PHYS-C0310 - Teknillisen fysiikan laboratoriotyöt:

Optiset pinsetit

A. Väkeväinen, M. Hautakorpi, K. Lindfors, A. Priimägi, P. Järvinen,
H. Rekola ja M. Kaivola

4. maaliskuuta 2018

Sisältö

1 Johdanto **1**

2 Optisten pinsettien toimintaperiaate **2**
2.1 Sädeoptinen tarkastelu 2
2.2 Aalto-optinen malli 5

3 Kahtaistaittavien hiukkasten vangitseminen **6**
3.1 Valon polarisaatio ja kulmaliikemäärä 6
3.2 Polaroidun valon ja kahtaistaittavan hiukkasen välinen vuorovaikutus 8
3.3 Kahtaistaittavan hiukkasen pyöriminen 9

4 Brownin liike ja pinsettien jousivakio **10**

5 Laitteisto **12**

6 Mittaukset **14**

7 Laserturvallisuus **17**

8 Esitehtävät **17**

9 Työselostus **18**

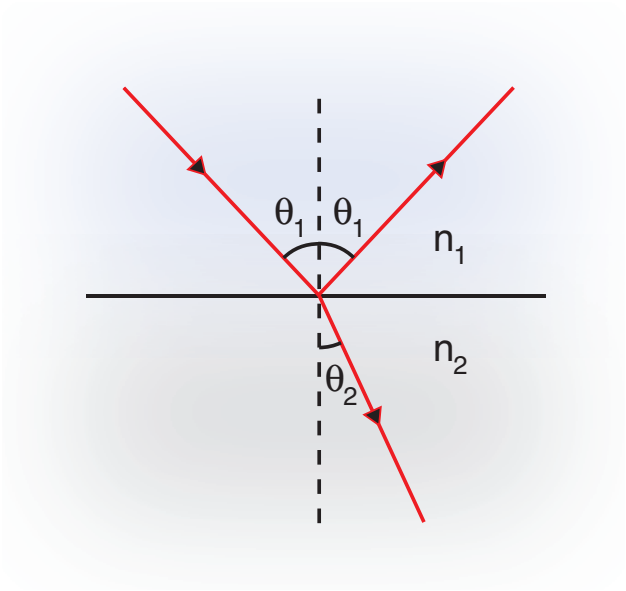
Viitteet **19**

1 Johdanto

"Mitä valo on?" on kysymys, joka oli tärkeällä tavalla ohjaamassa fysiikan kehitystä usean vuosisadan ajan. Nykyinen kvanttimekaniikkaan perustuva ymmärryksemme fysiikasta antaa tälle kysymykselle vastauksen, jonka dualistinen luonne on arkimieltä hämmentävä: valo on sähkömagneettista säteilyä, jolla on samanaikaisesti niin hiukkasten kuin aaltojenkin ominaisuuksia. Nämä ristiriitaisilta kuvauksilta vaikuttavat hiukkas- ja aaltomalli kohtaavat yhtälöissä $E = \hbar\omega$ ja $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, joiden kautta valoaallon taajuus ω ja aaltovektori $\mathbf{k}$ kytkeytyvät Planckin vakion $\hbar$ avulla valohiukkasen, fotonin, energiaan E ja liikemäärään $\mathbf{p}$. Newtonin mekaniikan mukaisesti valon ja aineen vuorovaikutusprosessissa niin energian kuin liikemääränkin tulee säilyä. Perinteisessä optiikassa, jossa valonsäteen kulkusuuntaa muutetaan esimerkiksi linssin avulla, linssiin kohdistuu siten rekyylivoima, joka on kuitenkin makroskooppisten kappaleiden kyseessä ollessa mitättömän pieni. Tilanne muuttuu ratkaisevasti, jos vuorovaikuttava materiaobjekti on riittävän pieni. Äärimmillään voidaan intensiivisellä lasersäteellä kohdistaa yksittäiseen atomiin voimavaikutus, joka vastaa jopa 10^5 g:n kiihtyvyyttä!

Valopaine käsitteenä oli selvillä jo J. C. Maxwellille hänen konstruoidessaan kuuluisat yhtälönsä, mutta jouduttiin odottamaan aina laserin keksimiseen asti ennen kuin käytettävissä oli riittävän intensiivisiä valonlähteitä ilmiön hyödyntämiseen. Tässä työssä tutustutaan valon aiheuttamien mekaanisten voimien ilmiömaailmaan ja erityisesti fokusoidun lasersäteen kykyyn vangita nesteympäristössä termisessä liikkeessä oleva mikroskooppinen dielektrinen hiukkanen. Tämä *optisten pinsettien* konsepti on kehittynyt nopeasti Arthur Ashkinin 1970- ja 1980-luvuilla tekemän pioneerityön [1] jälkeen monipuoliseksi työkaluksi, joka tarjoaa esimerkiksi täysin uudentyyppisen menetelmän biomolekyylien, solujen ja molekyylimoottorien tutkimukseen [2]. Toisaalta samat voimavaikutukset ovat olleet käytössä myös fysiikan perustutkimuksessa, kun lasersäteillä on jäähdytetty miljoonia atomeja käsittävä kaasupilvi nanokelvinien lämpötilaan, ja saatu atomit edelleen muodostamaan Bose-Einstein-kondensaatti. Tämä tutkimus on johtanut nykyfysiikassa merkittäviin uusiin löytöihin ja jo mm. kahteen fysiikan Nobelpalkintoon vuosina 1997 ja 2001.

