Kvanttimekaniikka: Luento 10

Martikainen Jani-Petri

Viimeksi

- Sitontaongelma 1D
- Tunneloituminen

https://en.wikipedia.org/wiki/Hermitian_adjoint

- Adjoint=hermitian adjoint=hermitian conjugate= Hermitian transpose
- Hermitian=self-adjoint

Tänään

- Tiheysmatriisi
- Qubitin/spinin/kaksitilasysteemin fysiikkaa
- Tekninen asia: operaattorien esitys matriiseina
- Huom: luennolla 2x2 matriisin ominaistilat vilahtavat valon nopeudella…laskarit
- (Lyhyt intro kvantti-information)

Tilat ja operaattorit matriisien avulla

- Esim. kaksiulotteinen Hilbertin avaruus niin, että

$$|\psi\rangle = a_1|\phi_1\rangle + a_2|\phi_2\rangle$$

- Lasketaan vaikka liikemäärän odotusarvo

$$\langle\hat{p}\rangle = \int dx\psi^*(x)\hat{p}\psi(x)$$

$$= \int dx\left[a_1^*a_1\phi_1^*(x)\hat{p}\phi_1(x) + a_1^*a_2\phi_1^*(x)\hat{p}\phi_2(x) + a_2^*a_1\phi_2^*(x)\hat{p}\phi_1(x) + a_2^*a_2\phi_2^*(x)\hat{p}\phi_2(x)\right]$$

Tilat ja operaattorit matriisien avulla

- Kantavektorit eivät muutu. Valitaan notaatio

$$\bar{\psi} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \qquad \bar{\psi}^\dagger = (a_1^* \; a_2^*)$$

Tilat ja operaattorit matriisien avulla

- Näin voimme kirjoittaa tuloksen tiiviimmin matriisin avulla

$$\langle \hat{p} \rangle = \bar{\psi}^\dagger \mathbf{P} \bar{\psi} = \bar{\psi}^\dagger \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \bar{\psi}$$

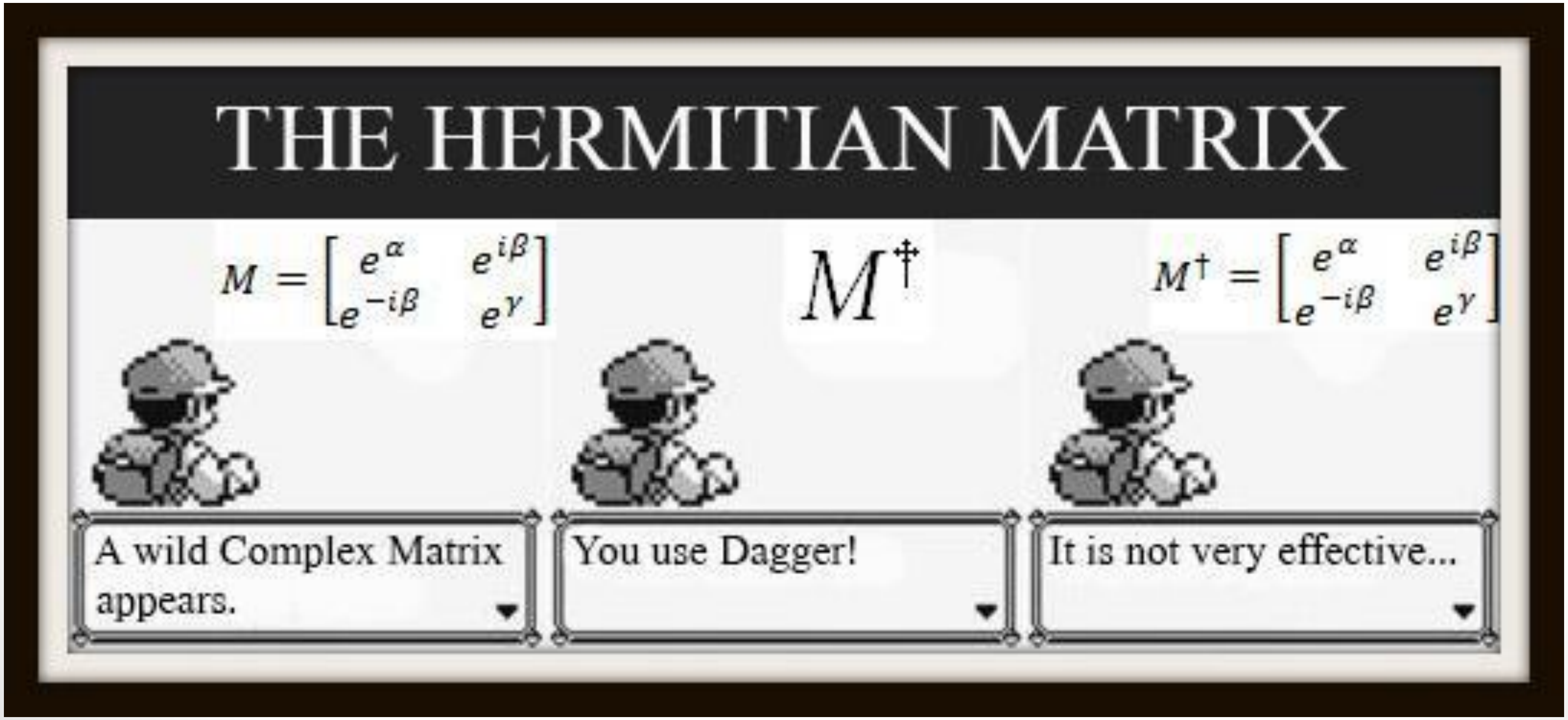
- Missä

$$p_{ij} = \int dx \phi_i^*(x) \hat{p} \phi_j(x) = -i\hbar \int dx \phi_i^*(x) \frac{\partial}{\partial x} \phi_j(x)$$

- **Laske tämä matriisi kerran …**
- **voit jatkossa laskea odotusarvoja matriisitulona**

Hermiittinen operaattori matriisina

Ei muutu, kun transpoosi +kompleksikonjugaatti



Tiheysmatriisi

- Valisemassasi kannassa voit esittää tilavektorin

$$|\psi\rangle = \sum_n a_n |\phi_n\rangle \quad \langle\psi| = \sum_n a_n^* \langle\phi_n|$$

- Jonka amplitudit voi kootaa pysty- ja vaakavektoreihin

$$\bar{\psi} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad \bar{\psi}^\dagger = (a_1^*, a_2^* \ldots)$$

Tiheysmatriisi

- Voimme sitten määritellä tätä tilaa vastaavan tiheysmatriisin (density matrix/**density operator**)

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$$

- Kutakin kanta ket ja bra-vektoreiden paria vastaa elementti matriisissa…ts.

$$\rho_{nm} = a_n^* a_m$$

- Jos tilan aikakehitys seurasi Schrödingerin yhtälöstä, tiheysmatriisin aikakehitys saadaan (ks. muualla)

$$\dot{\hat{\rho}} = \frac{1}{i\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}]$$

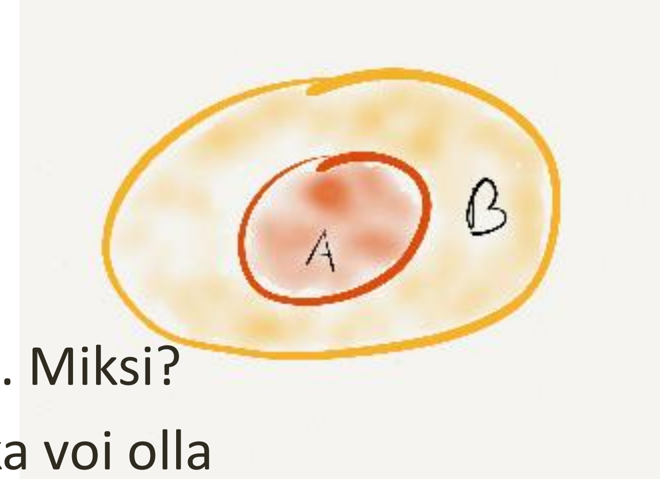
Tiheysmatriisi: ominaisuuksia

- **Todennäköisyydet summautuvat yhteen**: $Tr\hat{\rho} = 1$
- **Hermiittinen**
- **Positiivinen** ts. ominaisarvot suurempia tai yhtäsuuria kuin nolla
- Operaattorin odotusarvo: (muistiinpanot)

$$\langle \hat{A} \rangle = Tr[\hat{\rho}\hat{A}]$$

Osaa nämä!

