulla voidaan nyt laskea vaihtoehtojen kokonaisarvot.

# Painokertoimet SWING-menetelmällä

- On olemassa myös muita menetelmiä painokerrointen määrittämiseen.
- Kriteerin SWING on sen muutos huonoimmalta tasolta parhaimmalle.  
Tässä SWING:it ovat:
  - Kiihtyvyys:  $10s \rightarrow 7s$  nolasta sataan kiihdytykseen
  - Max. nopeus:  $120 \rightarrow 150$  km/h
  - Turvallisuus:  $50 \rightarrow 80$  pistettä autolehden vertailussa
  - Ulkonäkö:  $0$  pistettä (Corolla)  $\rightarrow 5$  pistettä (Punto)
- Tärkeimmälle parannukselle annetaan 100 pistettä. Muille pistemäärät (0-100), jotka kuvaavat niiden tärkeyttä suhteessa tärkeimpään.

# Monikriteerinen päätösanalyysi

- Annetaan pisteet: Turvallisuus 100, Ulkonäkö 80, Nopeus 60 ja Kiihtyvyys 20. Pisteet normalisoidaan jakamalla ne pisteiden summalla. Saadaan painot 0.38, 0.31, 0.23, 0.08.
- Vaihtoehdoille saadaan kokonaispistemäärät painotettuna summana:
  - Punto:  $0.7 \cdot 0.08 + 0.7 \cdot 0.23 + 0.67 \cdot 0.38 + 1 \cdot 0.31 = 0.75$
  - Astra: 0.845
  - Corolla: 0.00
- Kuvitteellinen vaihtoehto, joka on parhaalla tasolla kaikilla kriteereillä saisi pistemäärän 1, vaihtoehto joka huonoimmalla tasolla kaikilla kriteereillä saisi 0:n.

# Tehtävä A: Kurssin osakokonaisuuksien monikriteerinen arviointi

- Tehtävässä rakennat Exceliä hyödyntäen additiivisen arvomallin, jolla arvioit tämän kurssin osakokonaisuuksia.
- Arviointia käytetään heikoimpien osakokonaisuuksien tunnistamiseen ja analysointiin.
- Tämän harjoituksen tuloksia käytetään kurssin parantamiseksi. Touko Väänänen erikoistyö aiheesta: [http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/evaa15\\_public.pdf](http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/evaa15_public.pdf)
- Aloita lataamalla kurssin Mycourses-sivuilta Excel-pohja tehtävälle
  - 1. välilehdellä on lista arvioitavista osakokonaisuuksista
  - 2. välilehdeltä löytyy taulukko, jota muokkaat tehtävän edetessä

## Tehtävä A: Kriteerikohtaiset pisteet

- Käy seuraavat vaiheet muiden kriteerien kuin työmäärän osalta. Aloita kriteeristä hyödyllisyys opintojen kannalta. Täytä vastauksesi Excel-taulukkoon.
  1. Tunnista kriteerin suhteen huonoin ja paras teema. Anna näille 0 ja 10 pistettä.
  2. Anna muille osakokonaisuuksille pistemäärä väliltä 0-10.
    - Annetun pistemäärän tulisi kuvata osakokonaisuuden hyvyttä suhteessa ääripäihin.
    - Pyri käyttämään asteikkoa niin, että pisteen parannus on aina yhtä arvokas. Esim.  $0 \rightarrow 1$  on yhtä arvokas parannus kuin  $5 \rightarrow 6$ . Tällöin pisteytystä ei tarvitse erikseen kuvata arvoskaalalle jollain epälineaarisella funktiolla, vaan näitä lukuja voidaan käyttää sellaisenaan.

