

3B Normaaliapproksimaatio

Tuntitehtävät

3B1 (Teiden suolaus.) Tieverkon sulana pitämiseen on varastoitu suolaa 200 cm lumimäärän varalle. Oletetaan, että yksittäisen talvipäivän aikana lunta sataa keskimäärin 4.5 cm, keskihajonnan ollessa 2.5 cm.

- (a) Laske normaaliapproksimaation avulla arvio todennäköisyydelle, että suola riittää 50 talvipäiväksi.
- (b) Mitä lisäoletuksia oletuksia sinun piti tehdä (a)-kohdan ratkaisemisen yhteydessä? Ovatko kyseiset oletukset mielestäsi perusteltuja?

3B2 (Voitolla kasinolla.) Helsingin kasinon rulettipelissä arvotaan jokaisella kierroksella tasan satunnaisesti numero joukosta $\{0, 1, \dots, 36\}$. Harry päättää panostaa joka kierroksella euron omalle onnennumerolleen. Mikäli rulettikuula osuu onnennumeroon, Harry voittaa 35 euroa. Muussa tapauksessa hän häviää panostamansa euron. Merkitään Harryn nettotuottoa n pelikierroksen jälkeen satunnaismuuttujalla $S_n = X_1 + \dots + X_n$, missä X_i on pelikierroksen i tuotto.

- (a) Määritä satunnaismuuttujan X_i odotusarvo ja keskihajonta.
- (b) Määritä satunnaismuuttujan S_n odotusarvo ja keskihajonta.

Laske normaaliapproksimaatiota käyttämällä arvio todennäköisyydelle, että Harry on voitolla:

- (c) 30 pelikierroksen jälkeen,
- (d) 3 000 pelikierroksen jälkeen,
- (e) 300 000 pelikierroksen jälkeen.

Ensimmäinen ylläolevista todennäköisyyksistä voidaan laskea myös tarkasti:

- (f) Laske tarkka arvo (c)-kohdan todennäköisyydelle ja vertaa sitä normaaliapproksimaation tuottamaan arvioon.

Vihje: Mieti kaikki tapahtumaketjut, jotka johtavat siihen että Harry on tappiolla 30 pelikierroksen jälkeen.

Kotitehtävät

Pyri esittämään vastauksesi niin, että siitä käy ilmi päättely jolla laskut ja tulokset syntyvät.

3B3 (Korkeakoulun sisäänotto.) Ihanteellinen vuosikurssin koko eräässä korkeakoulussa on 150 opiskelijaa. Kokemuksesta tiedetään, että joka vuosi vain noin 30% korkeakouluun hyväksytyistä hakijoista ottaa paikan vastaan. Tämän takia korkeakoulu on päättänyt ensi vuonna myöntää opiskelupaikan 450 hakijalle.

- (a) Laske normaaliapproksimaatiota käyttämällä todennäköisyys, jolla yli 150 uutta opiskelijaa aloittaa korkeakoulussa ensi vuonna.
- (b) Millaisia lisäoletuksia (a)-kohdan approksimaatiossa tarvitaan? Ovatko kyseiset oletukset mielestäsi perusteltuja?

3B4 (Value-at-Risk.) Value-at-Risk (VaR) on finanssisektorilla usein käytetty sijoituksen riskiä kuvaava tunnusluku. Sijoituksen VaR riskitasolla 1% määritellään kynnysarvona, jota suuremman tappion sijoitus tietyllä aikavälillä tuottaa todennäköisyydellä 1%.

Saat sijoittaa opintotukesi kuukauden ajaksi yhteen kolmesta rahastosta, joiden kuukausituotot (EUR) oletetaan normaalijakautuneiksi seuraavin parametrein:

Rahasto	Odotusarvo	Keskihajonta
1	1	7
2	10	10
3	100	50

Mikä rahasto sinun tulee valita, kun tavoitteenasi on minimoida sijoituksesi VaR? Perustele vastauksesi tarkasti.