Tässä työssä perehdytään sähkömagneettisen kentän liikemäärään ja kulmaliikemäärään optisten pinsettien avulla. Työohjeen rakenne on seuraava: Kappaleessa 2 kuvataan valon dielektriseen hiukkaseen kohdistamia voimia sädeoptiikan ja aalto-optiikan keinoin. Kappaleessa 3 käsitellään kahtaistaittavien hiukkasten pyörimisliikkeen manipulointia nesteympäristössä polaroidun valon avulla. Hiukkanen vuorovaikuttaa sekä valon että sitä ympäröivien nestemolekyylien kanssa. Tätä vuorovaikutusta käsitellään lyhyesti kap-



Kuva 1: Valon taittuminen ja heijastuminen kahden aineen rajapinnassa. Parametrit n_1 ja n_2 ovat aineiden taitekertoimet (kuvassa $n_2 > n_1$).

paleessa 4. Kappaleessa 5 esitellään pinsettilaitteiston keskeisimmät komponentit ja kappaleessa 6 selostetaan mittausten kulku. Kappale 7 sisältää laserturvallisuuteen liittyviä ohjeita. Kappaleen 8 esitehtävät tulee palauttaa ennen työn alkua. Kappaleessa 9 on ohjeet työselostuksen tekemiseen.

2 Optisten pinsettien toimintaperiaate

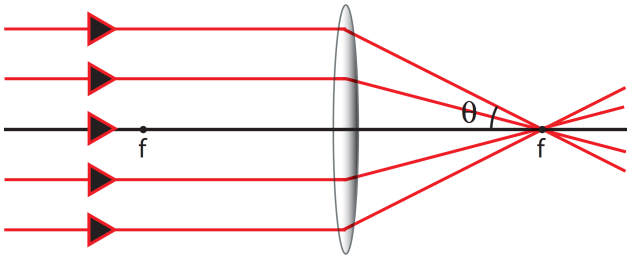
2.1 Sädeoptinen tarkastelu

Tässä kappaleessa tarkastellaan optisten pinsettien keskeisiä ominaisuuksia sädeoptiikan näkökulmasta. Kappaleessa 2.2 esitellään lyhyesti toinen pinsettien toimintaa kuvaava teoria, jossa tarkastellaan vangittavan hiukkasen polaroitumista fokusoidussa (spatiaalisesti epähomogeenisessa) sähkömagneettisessa kentässä.

Sädeoptiikan mukaan valo kulkee homogeenisessa väliaineessa suoraviivaisesti ja taittuu kahden aineen rajapinnalla Snellin lain mukaisesti

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2, \tag{1}$$

missä kulmat on ilmoitettu rajapinnan normaalin suhteen (kuva 1). Osa ra-



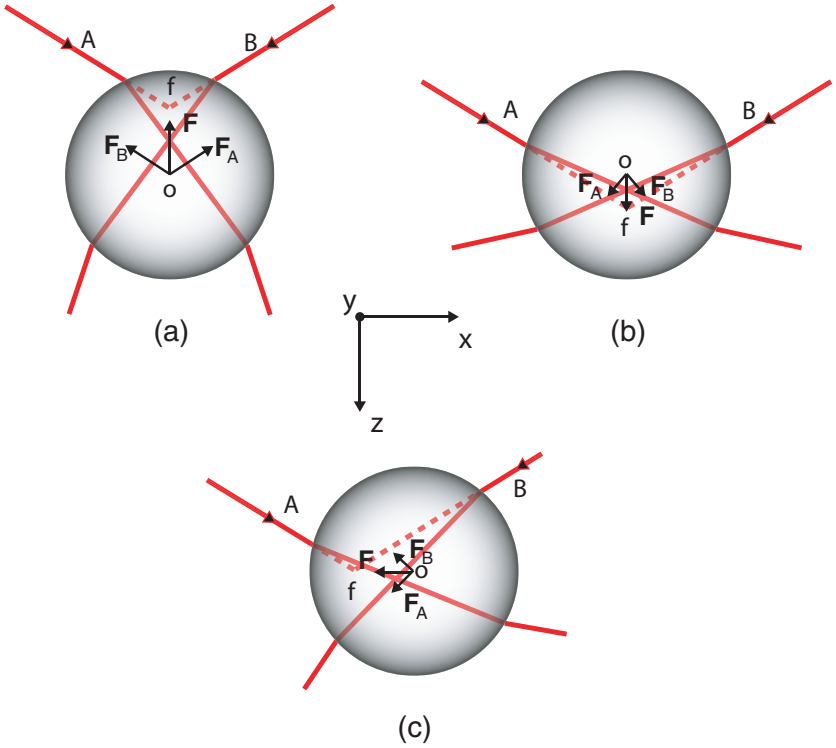
Kuva 2: Kollimoidun valon fokusointi (ilmassa) positiivisella linssillä, jonka polttoväli on f. Reunimmaisten säteiden muodostama kulma optisen akselin suhteen on θ.