Tiheysmatriisi



- Häh?...aikaisemmin N kpl amplitudeja, nyt N^2. Miksi?
- Hyödyllinen, kun meillä on kvanttisysteemi, joka voi olla kytkettynä toiseen systeemiin. Sanotaan A ja B.
- Mittaamme asioita vain A:ssa, eli mittaus häiritsee vain A:ssa eläviä aaltovektoreita ja jättää B:n ennalleen.
- **Redusoitu tiheysmatriisi A:ssa:** Tätä voidaan käyttää laskemaan todennäköisyyksiä observaabeleille A:ssa ilman, että kannamme mukanamme KOKO aaltofunktiota tai tiheysmatriisia.

$$\hat{\rho}_A = Tr_B \hat{\rho}$$

"Partial trace over B",
ehkä ei aikaa luennolla…katso
video MyCoursesissa

Tiheysmatriisi

- Kun $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$

$$\hat{\rho}^2 = |\psi\rangle\langle\psi||\psi\rangle\langle\psi| = |\psi\rangle\langle\psi| = \hat{\rho}$$

tila on **puhdas**. Meillä on yksikäsitteinen tilavektori, joka tuottaa tämän tiheysmatriisin. Eikö tämä ole identiteetti?

- EI aina… **redusoidun** tiheysmatriisin ei tarvitse olla puhdas… se voi olla ns. sekatila.
- Ei yksikäsitteistä aaltovektoria
- -> **Vaikka systeemi kokonaisuudessaan seuraisi Schrödingerin yhtälöä alisysteemin ei tarvitse niin tehdä**

Sekatila !!???!!

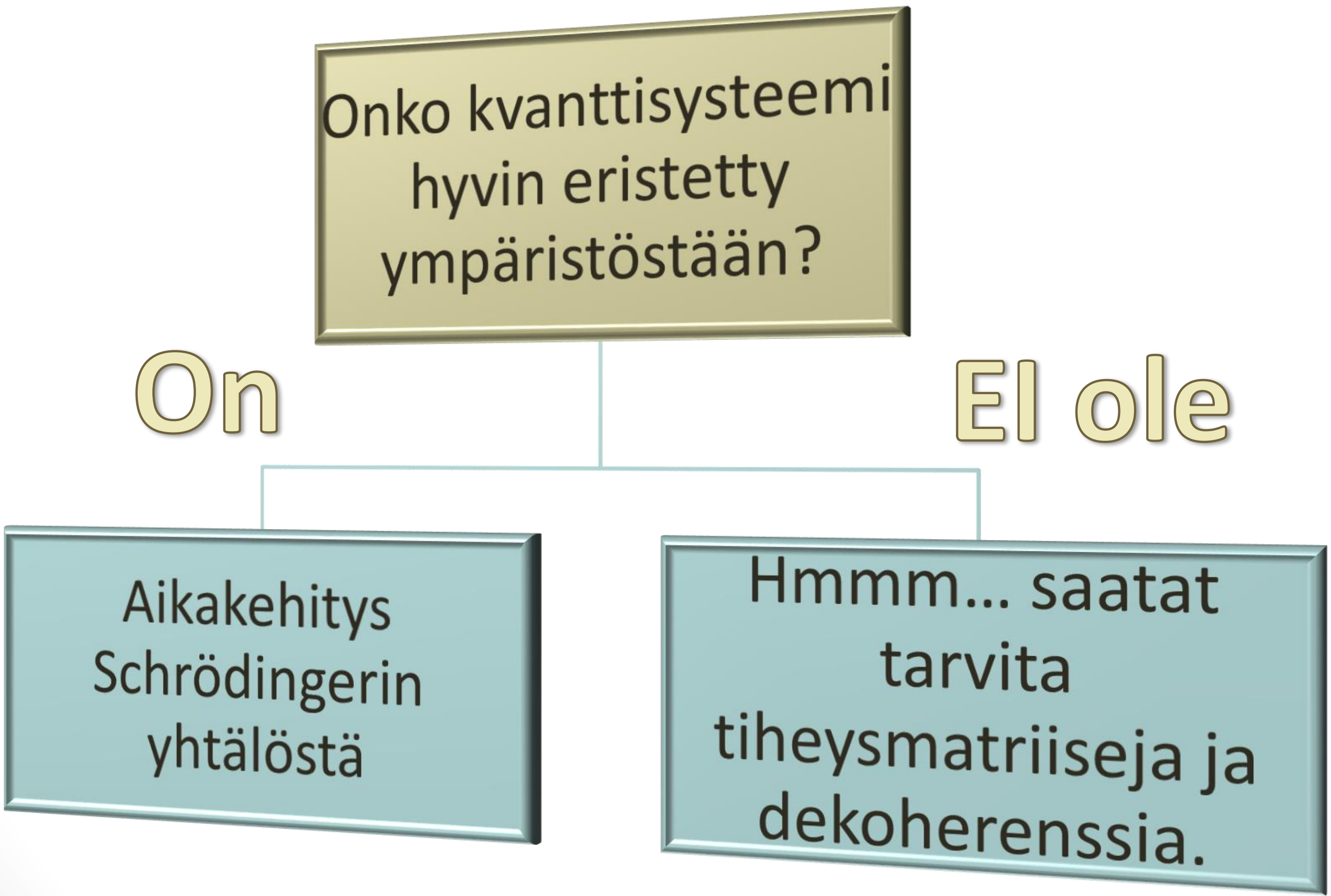
- **Ei aaltovektoria…eikä siis myöskään sen Schrödingerin yhtälöä**

Tiheysmatriisi

Tiheysmatriisi

- **Dekehorenssi seuraa tästä… korrelaatiot "vuotavat" systeemistä A systeemin A ja B välisiksi**…ja jos emme voi havaita mitä B tekee osa informaatiosta vuotaa irreversiibelisti (de facto) pois
- Hassuilla superpositioilla tendenssi kadota (Kutsumme niitä hassuiksi siksi, koska emme näe niitä yleensä?)
- Se miksi mittauspostulaatissa dynamiikka näyttää olevan erilaista kuin muualla seuraa myös tästä.
- Jos kvanttisysteemi on kytkettynä ympäristöön, sen dynamiikan käsittely vaatii enemmän työtä ja usein se formuloidaan ns. master yhtälöillä tiheysmatriisille.

Aikakehitys flowchart

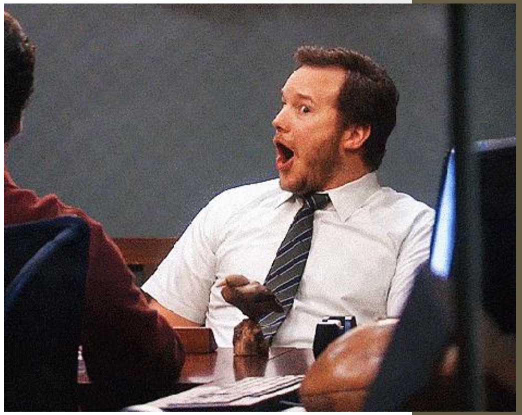


STATISTICAL PHYSICS

Quantum thermalization through entanglement in an isolated many-body system

Adam M. Kaufman, M. Eric Tai, Alexander Lukin, Matthew Rispoli, Robert Schittko, Philipp M. Preiss, Markus Greiner*

Statistical mechanics relies on the maximization of entropy in a system at thermal equilibrium. However, an isolated quantum many-body system initialized in a pure state remains pure during Schrödinger evolution, and in this sense it has static, zero entropy. We experimentally studied the emergence of statistical mechanics in a quantum state and observed the fundamental role of quantum entanglement in facilitating this emergence. Microscopy of an evolving quantum system indicates that the full quantum state remains pure, whereas thermalization occurs on a local scale. We directly measured entanglement entropy, which assumes the role of the thermal entropy in thermalization. The entanglement creates local entropy that validates the use of statistical physics for local observables. Our measurements are consistent with the eigenstate thermalization hypothesis.



Puhtaalla tilalla ei ole entropiaa…sekatilalla on (von Neumann entropy).
Koko tila voi olla puhdas, mutta entropia voi silti ilmestyä alisysteemiin!!

$$S = -Tr\rho \ln \rho$$

Greiner et al. 2016 http://science.sciencemag.org/content/353/6301/794/tab-pdf

Kontaktipintaa termodynamiikan ja avoimien kvanttisysteemien
ja lomittumisen välillä! Tosi kiehtovaa!

