

6B Frekventistinen vs. bayeslainen estimointi

Tämä on kurssin viimeinen harjoitus. Harjoitukseen ei sisälly kotitehtäviä.

Tuntitehtävät

6B1 (Frekventistinen punnitus.) Eläintarhan kirahviuroso päätettiin punnita. Tämä ei ole aivan helppoa tehdä tarkasti, joten punnitus toistettiin kolme kertaa ja tuloksiksi (kg) saatiin 1250, 1300 ja 1350. Mittausvirheiden arvioidaan noudattavan likimain normaalijakaumaa odotusarvona 0 ja keskihajontana $\sigma_e = 100$.

- Määritä kirahviuroso painon suurimman uskottavuuden estimaatti $\hat{\theta}$
- Määritä estimaatille $\hat{\theta}$ 95% luottamusväli.
- Millä todennäköisyydellä kirahviuroso paino osuu (b)-kohdassa määritettyyn luottamusväliin?

6B2 (Bayesläinen punnitus.) Tämä on jatkoa tehtävälle B1. Toistetaan sama punnitus kuin tehtävässä B1 samoin oletuksien punnitusvirheestä. Oletetaan pohjatietona kirahviurosoiden painon (kg) noudattavan normaalijakaumaa odotusarvona $\mu_0 = 1200$ ja keskihajontana $\sigma_0 = 200$.

- Mallinna mitatun kirahviuroso painoa satunnaismuuttujana Θ ja määritä painon posteriorijakauman odotusarvo $\tilde{\theta}$ havaitun mittausdatan $x = (1250, 1300, 1350)$ suhteen.
- Määritä myös bayeslaisen piste-estimaatin $\tilde{\theta}$ ympäriltä väli $[\tilde{\theta} - \delta, \tilde{\theta} + \delta]$, jolle pätee

$$P(\Theta \in [\tilde{\theta} - \delta, \tilde{\theta} + \delta] \mid x) = 95\%.$$

- Millä todennäköisyydellä kirahviuroso paino osuu (b)-kohdassa määritettyyn väliin?

(**Vihje:** Posteriorijakauman tiedetään olevan normaalijakauma, ks. [Kurssikirja, Esimerkki 7.8b])