japintaan tulevasta valosta heijastuu pinnan normaalin suhteen symmetrisesti. Optisissa pinseteissä *kollimoitu* (optisen akselin suuntaan etenevä) sädekimppu fokusoidaan linssin avulla kohti linssin takafokusta, kuten kuvassa 2. Säteet taittuvat linssissä Snellin lain mukaisesti, ja fokusoidusta valosta muodostuu pieni valopiste linssin takafokukseen. Tarkemman aalto-optisen käsittelyn mukaan tämä valopiste on kooltaan sitä pienempi (*fokus tiukempi*) mitä suuremmasta kulmasta θ valonsäteitä kyetään fokusoimaan. Linssin valonkeräys- ja fokusointikyvyn mitta on sen *numeerinen aukko*

$$\mathrm{NA} = n \sin\theta, \tag{2}$$

missä n on sen alueen taitekerroin jossa fokus sijaitsee. Suurimmat numeeriset aukot saadaan aikaan mikroskoopin objektiiveilla, kun näytteen ja objektiivilinssin välissä on öljyä *immersioaineena* ($n \approx 1.5$).

Tarkastellaan seuraavaksi konvergoivan (fokusoidun) sädekimpun reunimmaisten säteiden taittumista nesteeseen upotetusta pienestä homogeenisesta dielektrisestä pallosta (kuva 3), jonka taitekerroin on suurempi kuin nesteen. Optisten pinsettien kyky vangita hiukkanen kolmessa ulottuvuudessa voidaan selittää tarkastelemalla valon liikemäärän muutosta, kun valonsäde kulkee pallon läpi ja taittuu rajapinnoilla Snellin lain mukaisesti. Valon liikemäärä on verrannollinen sen intensiteettiin (yksikkö $\mathrm{W/m^2}$), ja liikemäärävektori $\mathbf{p}$ osoittaa valonsäteen etenemissuuntaan. Taittumisessa valon etenemissuunta ja täten myös liikemäärä muuttuvat. Jos valon liikemäärän muutos on $\Delta\mathbf{p}$, on valoa taittavan hiukkasen liikemäärän muutoksen oltava $-\Delta\mathbf{p}$ Newtonin kolmannen lain mukaisesti. Liikemäärän muutoksesta aiheutuu aikayksikössä voima $\mathbf{F}$, jonka suunta riippuu hiukkasen keskipisteen o sijainnista polttopisteen f suhteen. Kuvassa 3 on esitetty valon hiukkaseen kohdistamat voimat pisteiden o ja f keskinäisestä sijainnista riippuen. Ku-



Kuva 3: Fokusoidun valon reunimmaisten säteiden taittumisesta syntyvät voimat, kun hiukkanen on fokuksen f (a) takana, (b) edessä ja (c) vieressä. Kokonaisvoima $\mathbf{F}$ osoittaa kaikissa tapauksissa kohti fokusta f.

vassa 3(a) säde A taittuu kahdella rajapinnalla, mistä johtuen sen liikemäärä kasvaa z-suunnassa ja pienenee x-suunnassa. Vastaavasti hiukkasen keskipisteeseen o kohdistuu voima $\mathbf{F}_A$, jolla on komponentit $-z$- ja $+x$-suunnissa. Säteelle B voidaan argumentoida vastaavasti, ja näin saadaan voimakomponentti $\mathbf{F}_B$. Voimien $\mathbf{F}_A$ ja $\mathbf{F}_B$ vektorisummana saadaan resultanttivoima $\mathbf{F}$, joka suuntautuu kohti polttopistettä f. Hiukkaseen, joka sijaitsee fokuksen f takana valon tulosuunnasta katsottuna, kohdistuu siis voima, joka pyrkii vetämään hiukkasen kohti fokusta. Kuvassa 3(b) hiukkanen sijaitsee fokuksen edessä, josta voima $\mathbf{F}$ pyrkii siirtämään hiukkasta jälleen kohti pistettä f. Kuva 3(c) osoittaa, että fokuksesta sivuun siirretty hiukkanen pyrkii niin ikään siirtymään kohti fokusta. Optisten pinsettien toiminta voidaan täten ymmärtää yksinkertaisiin sädeoptisiin argumentteihin nojautuen [3].

Edellä esitetyssä sädeoptisessa analyysissä tarkasteltiin vain sädekimpun reunimmaisia säteitä, eikä siinä otettu huomioon rajapinnoilta heijastuneita säteitä. Kun myös optisen akselin lähellä kulkevat ja heijastuneet säteet otetaan mukaan tarkasteluun, huomataan, että optiselle akselille vangittuun hiukkaseen tulee kuvan 3 geometriassa lisätä positiiviseen z-suuntaan osoittava voimakomponentti [3]. Tämän *sirontavoiman* voidaan ajatella syntyvän valon hiukkaseen kohdistamasta säteilypaineesta. Sirontavoimasta johtuen vangitun hiukkasen paikka tasapainotilanteessa on hieman polttopisteen f takana, valon tulosuunnasta katsottuna. Jotta sirontavoima ei työntäisi hiukkasta pois fokuksesta, tulee valon olla riittävän tiukkaan fokusoitua (riittävän suuri NA). Tällöin sädekimpun reunimmaisten säteiden osuus korostuu ja hiukkasen stabiili vangitseminen on mahdollista.

