

3A Keskihajonta ja korrelaatio

Tuntitehtävät

3A1 (Korrelaatio ja riippuvuus.) Tarkastellaan kahta diskreettiä satunnaismuuttujaa X ja Y , joiden yhteisjakauma voidaan esittää allaolevan taulukon avulla:

	Y		
X	-1	0	1
-1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
0	$\frac{1}{3}$	0	0
1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

- (a) Määritä X :n jakauma, odotusarvo ja keskihajonta.
- (b) Määritä Y :n jakauma, odotusarvo ja keskihajonta.
- (c) Laske X :n ja Y :n korrelaatio.
- (d) Selvitä, ovatko X ja Y riippuvat vai riippumattomat.

3A2 (Nopanheittojen keskiarvo.) Tavallista 6-sivuista noppaa heitetään monta kertaa peräkkäin ja heittojen tuloksia merkitään X_1, X_2, \dots

- (a) Laske satunnaismuuttujan X_1 odotusarvo ja keskihajonta.
- (b) Määritä satunnaismuuttujan $M_2 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)$ jakauma.
- (c) Laske satunnaismuuttujan M_2 odotusarvo ja keskihajonta.
- (d) Laske satunnaismuuttujan

$$M_{100} = \frac{1}{100}(X_1 + X_2 + \dots + X_{100})$$

odotusarvo ja keskihajonta.

Kotitehtävät

3A3 (Kannatuslukujen korrelaatio.) Tulevissa vaaleissa kahden suurimman puoleen suhteellisia äänimääriä mallinnetaan satunnaismuuttujilla X ja Y , joiden yhteisjakaumalla on tiheysfunktio

$$f(x, y) = \begin{cases} 1/2, & x, y \geq 0, x + y \leq 2, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

- (a) Määritä X :n tiheysfunktio, odotusarvo ja keskihajonta.
- (b) Määritä Y :n tiheysfunktio, odotusarvo ja keskihajonta.
- (c) Laske X :n ja Y :n korrelaatio.
- (d) Selvitä, ovatko X ja Y riippuvat vai riippumattomat.

3A4 (Suurin ja pienin keskihajonta.) Satunnaismuuttuja X , jonka odotusarvo on $E(X) = 2$ ja arvojoukko $\{1, 2, 3\}$, saa todennäköisyydellä p_i arvon $i = 1, 2, 3$. Selvitä luvut p_1, p_2, p_3 , joilla X :n keskihajonta on

- (a) suurin mahdollinen,
- (b) pienin mahdollinen.

(**Vihje:** Keskihajonnan sijaan on yhtäpitävää maksimoida ja minimoida varianssia. Oikean vastauksen voi löytää optimoimalla tai arvaamalla.)