Qubit: kvantti-informaation peruspala

- Kaksitilasysteemi, joka “korvaa” klassisen nollan ja ykkösen
- Yksi esimerkki toteutuksesta tässä http://www.youtube.com/watch?v=zNzzGgr2mhk
- Klassisesti vain nolla tai ykkönen mahdollinen
- Kvanttimekaniikassa myös superpositiotiloja

$$|\psi\rangle = \alpha(t)|g\rangle + \beta(t)|e\rangle$$

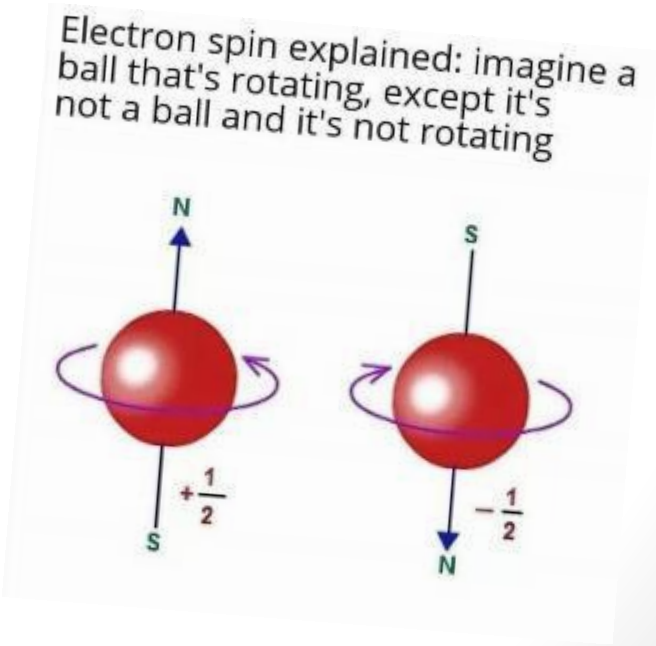
Kaksitilasysteemi?

Mikä tahansa 2-ulotteinen Hilbertin avaruus.

Jos kvanttitila on aina superpositio kahdesta tilasta.

Kaksitilamalli: miksi?

- Spin-1/2, qubit
- Atomifysiikan tärkeitä efektejä (Rabi flopping)
- Atomien kytkentä sähkömagneettiseen kenttään
- “Tight binding models” idea (materiaalifysiikassa)



2-tila malli: teoreettinen kuvaus

- Kaksi tilaa $|g\rangle$ ja $|e\rangle$
- Kvanttitila pysyy tässä 2D Hilbertin avaruudessa eli kaikki tilat muotoa

$$|\psi\rangle = a|g\rangle + b|e\rangle$$

- Joka voidaan esittää keräämällä amplitudit vektoriin…

$$\bar{\psi} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

- Hamiltonin operaattori (?? Taululla)

$$\hat{H} = E_g|g\rangle\langle g| + E_e|e\rangle\langle e| + \hbar\Omega|e\rangle\langle g| + \hbar\Omega^*|g\rangle\langle e|$$

Teoreettinen kuvaus

- Voimme siis esittää Hamiltonin operaattorin matriisina...

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_g & \hbar\Omega \\ \hbar\Omega^* & E_e \end{pmatrix}$$

Laskareissa!

Itse asiassa millä tahansa 2 ulotteisen Hilbertin avaruuden hermiittisellä operaattorilla on tämä rakenne!

Spin-1/2 hiukkanen…sama lasku!

Pauli goes crazy

- Magneettinen momentti (elektronilla $g \approx 2$)

$$\bar{\mu} = -g\mu_B \frac{\bar{S}}{\hbar}, \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

- Missä sisäinen (spin) kulmaliikemäärä operaattori on

$$\bar{S} = \frac{\hbar}{2}(\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$$

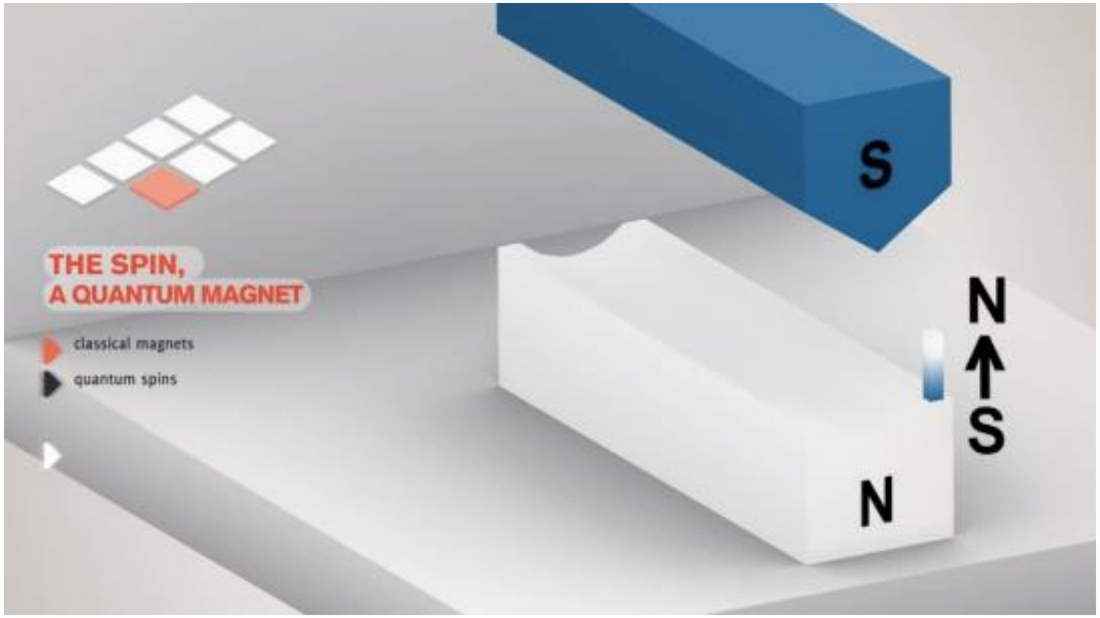
- ja σ:t ovat Paulin spin-matriiseja

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

- Kommutaatiorelaatiot samanlaisia kuin L:lle laskareissa (tarkista)

Spin-1/2 mittaukset

- Taululla/muistiinpanoissa…aikaisempi kvalitatiivinen keskustelu eksaktisti
- Stern-Gerlach: https://en.wikipedia.org/wiki/Stern%E2%80%93Gerlach_experiment



Spin-1/2 hiukkanen

- **Voit esittää minkä tahansa hermiittisen 2x2 matriisin identiteettimatriisin ja Paulin matriisien avulla**
- Vuorovaikutus magneettikentän kanssa

$$H_{SB} = -\bar{\mu} \cdot \bar{B} = vakio \times (B_x \hat{\sigma}_x + B_x \hat{\sigma}_y + B_z \hat{\sigma}_z)$$

- Valitse kertoimet sopivasti ja saat esim.

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_g & \hbar\Omega \\ \hbar\Omega^* & E_e \end{pmatrix}$$

- lausuttua spin-matriisien avulla.
- **Matematiikka on samanlaista kaikille 2-tila systeemeille!**

Teoreettinen kuvaus: missä olimmekaan?

- Voimme siis esittää

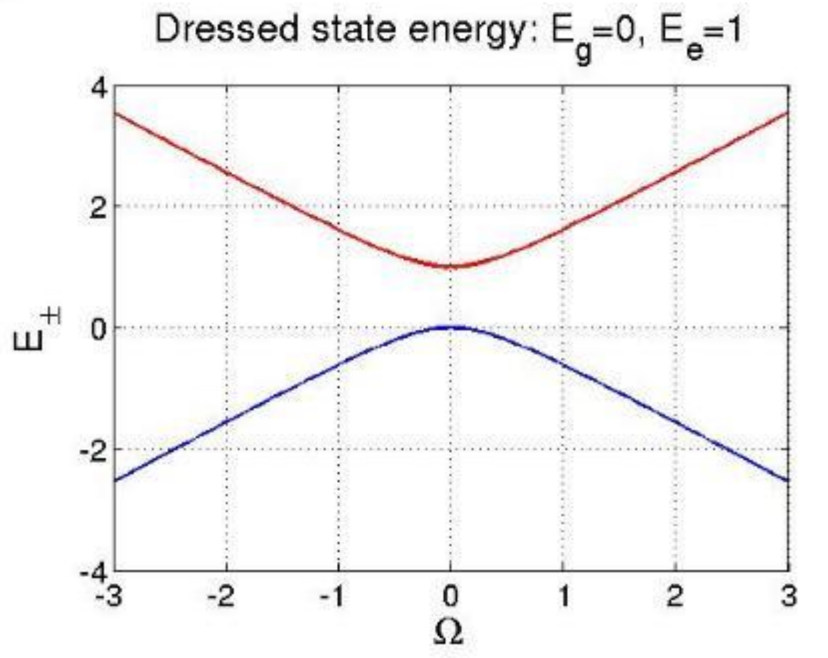
$$\hat{H} = \left(\begin{array}{cc} E_g & \hbar\Omega \\ \hbar\Omega^* & E_e \end{array} \right)$$