2.2 Aalto-optinen malli

Optisten pinsettien sädeoptista analyysiä voidaan soveltaa, kun hiukkanen on paljon valon aallonpituutta suurempi. Jos hiukkanen on kooltaan valon aallonpituuden suuruusluokassa tai vielä tätäkin pienempi, on valon käyttäytymistä kuvattava aalto-optiikan avulla. Aallonpituutta pienempi hiukkanen voidaan valon ja hiukkasen vuorovaikutusprosessissa approksimoida sähköiseksi dipoliksi (polarisoituvuus α), jonka dipolimomentti ulkoisessa sähkökentässä $\mathbf{E}$ on muotoa [4, 5]

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r}) = \alpha \mathbf{E}(\mathbf{r}). \tag{3}$$

Dipolin potentiaalienergia U voidaan kirjoittaa muodossa

$$U(\mathbf{r}) = -\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv -\alpha \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}), \tag{4}$$

missä suure $\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}$ on verrannollinen valon intensiteettiin $I(\mathbf{r})$. Yhtälöstä (4) nähdään, että potentiaalienergian minimi saavutetaan intensiteetin lokaa-

lissa maksimissa, kun α on positiivinen (normaali tapaus). Optisen kentän hiukkaseen kohdistama *gradienttivoima* voidaan laskea lausekkeesta

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r}), \tag{5}$$

josta voidaan todeta riippuvuus $\mathbf{F}(\mathbf{r}) \propto \nabla I(\mathbf{r})$.

Polaroituvaan hiukkaseen kohdistuu siis epähomogeenisessa kentässä voima, jonka suuruus on verrannollinen intensiteetin gradienttiin. Tiukasti fokusoidussa kentässä hiukkanen ($\alpha > 0$) pyrkii siirtymään kohti fokusta kaikissa kolmessa dimensiossa, sillä fokusoidulla valolla on intensiteettigradientti paitsi x- ja y-suunnissa, myös z-suunnassa. Intensiteettigradientti x- ja y-suunnissa on suoraan verrannollinen mikroskoopin objektiivin numeeriseen aukkoon $[(\nabla I)_{x,y} \propto \mathrm{NA}]$, kun sitä vastoin z-suunnassa riippuvuus on neliöllinen $[(\nabla I)_z \propto \mathrm{NA}^2]$. Optisen gradienttivoiman lisäksi hiukkaseen kohdistuu edelleen myös z-suuntainen sirontavoima, jonka merkitys on kuitenkin pieni, kun numeerinen aukko on riittävän suuri.

Lähellä fokusta valon intensiteettijakauma voidaan approksimoida paraboliseksi ja sähköinen dipoli (polaroituvan hiukkanen) harmoniseksi oskillaattoriksi, johon kohdistuu palauttava jousivoima

$$F(x) = -k_x x, \tag{6}$$

missä k_x on jousivakio x-suunnassa (y ja z-suunnissa vastaavasti k_y ja k_z). Harmonisen oskillaattorin potentiaalienergia on muotoa

$$U = \frac{1}{2} k_x x^2. \tag{7}$$

Vaikka hiukkanen edellä oletettiinkin paljon aallonpituutta pienemmäksi, voidaan yllä esitetyn formalismin avulla melko tarkasti kuvata myös aallonpituuden suuruusluokassa olevien ja jopa vielä suurempienkin hiukkasten vangitsemista.

3 Kahtaistaittavien hiukkasten vangitseminen

3.1 Valon polarisaatio ja kulmaliikemäärä

Sädeoptisessa mallissa optisten pinsettien toimintaperiaate kuvattiin tarkastelemalla valon liikemäärätilaa ennen ja jälkeen taittumisten. Valon polarisaatio-ominaisuuksia ei otettu huomioon, sillä homogeenisen ja isotrooppisen pallon muotoisen hiukkasen tapauksessa valon polarisaatiolla ei ole juurikaan

merkitystä vangitsemisessa. Manipuloitaessa anisotrooppisia, kahtaistaittavia hiukkasia, valon polarisaatiolla ja siihen liittyvällä spin-kulmaliikemäärällä on sen sijaan keskeinen asema [7]. Polaroidun valon hiukkaselle siirtämä kulmaliikemäärä voidaan määrittää tarkastelemalla valon kulmaliikemäärätilan muutosta, kun se kulkee hiukkasen läpi.

Elliptisesti polaroitua tasoaaltoa, joka värähtelee kulmataajuudella ω ja etenee kohti positiivista z suuntaa, voidaan kuvata yhtälöllä

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)}(\cos\phi\hat{x} + i\sin\phi\hat{y}), \tag{8}$$

missä E_0 on sähkökentän amplitudi, t on aika, $k = \omega/c$ on aaltoluku ja c on valonnopeus. Parametri ϕ on vaihekulma, joka määrää valon polarisaatiotilan elliptisyyden asteen, ja vektorit $\hat{x}$ ja $\hat{y}$ ovat x- ja y-akselien suuntaiset yksikkövektorit. Aito mitattavissa oleva sähkökenttä on aina kompleksisen sähkökenttävektorin reaaliosa, joksi saadaan

$$Re\{\mathbf{E}\} = E_0(\cos(\omega t ? kz)\cos\phi\hat{x} - \sin(\omega t ? kz)\sin\phi\hat{y}). \tag{9}$$

Erikoistapauksessa $\phi = \pi/4$ valon sanotaan olevan ympyräpolaroitua, eli sähkökentän x ja y komponentit ovat amplitudiltaan yhtä suuret. Yhtälöstä 9 voidaan huomata, että x ja y komponenttien vaihe-ero on lukittu arvoon $\pi/2$ ja elliptisyyden asteen määrää amplitudien välinen suhde, joka riippuu vaihekulmasta ϕ.