## Tehtävä A: Työmäärän arviointi

- Arvioi eri osakokonaisuuksien kuormittavuutta asteikolla Erittäin vähän työtä 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 Erittäin paljon työtä
- Huom! Sopivin kuormittavuustaso ei välttämättä ole mitta-asteikon ääripäässä. Siksi kuvataan kuormittavuustasot arvoasteikolle.
- Kuvaus tehdään paloittain lineaarisella funktiolla mitta-asteikolta (1-9) arvoasteikolle (0-10). Ohjeita on seuraavalla kalvolla.
- Arvoasteikon tekemistä varten määritä mitta-asteikolta (1-9) sopivin / paras luku (*best*). Tämä luku kuvautuu arvoasteikon arvoksi 10.
- Tämän jälkeen kuvataan mitta-asteikon suurin (9) ja pienin (1) luku arvoasteikolle. Valitse näistä kahdesta luvusta se, joka kuvaa huonompaa tilannetta. Tämä luku (*worst*) saa arvoasteikolla arvon 0. Anna jäljelle jääneelle luvulle (*middle*) valitsemasi sen arvoa kuvaava arvo  $v$  väliltä 0-10.



- Tässä vaiheessa on määritetty arvot kolmelle mitta-asteikon luvulle: *worst*, *middle* ja *best*. Niiden arvot ovat 0,  $v$  ja 10.
- Seuraavaksi on ohjeet loppujen mitta-asteikon lukujen kuvaamiseksi arvoasteikolle.
  - Kuvaus työmäärän mitta-asteikolta arvoasteikolle on muotoa

$$f(x) = \begin{cases} a_1 + b_1x & \text{kun } x \in [worst, best] \\ a_2 + b_2x & \text{kun } x \in [best, middle] \end{cases}$$

- Tässä *worst* on huonompi ja *middle* parempi luvuista 1 ja 9.
- Ratkaise parametrien  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$  ja  $b_2$  arvot seuraavasta yhtälöryhmästä:

$$\begin{cases} a_1 + b_1 * worst = 0 \\ a_1 + b_1 * best = 10 \\ a_2 + b_2 * best = 10 \\ a_2 + b_2 * middle = v \end{cases}$$

# Tehtävä A: Kriteerien painotus SWING menetelmällä

- Kriteerin SWING tarkoittaa parannusta huonoimmalta tasolta parhaalle tasolle kyseisessä kriteerissä. (Muiden kriteerien kuin työmäärän kohdalla ei ole käytetty mitta-asteikkoja. Tällöin huonoin taso saa merkityksenä osakokonaisuuksien kautta. Mikä osakokonaisuus in saanut 0p, mikä 10p?)
1. Missä kriteerissä parhaan ja huonoimman tason välinen ero on merkittävin? Tässä kriteerissä parannus huonoimmalta tasolta parhaalle tasolle on kaikkein arvokkain. Anna tälle SWINGille 100 pistettä.

# Tehtävä A: Kriteerien painotus SWING menetelmällä

2. Minkä kriteerin SWING on toiseksi merkittävin? Anna tälle SWINGille 0-100 pistettä.
3. Jatka arviota kunnes kaikille SWINGeille on annettu pisteet.

Laske kriteereille painokertoimet. Painokerroin on kriteerin SWING-pisteet jaettuna kaikkien SWING-pisteiden summalla. Täytä painokertoimet Excel-taulukkoon.

# Tehtävä A: Osakokonaisuuksien kokonaispistemäärät ja visualisointi

- Laske osakokonaisuuksille kokonaispistemäärät eli painotettu summa niiden kriteerikohtaisista pisteistä. (Vinkki: SUMPRODUCT)
- Visualisointi
  1. Luo matriisi, jossa riveillä on kriteerit ja pystyakseleilla teemat. Nimeä rivit ja sarakkeet. Kussakin solussa on teeman kriteerikohtainen arvio kerrottuna kys. kriteerin painokertoimella. (Vinkki: \$-merkin käyttö.)
  2. Luo taulukosta 2-D Stacked column-kuvaaja, joka näyttää osakokonaisuuksien kokonaispisteet sekä havainnollistaa, mistä komponenteista kokonaispisteet koostuvat.



Liitä kuvaaja palautusdokumenttiin.