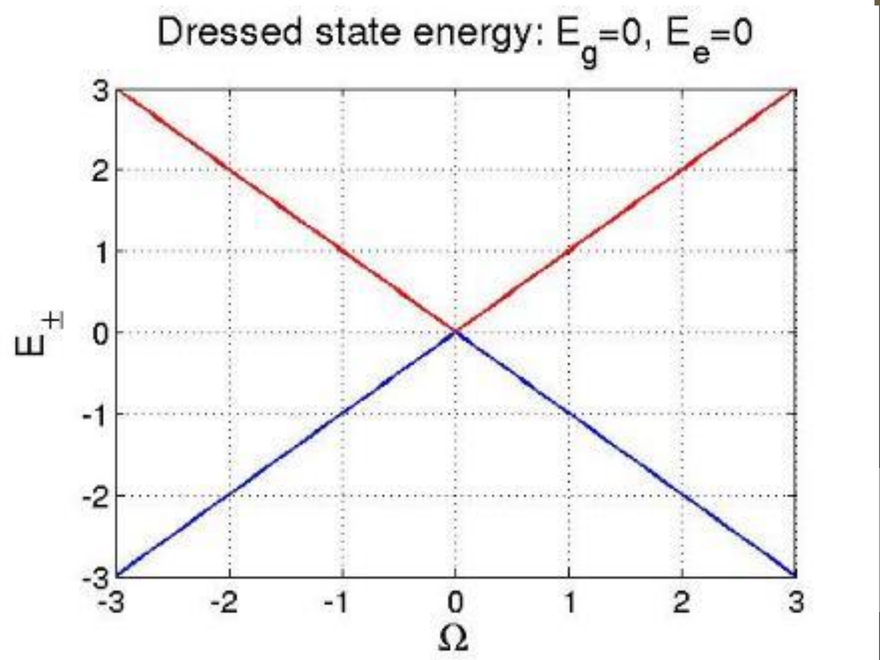
- Stationääriset tilat eli H:n ominaistilat?
- Taululla…ehkä ei aikaa…we will see…

Kaksitilamalli: ominaisarvot

- Eli näin saimme energian ominaisarvot

$$E_{\pm} = \frac{E_g + E_e}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{E_e - E_g}{2}\right)^2 + \hbar^2|\Omega|^2}$$





Ominaistilat?Taululla…ehkä

Kaksitilamalli: ominaistilat

- Aloitetaan vaikka ylemmästä tilasta: ominaistilalle pätee

$$\hat{H}\bar{\psi}_+ = E_+\bar{\psi}_+ = E_+ \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

- Eli

$$(E_g - E_+)a + \hbar\Omega b = 0$$

$$\hbar\Omega^* a + (E_e - E_+)b = 0$$

- Sanotaan $a = -\sin\theta \text{ ja } b = \cos\theta e^{i\phi}$
- Kun $\Omega = |\Omega| e^{-i\phi}$
- Siis valitaan alemman tilan amplitudi reaaliseksi

$$\Rightarrow \bar{\psi}_+ = |+\rangle = -\sin\theta|g\rangle + \cos\theta e^{i\phi}|e\rangle$$

$$\tan\theta = \frac{E_e - E_+}{\hbar|\Omega|}$$

Määriteltiin näin vain lopputuloksen notaation selkeyden vuoksi. Laske laskareissa niin kuin hyvältä tuntuu.

Kaksitilamalli: ominaistilat

- Vastaavasti saamme pyöriteltyä

$$\Rightarrow \bar{\psi}_- = |-\rangle = \cos\theta|g\rangle + \sin\theta e^{i\phi}|e\rangle$$

- Algebra voi vaatia vähän pyörittelyä, mutta lopputuloksen järkevyys on helppo tarkistaa parilla numeerisella esimerkillä
- Näitä ominaistiloja kutsutaan termillä "**dressed states**"
- …kytkentä ulkoiseen kenttään Omega on "pukenut" tilat ja niiden energiat ovat nyt jotain muuta kuin ilman kytkentää
- Huom: voitte nyt myös esittää e ja g tilat + ja – tilojen avulla ylläolevia superpositioita käyttäen.

Huom: ratkaisut voi aina kertoa yhdellä vaihetekijällä eikä se muuta mitään…eli molemmat ominaistilat kerrottuna vaikka miinus ykkösellä olisi ok.

Kaksitilamalli: eksakti diagonalisointi

- Tätä prosessia, jossa ratkaisimme ominaistilat kutsutaan **eksaktiksi diagonalisoinniksi**
- Jos sen pystyy tekemään, kvanttimekaaninen ongelma on käytännössä ratkaistu.
- Yleensä tehtävissä vain pienille systeemeille mikäli hiukkaset vuorovaikuttavat

Kaksitilamalli: aikakehitys

- Tapa 1 (laskarien extra tehtävävä?):

$$\bar{\psi}(t) = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = e^{-it\hat{H}/\hbar} \begin{pmatrix} a(0) \\ b(0) \end{pmatrix}$$

- Tapa 2 : tavanomaisempi. Kehitä alkutila superpositiona ominaistiloista

$$|\psi(0)\rangle = \sum_n c_n |\psi_n\rangle$$

…josta

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n e^{-iE_n t/\hbar} |\psi_n\rangle$$

Kaksitilamalli: aikakehitys

- Esimerkki: alussa perustilassa, oletetaan Omega reaaliseksi. Esitä alkutila ominaistilojen kannassa…tarkoittaa…

$$c_- \cos\theta - c_+ \sin\theta = 1$$

$$c_- \sin\theta + c_+ \cos\theta = 0$$

- Siispä $c_- = \cos\theta$ ja $c_+ = -\sin\theta$
- Ja aikakehitykseksi saadaan

$$|\psi(t)\rangle = c_{-1} e^{-iE_- t/\hbar} |-\rangle + c_+ e^{-iE_+ t/\hbar} |+\rangle$$

Käytimme siis aiempia:

$$\Rightarrow \bar{\psi}_- = |-\rangle = \cos\theta |g\rangle + \sin\theta e^{i\phi} |e\rangle$$

$$\Rightarrow \bar{\psi}_+ = |+\rangle = -\sin\theta |g\rangle + \cos\theta e^{i\phi} |e\rangle$$

Kaksitilamalli: aikakehitys

- Esim. Voimme laskea todennäköisyyden olla tilalla $|e\rangle$ (?)

$$P_e(t) = |\langle e|\psi(t)\rangle|^2$$

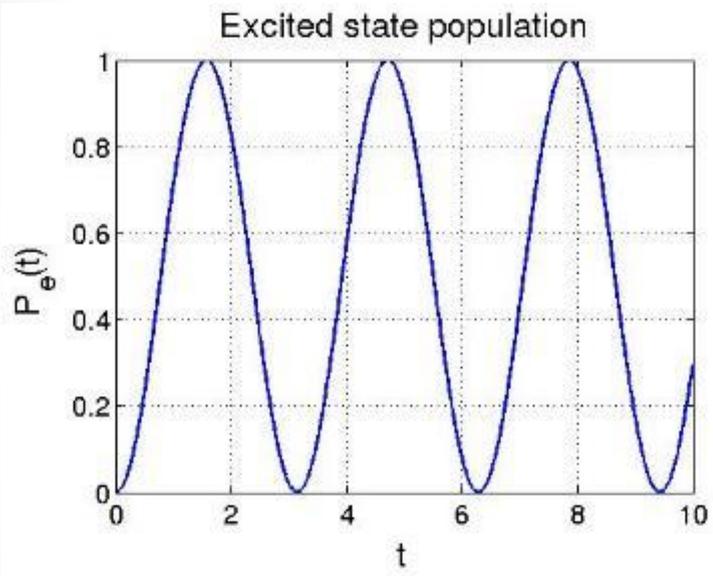
$$P_e(t) = |\sin\theta\cos\theta(e^{-iE_-t/\hbar} - e^{-iE_+t/\hbar})|^2$$

Esim: $E_e = E_g = 0 \rightarrow \theta = -\pi/4$

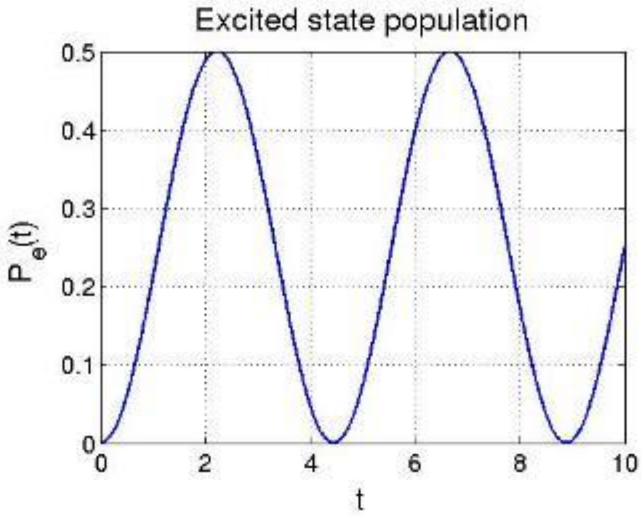
$$\Rightarrow P_e(t) = \frac{1-\cos 2\Omega t}{2}$$