Sähkömagneettisen kentän liikemäärätiheys (yksikkötilavuudessa) voidaan Maxwellin yhtälöiden perusteella ilmoittaa muodossa

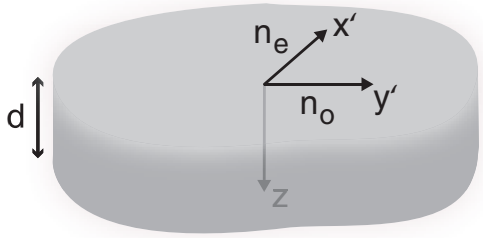
$$\mathbf{p} = \epsilon\mathbf{E} \times \mathbf{B}, \tag{10}$$

missä $\mathbf{B}$ on magnettivuon tiheys ja ϵ on väliaineen permittiivisyys. Kentän kokonaiskulmaliikemäärätiheys puolestaan voidaan laskea klassisesta mekaniikasta tutulla kaavalla

$$\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}. \tag{11}$$

Suureen $\mathbf{J}$ lauseke voidaan yleisessä tapauksessa jakaa valon polarisaatiotilaan liittyvään spin-kulmaliikemäärään ja valon spatiaalijakaumaan liittyvän ratakulmaliikemäärään. Yhtälön (8) tasoaallolle ratakulmaliikemäärä on nolla, ja spin-kulmaliikemäärätiheydelle voidaan johtaa lauseke [8]

$$\mathbf{J}_{\text{spin}} = \frac{\epsilon}{2i\omega}\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}. \tag{12}$$



Kuva 4: Kahtaistaittava hiukkanen, jonka lepokoordinaatisto on (x', y'). Taitekerroin x'-suunnassa värähtelevälle valolle on n_e ja y'-suunnassa värähtelevälle valolle n_o.

3.2 Polaroidun valon ja kahtaistaittavan hiukkasen välinen vuorovaikutus

Kahtaistaittavan materiaalin taitekerroin riippuu sähkökentän $\mathbf{E}$ värähtelysuunnasta. Oletetaan, että kuvan 4 esittämä levymäinen kahtaistaittava hiukkanen on sijoitettu origoon siten, että $z = 0$ on levyn valon tulosuunnan puoleinen pinta. Hiukkasen paksuudeksi z-suunnassa oletetaan d. Kun sähkökenttävektori värähtelee suunnassa x', materiaalin taitekerroin on n_e. Vastaavasti y'-suunnassa värähtelevälle sähkökentälle taitekerroin on n_o. Kun yhtälön (8) lauseke esitetään hiukkasen koordinaatistossa (x', y'), saadaan tasossa $z = 0$ tulevalle kentälle muoto

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= E_0 e^{i\omega t}[(\cos\phi\cos\theta + i\sin\phi\sin\theta)\hat{x}' + \\ &\quad (-\cos\phi\sin\theta + i\sin\phi\cos\theta)\hat{y}'], \end{aligned} \tag{13}$$

missä θ on koordinaatistojen välinen kulma (esim. x- ja x'-akselien välillä; positiivinen kiertosuunta myötäpäivään (x, y)-koordinaatistosta -z-suuntaan katsottuna). Dielektrisessä materiaalissa aaltoluvun k arvo riippuu taitekertoimesta valon vaihenopeuden c/n kautta. Yleisessä tapauksessa siis $k = n\omega/c \equiv k_0 n$. Kun valo etenee matkan d hiukkasen toiselle pinnalle, saadaan ulostulevalle kentälle lauseke

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= E_0 e^{i\omega t}[e^{-ik_0 n_e d}(\cos\phi\cos\theta + i\sin\phi\sin\theta)\hat{x}' + \\ &\quad e^{-ik_0 n_o d}(-\cos\phi\sin\theta + i\sin\phi\cos\theta)\hat{y}'], \end{aligned} \tag{14}$$

missä eksponenttimuotoisissa vaihetekijöissä on otettu huomioon aaltoluvun riippuvuus taitekertoimista n_e ja n_o. Valon spin-kulmaliikemäärä tasoissa

$z = 0$ ja $z = d$ voidaan laskea integroimalla kulmaliikemäärätiheyden lauseketta (12) hiukkasen pinnan yli. Hiukkaseen aikayksikössä kohdistuva vääntömomentti voidaan laskea kulmaliikemäärien erotuksena yhtälöstä

