

**PHYS-C0210 Kvanttimekaniikka**  
**Laskuharjoitus 4, viikko 47**

1. Rakennetaan edellisen viikon (Laskuharjoitus 3) tehtävän 3 tulosten pohjalle.

a) (Tehtävästä 3.3) Tarkastellaan  $m$ -massaista hiukkasta äärettömässä yksiulotteisessa potentiaaliukuopassa (kuopan leveys  $a$ ). Hetkellä  $t = 0$  hiukkasen tilafunktio on

$$\Psi(x, t = 0) = C [\psi_1(x) + e^{-i\phi} \psi_2(x)],$$

missä  $\psi_i(x)$  on Hamiltonin operaattorin (normitettu) ominaistila. Laske paikan odotusarvon aikariippuvuus eli  $\langle x(t) \rangle$ . Mikä on  $\langle x \rangle$ :n oskillaation kulmataajuus ja amplitudi?

b) Laske energian odotusarvo  $E(t) = \langle \Psi(t) | H | \Psi \rangle$ . (Ks. edellisen viikon laskuharjoitus ja muista Diracin notaatio.)

2. Koska tämä saattoi jäädä monelle epäselväksi, laske vielä, että harmoniselle oskillaattorille

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2 = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1/2). \quad (1)$$

3. Laske  $\Delta x^2 \Delta p^2$  harmonisen oskillaattorin ominaistiloille? Onko epämääräisyysperiaate voimassa? (Vihje: käytä luomis- ja hävitysoperaattoreita ja niiden ominaisuuksia operaattoreissa ominaistiloihin hyväksesi. Muista myös, että varianssilla tarkoitettiin  $\Delta O^2 = \langle \hat{O}^2 \rangle - \langle \hat{O} \rangle^2$ .)

4. Hiukkanen on harmonisen oskillaattorin (kulmataajuus  $\omega$ ) perustilassa. Potentiaalın kulmataajuus kasvaa äkisti arvoon  $2\omega$ . Muutos tapahtuu niin nopeasti, että aaltofunktio ei ehdi muuttua. Millä todennäköisyydellä energianmittaus antaa arvon  $\hbar\omega/2$ ? Entä millä todennäköisyydellä saamme tuloksen  $\hbar\omega$ ?

5. Harmoninen oskillaattori on hetkellä  $t = 0$  tilassa

$$\Psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_0(x) - e^{i\alpha} \varphi_2(x)],$$

missä  $\varphi_0(x)$  ja  $\varphi_2(x)$  ovat harmonisen oskillaattorin perustila ja toinen viritystila. Laske  $\Psi(x, t)$ , paikan odotusarvo  $\langle x \rangle$  ja  $\langle x^2 \rangle$  ajan hetkellä  $t > 0$ . (Kannattaa soveltaa luomis- ja hävitysoperaattoreita yhdessä Diracin notaation kanssa.) Riippuuko tulos vaiheesta  $\alpha$ ?

Palautetaan seuraavan viikon perjantaihin mennessä MyCoursesissa olevaan laatikkoon yhtenä pdf-tiedostona.