Kaksitilamalli: aikakehitys

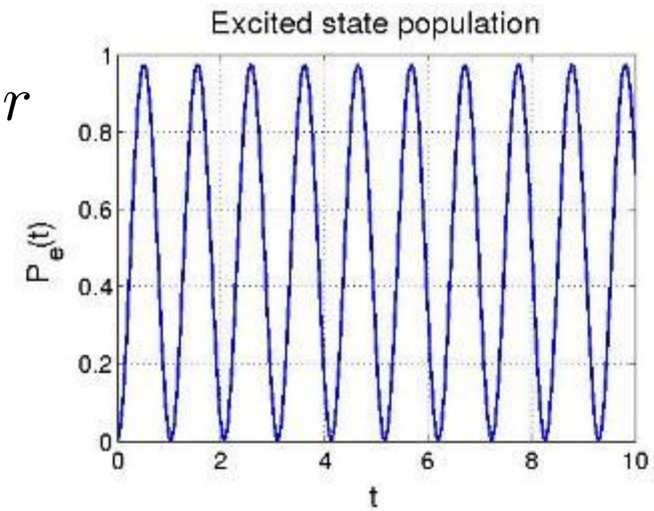
$$E_e = E_g = 0 \text{ ja } \Omega = 1$$



$$E_e = 1 \text{ ja } \Omega = smallish$$

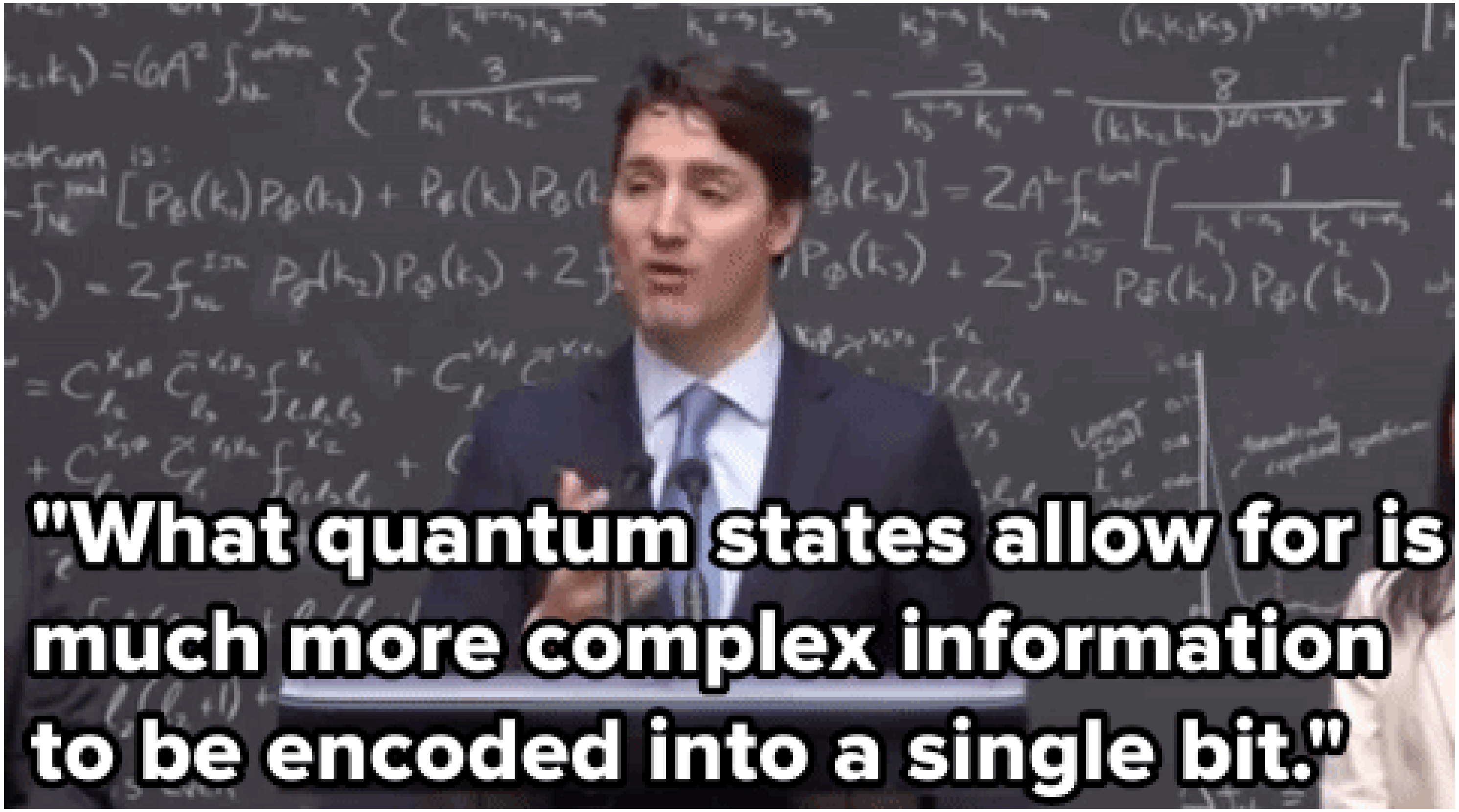


$$E_e = 1 \text{ ja } \Omega = larger$$



"Rabi flopping"

Kvantti-informaatio: whirlwind tour



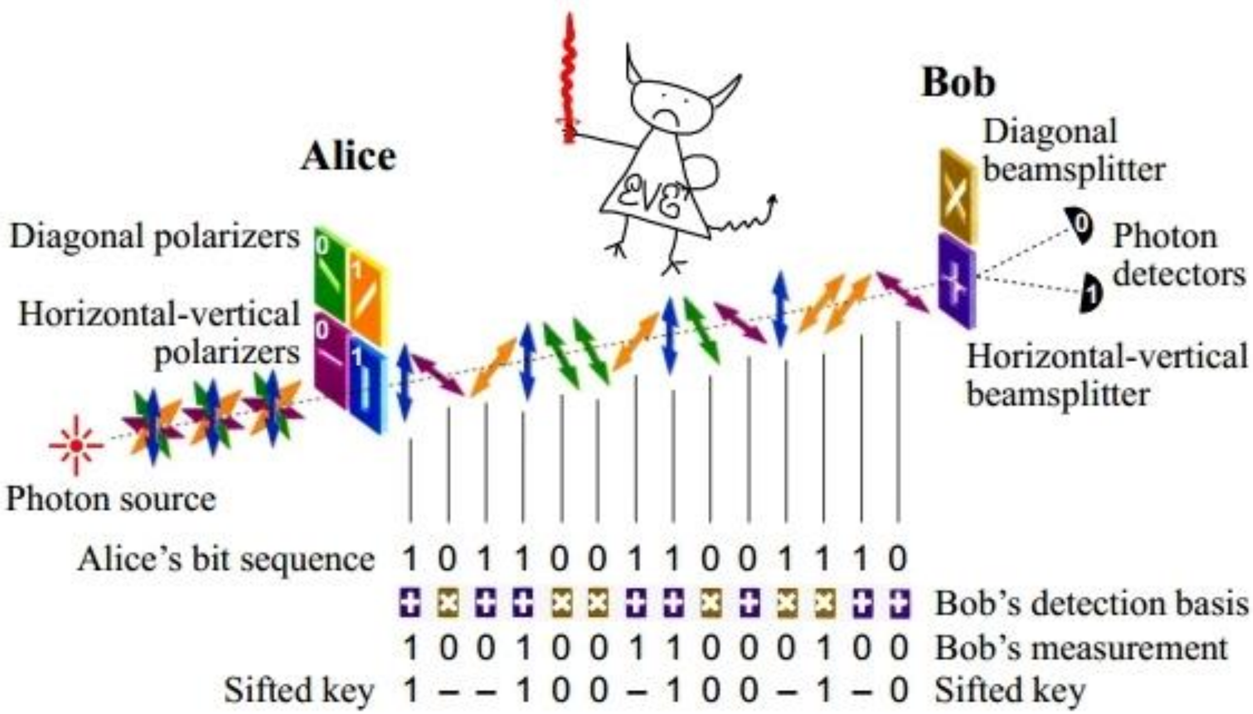
No…ei nyt ihan noinkaan.

Hyvä yritys kuitenkin.


2020-2030
Quantum supremacy is experimentally demonstrated
Sensor applications for health care, geosurvey and large volume security applications such as the automotive and construction industries
Simulation tools for material and chemical design, quantum magnetism and electricity
Intercity quantum links and quantum networks between distant cities
Quantum credit cards
QCARD
Solving chemistry and materials science problems with a custom quantum computer
2035
Quantum sensors integrated with handheld quantum navigation devices and consumer applications such as mobile devices
Simulators of quantum dynamics and chemical mechanisms to support drug design
Quantum internet that merges quantum and classical communication for secure internet transactions
UNIVERSAL QUANTUM COMPUTER
QuEx

Kvantti-informaatio: kryptografia

Quantum key distribution: kuinka jaat takuuvarmasti salausavaimen? Tiedät, jos joku kuunteli välissä!