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{\sqrt{\epsilon/\mu_0}}{2i\omega} \int_\sigma (\mathbf{E}_1^* \times \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{E}_2) \mathrm{d}x\mathrm{d}y, \tag{15}$$

missä μ_0 on tyhjiön permeabiliteetti ja σ on levymäisen hiukkasen poikkipinta-ala. Sijoittamalla kentän lausekkeet kaavoista (13) ja (14) yhtälöön (15), saadaan momentin z-komponentille lauseke [7, 9]

$$\begin{aligned} \tau &= -\frac{\sigma}{2\omega}\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}}|E_0|^2 \sin[k_0 d(n_o - n_e)] \cos 2\phi \sin 2\theta \\ &\quad + \frac{\sigma}{2\omega}\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}}|E_0|^2 \{1 - \cos[k_0 d(n_o - n_e)]\} \sin 2\phi. \end{aligned} \tag{16}$$

Kun valo on lineaarisesti polaroitua ($\phi = 0$ tai $\phi = \pi/2$), vain yhtälön (16) ensimmäinen termi jää jäljelle. Tällöin hiukkaseen kohdistuu riippuvuudesta $\sin 2\theta$ johtuen momentti niin kauan kuin $\theta \neq m\pi/2$ ($m = 0, 1, 2, \ldots$) ja hiukkasen x'- tai y'-akseli pyrkii kääntymään valon polarisaation suuntaisesti. Ympyräpolaroidun valon tapauksessa vain yhtälön (16) jälkimmäinen termi jää jäljelle. Tällöin momentti ei riipu lainkaan hiukkasen orientaatiosta, ja hiukkanen voi joutua jatkuvaan pyörimisliikkeeseen, jonka kulmanopeus Ω riippuu valon tehosta ja väliaineen (nesteen) virtausvastuksesta. Virtausvastuksesta syntyvä pyörimistä vastustava momentti on muotoa

$$\tau_D = D\Omega, \tag{17}$$

missä parametri D on hiukkasen muodosta ja nesteen viskositeetista riippuva verrannollisuuskerroin.

3.3 Kahtaistaittavan hiukkasen pyöriminen

Elliptisesti polaroidun valon tapauksessa hiukkanen joutuu jatkuvaan pyörimisliikkeeseen, jos yhtälön (16) jälkimmäinen termi on kaikille kulmille θ itseisarvoltaan suurempi kuin ensimmäinen termi. Rajatapauksessa vääntömomentti on nolla, mistä saadaan pyörimiseen johtavalle vaihekulmalle kynnysehdot

$$\phi_0^\pm = [\pi \pm k_0 d(n_o - n_e)]/4. \tag{18}$$

Kun hiukkanen on jatkuvassa pyörimisliikkeessä, yhtälön (16) momenttien tekemä työ yhdellä kierroksella vastaa pyörimistä jarruttavan momentin τ_D

tekemää työtä. Integroimalla yhtälöä (16) yhden kierroksen yli huomataan, että lineaarisen polarisaatiokomponentin tekemä työ on nolla. Ympyräpolaroidun komponentin tekemä työ (yhden kierroksen yli) voidaan ilmoittaa muodossa

$$W_\phi = 2\pi AP \sin 2\phi, \tag{19}$$

missä verrannollisuuskertoimeen A on sisällytetty joukko vakioita. Lisäksi P on hiukkaseen kohdistuva valoteho, $P = I\sigma$, missä intensiteetin lauseke on

$$I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}}|E_0|^2. \tag{20}$$

Kitkamomentin tekemä työ voidaan puolestaan laskea yhtälön (17) avulla seuraavasti:

$$\begin{aligned} W_D &= D\int_0^{2\pi} \Omega(\theta)d\theta && (21)\\ &= D\int_0^T \frac{d\theta}{dt}\frac{d\theta}{dt}dt && (22)\\ &= D\int_0^T [\Omega(t)]^2 dt && (23)\\ &= DT\Big\langle [\Omega(t)]^2 \Big\rangle, && (24) \end{aligned}$$

missä kulmariippuvuus on muutettu aikariippuvuudeksi ja T on yhteen kierrokseen kuluva aika. Kulmanopeuden aikakeskiarvo kierroksen aikana voidaan laskea yhtälöstä

$$\Big\langle \Omega(t) \Big\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \Omega(t)dt \equiv \frac{2\pi}{T}, \tag{25}$$

missä viimeinen muoto seuraa suoraan aikakeskiarvon määritelmästä. Sijoittamalla tämä muoto yhtälöön (24) ja olettamalla, että pyörimisliike on melko tasaista $\left(\Big\langle \Omega^2 \Big\rangle \approx \Big\langle \Omega \Big\rangle^2\right)$, saadaan ehdosta $W_\phi = W_D$ keskimääräiselle kulmanopeudelle lauseke

$$\Big\langle \Omega(t) \Big\rangle = \frac{AP}{D}\sin 2\phi. \tag{26}$$

4 Brownin liike ja pinsettien jousivakio

Brownin liikkeen havitsi ensimmäisenä botanisti Robert Brown tarkkaillessaan veteen dispergoituja siitepölyhiukkasia. Nestemäisessä ympäristössä olevat hiukkaset ovat taukoamattomassa liikkeessä nestemolekyylien termisestä liikkeestä johtuen [kuva 5(a)]. Vuonna 1905 Albert Einstein perusteli ilmiön

avulla aineen rakentumista atomeista. Myöhemmin J. B. Perrin pystyi mikroskopian avulla vahvistamaan Einsteinin ennustusten paikkansapitävyyden, ja aineen atomaarista luonnetta alettiin pitää tosiasiana hypoteesin sijaan.

