

2B Odotusarvot

Tuntitehtävät

2B1 (Potenssin odotusarvo.) Oletetaan, että satunnaismuuttujan X jakaumalla on tiheysfunktio

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

Olkoon n jokin positiivinen kokonaisluku.

- Määritä satunnaismuuttujan X^n kertymäfunktio ja tiheysfunktio.
- Laske $E(X^n)$ käyttäen (a)-kohdassa määritettyä X^n :n tiheysfunktioita.
- Laske $E(X^n)$ käyttäen odotusarvon muunnoksen laskukaavaa $E(g(X)) = \int g(x)f(x)dx$.

2B2 (Neljä linja-autoa) Neljä linja-autoa kuljettaa koululaisia liikuntatapahtumaan. Linja-autojen matkustajamäärät ovat 40, 33, 25 ja 50. Satunnaisesti valitulta linja-auton kuljettajalta kysytään, montako koululaista matkustaa hänen kanssaan samassa linja-autossa. Sen jälkeen sama kysymys esitetään satunnaisesti valitulle koululaiselle. Merkitään

$$\begin{aligned} X &= \text{satunnaisesti valitun kuljettajan vastaus,} \\ Y &= \text{satunnaisesti valitun koululaisen vastaus.} \end{aligned}$$

- Ovatko odotusarvot $E(X)$ ja $E(Y)$ mielestäsi yhtä suuria vai arvelisitko toisen olevan suurempi kuin toinen? Miksi?
- Laske molemmat odotusarvot ja tarkasta, oliko intuitiosi oikeassa.

Kotitehtävät

2B3 (Läksyihin käytetty aika.) Opiskelijan motivaatiota mallinnetaan tiheysfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{muuten,} \end{cases}$$

mukaan jakautuneella satunnaismuuttujalla X . Opiskelijan, jonka motivaatio on x , läksyihin käyttämä aika (tunteina) määräytyy kaavasta $1+4 \log(1/x)$, missä \log on luonnollinen logaritmi. Laske läksyihin käytetyn ajan odotusarvo.

(**Vihje:** Käytä osittaisintegrointia ja tietoa, että $\lim_{x \rightarrow 0} x \log(x) = 0$.)

2B4 (Tanssiparit.) n mies-nais avioparia osallistuu tanssiaisiin, joissa parit sekoitetaan niin, että jokaisen naisen pariaksi tulee satunnaisesti yksi miehistä. Olettaen, että miehet jaetaan tasaisen satunnaisesti naisten kesken, mikä on oman aviomiehensä kanssa tanssivien naisten lukumäärän odotusarvo?

(**Vihje:** Määritellään indikaattorimuuttuja

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{jos } i\text{:s nainen tanssii oman aviomiehensä kanssa,} \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

Odotusarvon lineaarisuudesta voi myös olla apua.)