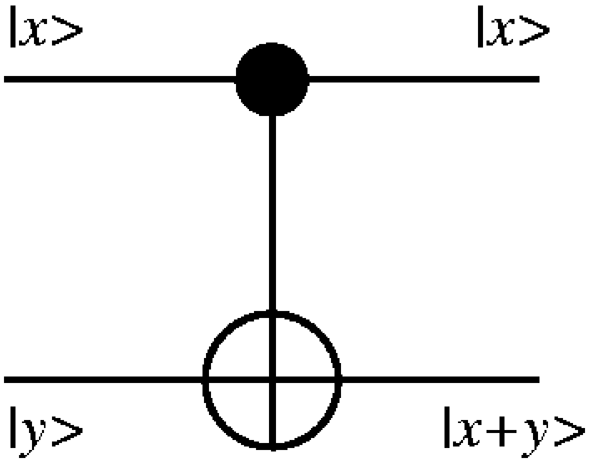


Joitain yrityksiä kaupallistaa tätä
Esim. https://www.idquantique.com/

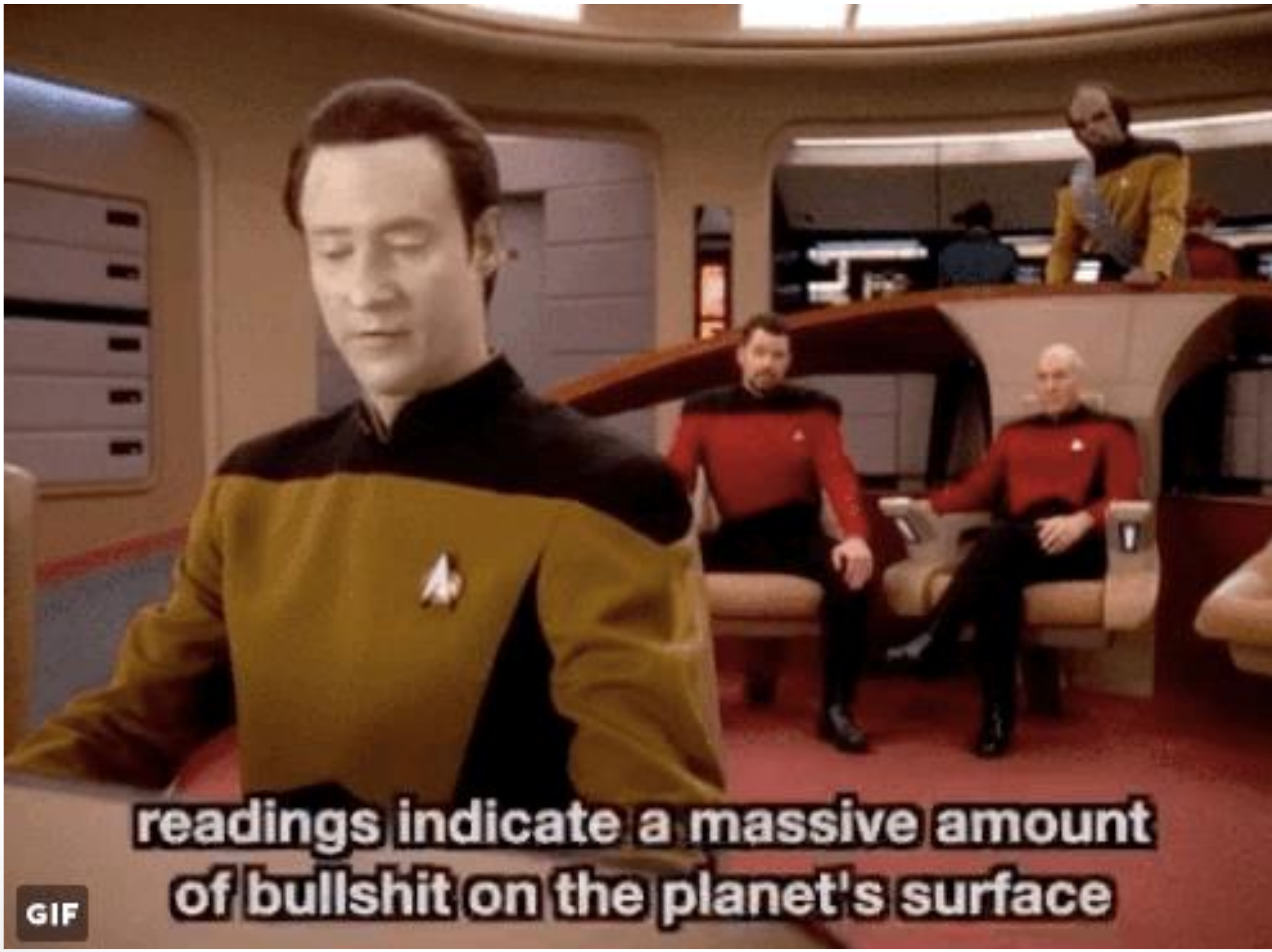
Kvanttitietokoneet

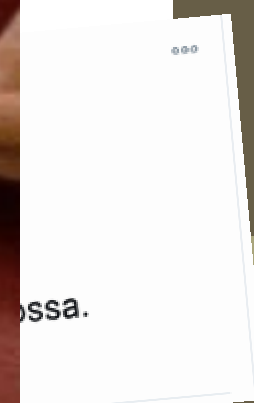
- Universaali tietokone yhden qubitin porteista+esim. CNOT portista kahden qubitin välillä. (Tarvitset siis jonkin verran monen kappeleen kvanttimekaniikkaa…ei tällä kurssilla)
- Reversiibelit portit, koska puhtaiden tilojen aikakehitys reversiibeliä!

CNOT-portti



Kvantti-informaatio: kvanttitietokoneet





Kvantti-informaatio: kvanttitietokoneet

Kvanttitietokoneet

- Voi nopeuttaa hakua tietokannasta (esim. Grover algoritmi)

$$\mathcal{O}(\sqrt{N}) \quad \text{vs.} \quad \mathcal{O}(N) \quad \text{evaluaatiota}$$

- Lukujen faktorointi alkuluku tekijöihinsä. Epäillään, että tämä on eksponentiaalisen vaikeaa klassisesti
- Shorin algoritmi kvanttitietokoneessa eri monimutkaisuusluokassa
- Riko RSA salaus!

Lisää: https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_algorithm

Kvanttitietokoneet

Eivät ole kaikessa parempia!

Kvanttitietokoneet

- Tarvitsemme ehkä n. 1000 qubitin kvanttitietokoneen faktoroimaan kiinnostavia lukuja…
- Status: n. 5 qubittia 15=3x5

Shor's algorithm is implemented using five trapped ions

Mar 4, 2016 2 comments

Quantum factor: the Paul trap used by Monz and colleagues

REPORT

Realization of a scalable Shor algorithm

Thomas Monz[1,*], Daniel Nigg[1], Esteban A. Martinez[1], Matthias F. Brandl[1], Philipp Schindler[1], Richard Rines[2], Shannon X. W...

+ See all authors and affiliations

Science 04 Mar 2016:
Vol. 351, Issue 6277, pp. 1068-1070
DOI: 10.1126/science.aad9480

Kvanttitietokoneet: quantum supremacy

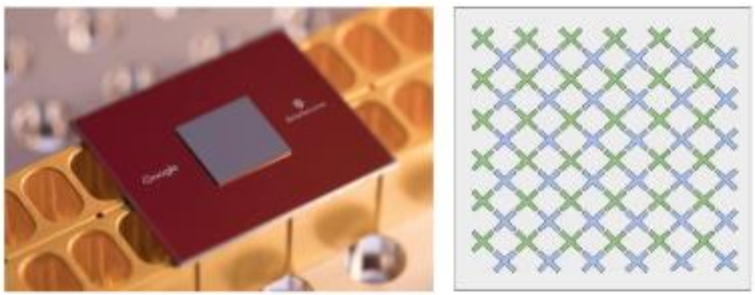
- Siirellään maalitolppia vähän: kvanttitietokone, joka ratkaisee **jonkun** ongelman nopeammin kuin mihin pystymme tavallisella tietokoneella
- Monen hiukkasen kvanttimekaniikka vaikeaa…tee kvanttitietokone joka ratkaisee sen!