Kun hiukkaseen ei kohdistu ulkoisia voimia, sen liikettä yhdessä dimensiossa voidaan kuvata Langevinin yhtälöllä

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{dx}{dt} - F(t) = 0 \tag{27}$$

missä $F(t)$ kuvaa hiukkaseen kohdistuvaa satunnaisvoimaa ja μ on väliaineen viskositeetistä ja hiukkasen geometriasta riippuva kerroin. Oletetaan, että $F(t)$ ei riipu hiukkasen nopeudesta v ja että $F(t)$ vaihtelee huomattavasti nopeammin kuin v. Tällöin pitkän ajan kuluessa $F(t)$:n tekemä työ on nolla, ja ratkaistavaksi jää yhtälö

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{dx}{dt} = 0 \tag{28}$$

Yhtälöstä (28) voidaan ratkaista hiukkasen neliöllisen siirtymän odotusarvo $\left\langle x^2 \right\rangle$, kun kerrotaan yhtälö x:llä ja muistetaan seuraavat identiteetit:

$$x\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dx^2}{dt} \tag{29}$$

$$x\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{d^2x^2}{dt^2} - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \tag{30}$$

Sijoitetaan nämä yhtälöön (28)

$$m\left(\frac{1}{2}\frac{d^2\left\langle x^2\right\rangle}{dt^2} - \left\langle\frac{dx}{dt}\right\rangle^2\right) + \frac{1}{2}\mu\frac{d\left\langle x^2\right\rangle}{dt} = 0 \tag{31}$$

Käyttämällä ekvipartitioteoreemaa $\frac{1}{2}m\left\langle v\right\rangle^2 = \frac{1}{2}k_BT$, joka yhdistää systeemin kokonaisenergian systeemin lämpötilaan, voidaan yhtälö muokata muotoon

$$\frac{1}{2}m\frac{d^2\left\langle x^2\right\rangle}{dt^2} - k_BT + \frac{1}{2}\mu\frac{d\left\langle x^2\right\rangle}{dt} = 0 \tag{32}$$

Tämän yhtälön yleinen ratkaisu on

$$\frac{d\left\langle x^2\right\rangle}{dt} = \frac{2k_BT}{\mu} + A\exp\left(-\mu t/m\right) \tag{33}$$

missä A on integrointivakio. Eksponentiaalinen termi katoaa tasapainotilassa ($t \to \infty$), ja neliölliselle siirtymälle saadaan

$$\left\langle x^2\right\rangle = \frac{2k_BT}{\mu}t \tag{34}$$

Pyöreiden hiukkasten tapauksessa

$$\mu = 6\pi\eta a \tag{35}$$

missä η on väliaineen viskositeetti ja a hiukkasen säde. Tällöin hiukkasen neliöllisen siirtymän odotusarvo kasvaa lineaarisesti ajan t funktiona yhtälön

$$\left\langle x^2 \right\rangle = \frac{k_B T}{3\pi\eta a} t \tag{36}$$

mukaisesti. Brownin liikkeen kvantitatiivista analysointia on käytetty esimerkiksi Boltzmannin vakion määrittämiseen [10].

Optisilla pinseteillä vangitun hiukkasen terminen liike poikkeaa oleellisesti Brownin liikkeestä [kuva 5(b)]. Tällöin hiukkasen liikettä kuvaa yhtälö

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \mu\frac{dx}{dt} - F(t) - U(t) = 0 \tag{37}$$

missä $U(t)$ on pinsettien aiheuttama parabolinen potentiaali. Tällöin neliöllisen siirtymän odotusarvo on

$$\left\langle x^2 \right\rangle = \frac{k_B T}{k_x}, \tag{38}$$

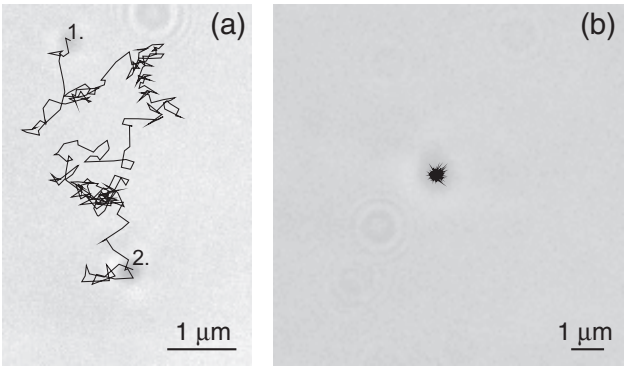
joka saadaan rinnastamalla hiukkasen keskimääräinen potentiaalienergia pinsettien aiheuttamassa potentiaalissa hiukkasen keskimääräiseen liike-energiaan kyseisessä lämpötilassa

$$U = \frac{1}{2}k_x\left\langle x^2 \right\rangle = \frac{1}{2}k_B T. \tag{39}$$

Yhtälön (39) perusteella voidaan määrittää jousivakio k_x rekisteröimällä vangitun hiukkasen paikkakoordinaatit riittävän pitkältä ajanjaksolta. Jousivakion k_x tyypillinen arvo on suuruusluokassa ∼fN/nm ja se on suoraan verrannollinen lasersäteen tehoon.