# Tehtävä A: Tulosten analysointi ja hyödyntäminen

- ✎ Mitkä ovat arviossasi kaksi huonointa teemaa? Käyttäen luomaasi kuvaajaa, tunnista missä on näiden teemojen suurimmat heikkoudet suhteessa muihin teemoihin.
- ✎ Selitä tarkemmin, mistä huonoimpien teemojen heikkoudet johtuvat. Miksi päädyit niiden kohdalla tekemiisi arvioihin?
- ✎ Keksi vähintään yksi parannusehdotus, jolla huonoimpia teemoja voisi parantaa niiden suurimpien heikkouksien osalta. Kuvaile ehdotus mahdollisimman tarkasti.
- ✎ Keksi lisäkriteeri kurssin teemojen arviointiin.
  - Lisää palautukseesi täytetty taulukko-välilehden taulukko.
- ✎ Anna vapaata palautetta koskien tätä tehtävää.



# Erilaisia painotustapoja

Laske tulokset uudelleen käyttäen seuraavia painotustapoja. (Huom! Voit esim. kopioida taulukon toiselle välilehdelle ja tehdä muutokset sinne, jottei edellisen tehtävän vastaukset häviä)

- Tasapainot: Laske tulokset käyttäen jokaisella kriteerillä samaa painokerrointa,  $1/N$ , jossa  $N$  on kriteerien lukumäärä.
- ROC-painot: Laske painot käyttäen informaatiota kriteerien tärkeysjärjestyksestä. 1. Katso tärkeysjärjestys SWING-painoista. 2. Tärkeimmän kriteerin paino on  $(1/N) * (1 + 1/2 + \dots + 1/N)$ . Toiseksi tärkeimmän on  $(1/N) * (1/2 + \dots + 1/N)$  jne.

Yleinen kaava k:nneksi tärkeimmän kriteerin painolle on  $(1/N) \sum_{i=k}^N 1/i$ .

# Erilaisia painotustapoja

- Tutki, mitä VLOOKUP ja RANK-komennot tekevät. Toteutuksessa kannattaa käyttää niitä, koska ne ovat tarpeellisia myös kotitehtävässä.
-  Liitä Stacked column-kuvaajat kokonaispisteistä, kun käytät näitä painotuksia.
-  Eroavatko tulokset alkuperäisistä? Miten?

# Kotitehtävä: Herkkyysanalyysi

- Tässä tehtävässä on tarkoitus luoda Excel-työkalu, jonka avulla voi tarkastella tulosten herkkyyttä painojen suhteen.
- Tarkista näkyykö Excelissä Developer-välilehti. Jos ei, niin:
  1. Click the File tab.
  2. Click Options.
  3. Click Customize Ribbon.
  4. Under Customize the Ribbon and under Main Tabs, select the Developer check box.
- Etsi Developer-välilehdestä Insert Form Controls, Scroll bar. Rightclick ja format control, niin voit asettaa siihen vaihteluvälin ja soluviittauksen.



# Kotitehtävä: Herkkyysanalyysi

- Luo seuraavanlainen työkalu kriteerien SWING-pisteiden (ja siten myös painokertoimien) säätämiseksi.

	0	100	SWING-pisteet
Hyödyllisyys opintojen kannalta	◀	▶	100
Hyödyllisyys työelämässä	◀	▶	73
Aiheen kiinnostavuus	◀	▶	49
Tehtävien tekemisen mukavuus	◀	▶	21
Opetusmateriaalin hyvyys	◀	▶	59

- Kytke työkalu taulukkoon, jota aiemmin käytit teemojen pistemäärien piirtämiseen. Testaa, että kuva päivittyy automaattisesti kun säädät SWING-pisteitä.
- ✎ Tutki SWING-pisteitä säätämällä, että miten suuri on kahden huonoimman teeman rankki parhaimmillaan.
- ✎ Löydätkö teemaparin A, B siten, että A on B:tä parempi kaikilla painokerroin yhdistelmillä (ts. A dominoi B:tä)?

# Kotitehtävä: Herkkyysanalyysi

- Tutki mitä VLOOKUP-toiminto tekee excelissä. Käytä VLOOKUP:ia luodaksesi lista, jossa teemat ovat pisteidensä mukaisessa järjestyksessä (ensimmäisenä suuripisteisin). Listan tulee päivittyä automaattisesti kun vaihdat painokertoimia.
- Liitä Excel-tiedostosi palautukseen.