IBM Raises the Bar with a 50-Qubit Quantum Computer

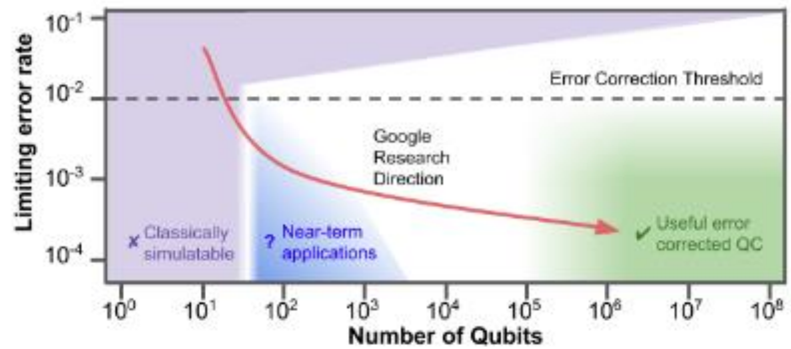
Marraskuu 2017

Kvanttitietokoneet: quantum supremacy

- Google: 2018 72 qubits…hope for supremacy



Bristlecone is Google's newest quantum processor (left). On the right is a cartoon of the device: each "X" represents a qubit, with nearest neighbor connectivity.



2D conceptual chart showing the relationship between error rate and number of qubits. The intended research direction of the Quantum AI Lab is shown in red, where we hope to access near-term applications on the road to building an error corrected quantum computer.

Scifi Vision

GOOGLE, ALIBABA SPAR OVER TIMELINE FOR 'QUANTUM SUPREMACY'

Except that classical machines just did what Google believed impossible… need more and maybe better qubits?

Kvanttitietokoneet: quantum supremacy

Quantamagazine | Physics | Mathematics | Biology | Computer Science | All Articles

ABSTRACTIONS BLOG

Google and IBM Clash Over Milestone Quantum Computing Experiment

21

Today Google announced that it achieved "quantum supremacy." Its chief quantum computing rival, IBM, said it hasn't. The disagreement hinges on what the term really means.

24.10.2019

Kvanttitietokoneet: vihollinen

- Miten pidät tilasi puhtaina?
- Miten lomittuminen pysyy VAIN qubittiesi kesken eikä vuoda muualle?
- Tulee nopeasti vaikeammaksi, kun qubittien määrä kasvaa

2-qubits

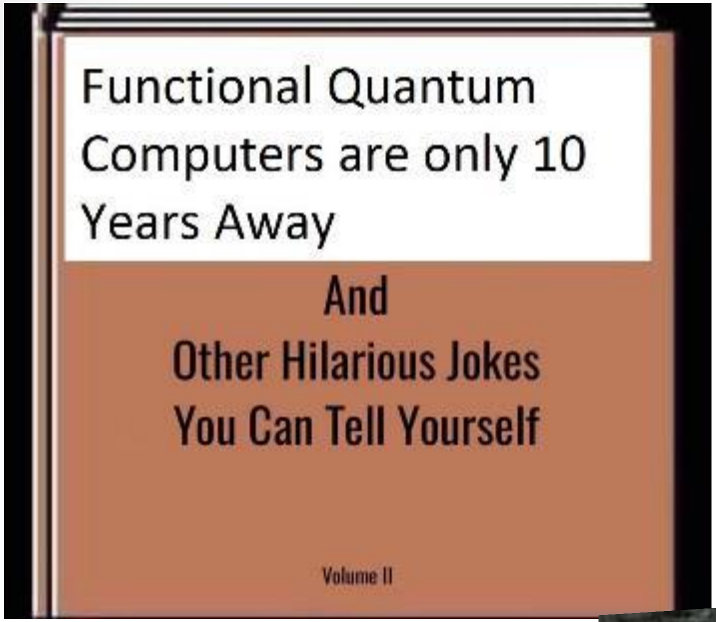
Kvanttitietokoneet: quantum supremacy…varoitus

- **Qubitit eivät ole samanarvoisia**
- Toiset siteeraavat suuria qubit määriä, mutta ne ovat hyvin alttiita dekoherenssille…lue pienellä kirjoitettu teksti!
- **Tarvitset virheen korjausta**. Mitä huonommat qubitit sitä enemmän niitä tarvitaan.
- Kynnysarvo siedettävälle virhemäärälle? Kuinka skaalautuu? Who knows.
- Supertietokoneella voidaan nyt simuloida about 56 qubittia raa'alla voimalla
- Quantum supremacy vaatii ainakin tuon verran puhtaita qubitteja?

Kvanttitietokoneet: quantum supremacy…ssshhhh

- Onko jonkun suuren yhteiskunnallisen ongelman ratkaisu riippuvainen kyvystämme ratkaista monen kappaleen kvanttimekaaninen ongelma?
- Voisivatko olennaisimmat pullonkaulat olla muualla?

- Tosi kiinnostavaa perustutkimusta ja kehittää teknologiaa pidemmälle.
- Joskus holtitonta hypetystä suurelle yleisölle puhuttaessa ☹


Functional Quantum Computers are only 10 Years Away
And
Other Hilarious Jokes
You Can Tell Yourself
Volume II


Me
Investors
Near-term uses of Quantum Computers

Kysymyksiä

Materiaalia

- Linkkien takaa on tarkemmin tietoa etenkin kvantti-informaatioteemasta. Linkit lähinnä wikipediaan.
- 2-tila systeemistä esim. Griffiths luku 9 (s. 341)
- Paulin spin-matriisit myös Liboff luku 11.6 ja Liboffissa 2-tila systeemin dynamiikkaa on laskettu magneettikentän ja spinin kontekstissa luvussa 11.9
- MIT OCW: https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-05-quantum-physics-ii-fall-2013/lecture-notes/MIT8_05F13_Chap_07.pdf
- Melko laajat ja selkeät muistiinpanot kvanttimekaniikasta. 2-tila mallista sivuilla 27-31 http://www-hep.colorado.edu/~degrand/contents.pdf
- Rabi flopping: https://en.wikipedia.org/wiki/Rabi_cycle

Extraa tämän jälkeen…tuskin aikaa

Optinen dipoliloukku

- Yksi tapa lähestyä asiaa: 2 elektronin tilaa kytkettynä laserin avulla

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & \hbar\Omega \\ \hbar\Omega^* & \delta \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow E_- = \frac{\delta}{2} - \sqrt{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 + \hbar^2|\Omega|^2}$$

- Kun $\delta \gg \hbar\Omega$

$$E_- = \Delta E_g = -\frac{(\hbar\Omega)^2}{\delta}$$

- Jolloin myös e-tilan populaatio on hyvin pieni

$$P_e = (\hbar\Omega/2\delta)^2$$

Optinen dipoliloukku

- Mistä kytkentä atomin tilojen välille? Esim: laserin sähkökenttä

$$H_I = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}$$

- Missä esiintyy elektronin dipolimomentti operaattori
- Esim. x-suunnassa kahden tilan välillä (…jne. muihin suuntiin)

$$\hat{d}_{x,nm} = \langle \psi_n | ex | \psi_m \rangle$$

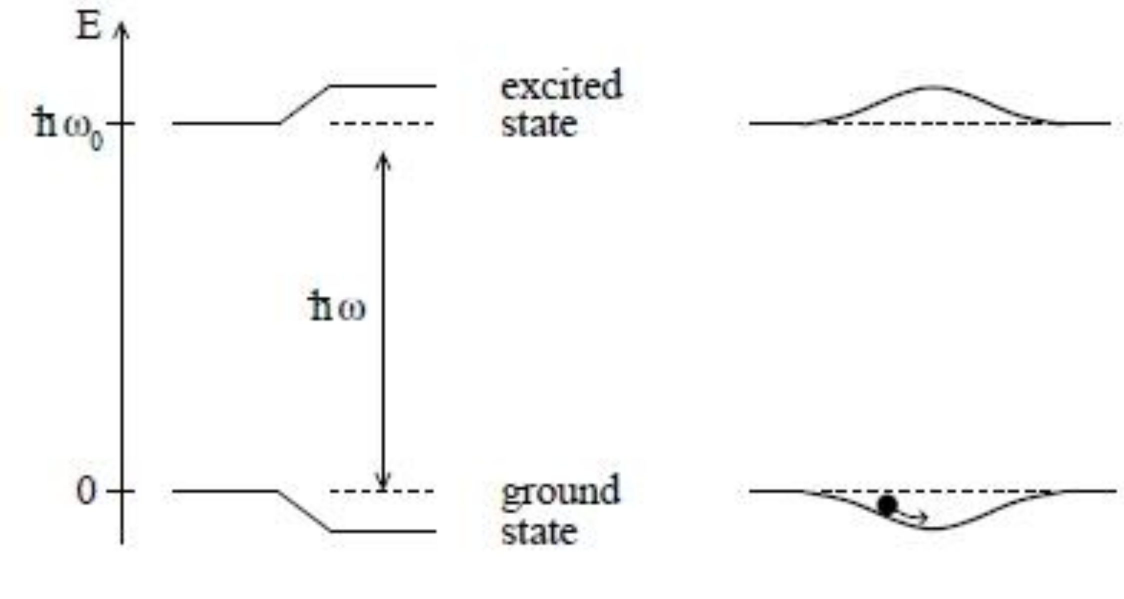
- Kenttä x-akselin suuntainen…

$$\hbar\Omega = e\langle e|x|g\rangle E$$

- Energian siirtymä (Stark shift/light shift) on siis verrannollinen intensiteettiin!

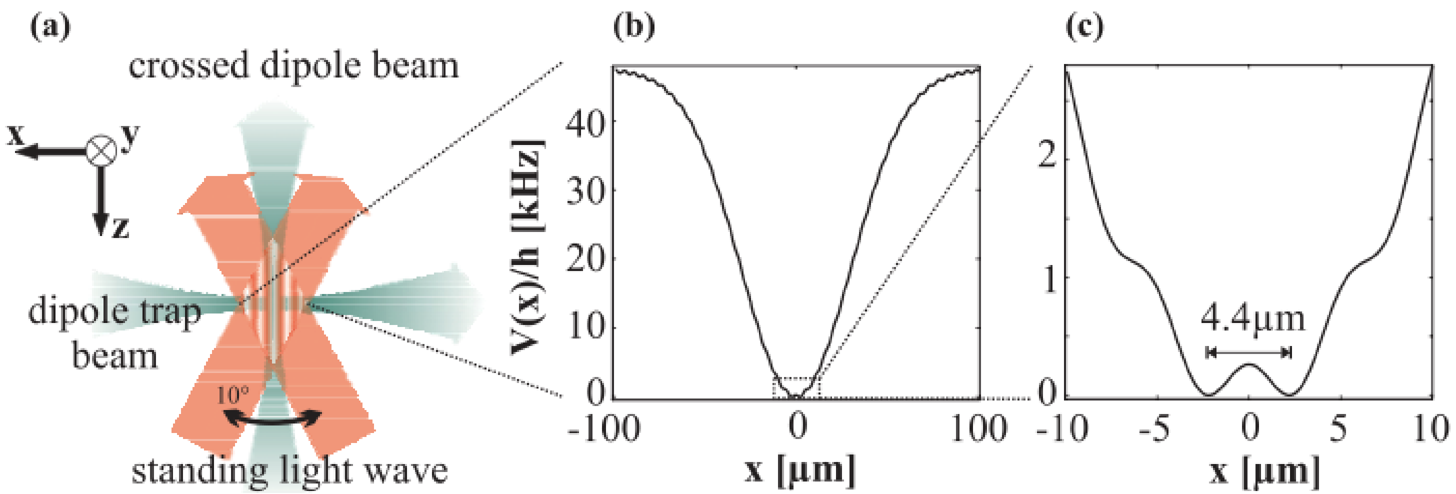
Optinen dipoliloukku

- Lasersäteen intensiteetti riippuu paikasta
- Perustilan energia siis myös riippuu paikasta
- Minimoituu siellä missä intensiteetti suurin→ loukku!



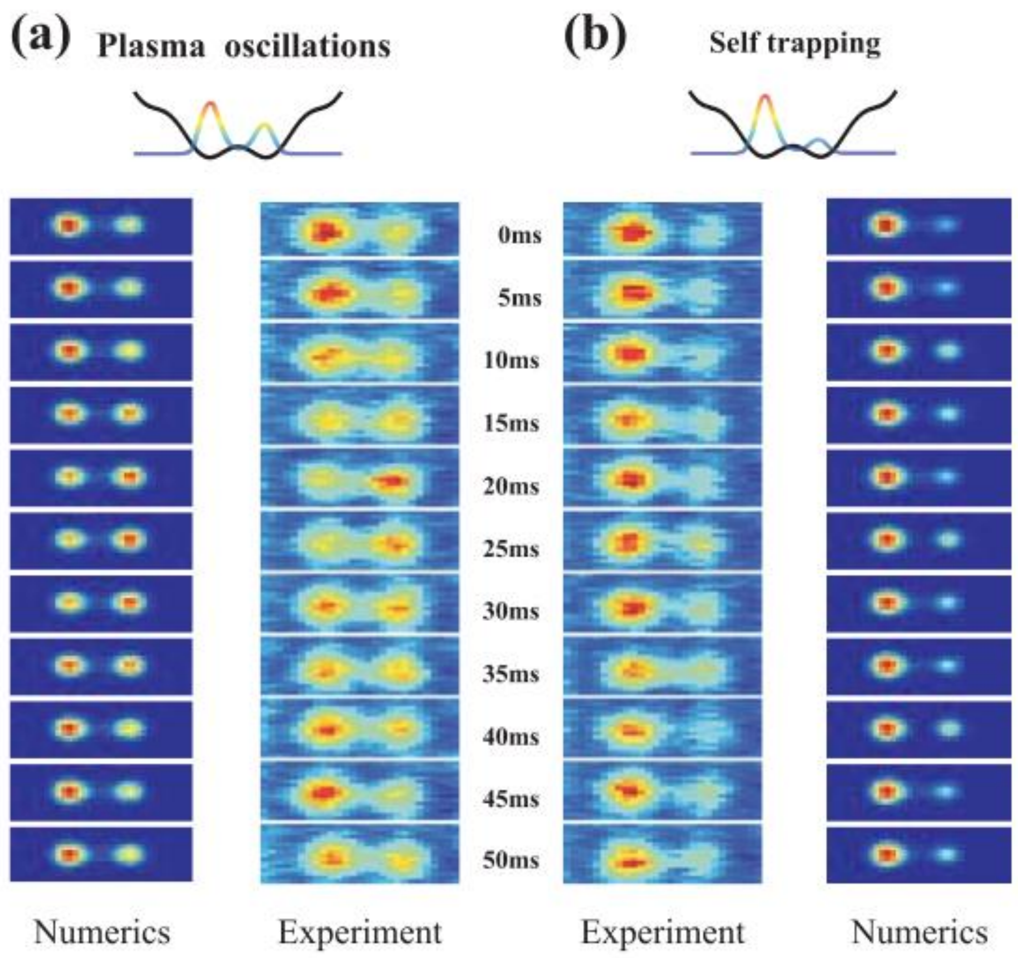
Optiset pinsetit/Optical tweezers on oikeastaan sama asia!

Optinen dipoliloukku: in action
(Gati PhD from Heidelberg)



Optinen dipoliloukku: in action

(Gati PhD from Heidelberg)



Optinen dipoliloukku ?

Optinen dipoliloukku: "klassinen tapa"

- Atomi laser-kentässä: sähkökenttä indusoi atomiin dipolimomentin d, joka oskilloi laserin taajuudella
- Polarisaatio (polarizability) α

$$|d| = \alpha |E|$$

- Vuorovaikutus

$$U_{dip} = -\frac{1}{2}\langle dE \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} Re\alpha I$$

- Missä intensiteetti $I = 2\epsilon_0 c|\mathbf{E}|^2$

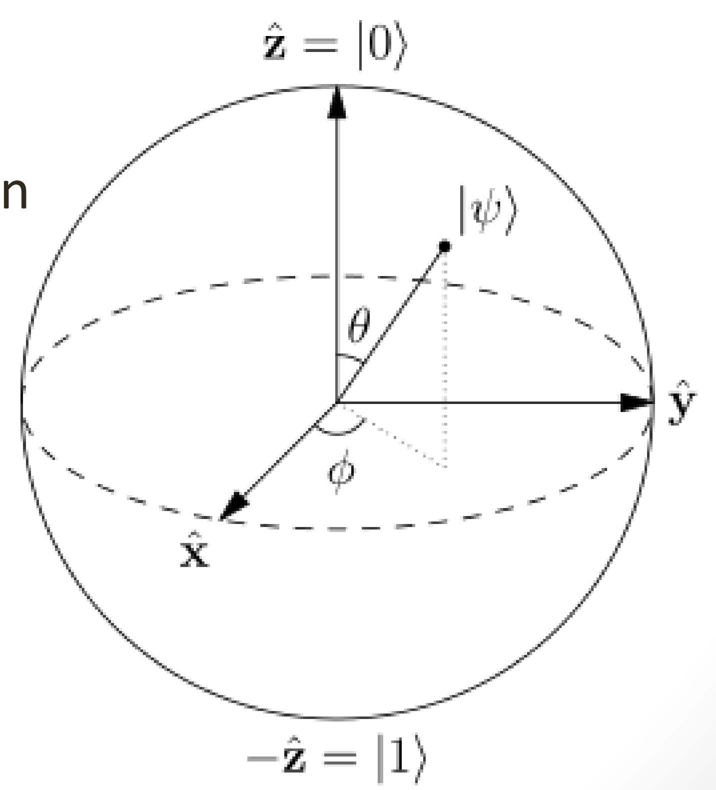
Blochin pallo/Bloch sphere

- Voit muuten esittää kaksitilasysteemin tilan kahden kulman avulla pallon pinnalla

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + (\cos\phi + i\sin\phi)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle$$

- Miksi 2 eikä 4 muuten?
- Dynamiikka on sitten tuon vektorin

kärjen liikkumista pallon pinnalla



http://demonstrations.wolfram.com/QubitsOnThePoincareBlochSphere/