5 Laitteisto

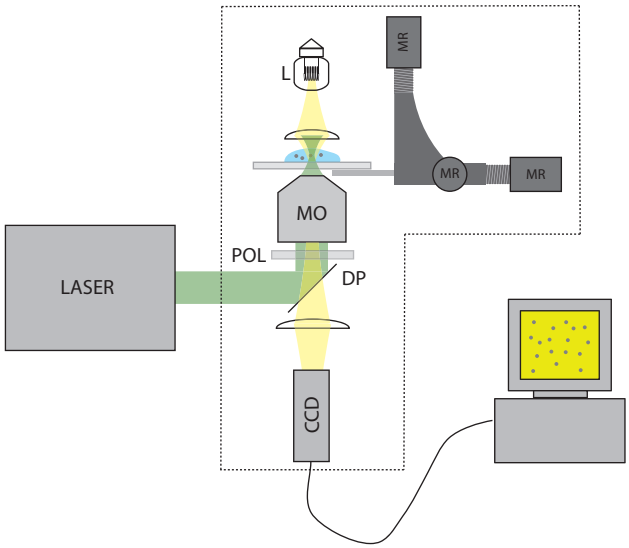
Optisten pinsettien kokeellissa toteutuksessa tarvitaan vain tiukkaan fokusoitu lasersäde, jonka avulla hiukkaset vangitaan, ja kuvantamisoptiikka, jota käytetään sekä vangitsemisprosessin seurantaan että mittaustulosten keräämiseen. Kaaviokuva laitteistosta on esitetty kuvassa 6. Laitteiston keskeisimmät komponentit – laser, mikroskoopin objektiivi ja kuvantamisoptiikka – käydään seuraavaksi lyhyesti läpi.



Kuva 5: (a) Pienen lasipallon (halkaisija 1 μm) Brownin liikettä vedessä. Hiukkasen liikeradan alku- ja loppupisteet on merkitty numeroin 1. ja 2. (b) Optisten pinsettien potentiaalikuopassa hiukkasen terminen liike on merkittävästi rajoitetumpaa. Tätä pientä liikehdintää voidaan käyttää optisten pinsettien jousivakion määrittämiseen ekvipartitioteoreeman avulla. Hiukkasten liikeradat on koottu 275 kuvan sarjoista.

Laserin tärkeimmät ominaisuudet pinsettitoiminnan kannalta ovat säteen spatiaalinen laatu, teho ja aallonpituus. Säteen laatu ja halkaisija määrittävät, miten hyvin säde fokusoituu näytetason tuntumassa ja miten voimakas intensiteettigradientti fokukseen syntyy. Käytetty valoteho vaikuttaa voimakkaasti vangitsemiskykyyn, ja pinsettien jousivakio on suoraan verrannollinen laserin tehoon. Aallonpituuden valinta puolestaan riippuu pinsettien käyttötarkoituksesta. Pienten lasipallojen vangitsemisessa näkyvän valon laser on paras vaihtoehto helpon asemoinnin ja käyttöturvallisuuden takia. Useimmiten kuitenkin optisilla pinseteillä halutaan tutkia biologisia näytteitä, jotka ovat herkkiä pienillekin lämpötilan muutoksille valon absorptiosta johtuen. Tällöin pinseteissä käytetään tyypillisesti lähi-infrapuna-alueen lasereita (esimerkiksi aallonpituudella 1064 nm), jolloin absorptio on pieni.

Mikroskoopin objektiivi on optisten pinsettien tärkein yksittäinen komponentti, sillä se määrää, miten suuri intensiteettigradientti fokustason tuntumaan syntyy. Jotta gradientti olisi riittävän suuri hiukkasten vangitsemiseen kolmessa dimensiossa, on useimmiten käytettävä öljy- tai vesi-immersio-objektiivia, jolla on suuri numeerinen aukko (NA = 1.2–1.4). Objektiivin fokusointikykyyn vaikuttaa myös sisääntulosäteen halkaisija. Mahdollisimman pienen fokuspisteen aikaansaamiseksi säteen halkaisijan on oltava vähintään yhtä suuri kuin objektiivin sisääntuloaukko. Koska lasersäteen tyypillinen halkaisija on vain 2–3 mm, ja esimerkiksi tässä työssä käytetyn objektiivin



Kuva 6: Kaaviokuva pinsettilaitteistosta. Kollimoitu lasersäde ohjataan dikromaattisen peilin (DP) avulla polarisaatio-optiikan (POL) kautta mikroskoopin objektiiville (MO), joka fokusoi säteen näytteeseen. Näytettä voidaan liikuttaa kolmessa ulottuvuudessa moottoroidulla xyz-translaattorilla, jota voidaan säätää myös käsin mikrometriruuveilla (MR). Näytettä valaistaan lampulla (L), ja vangitsemista seurataan CCD-kameralla. Mittaustulosten analysointi suoritetaan tietokoneelle tallennettujen kuvasarjojen pohjalta.

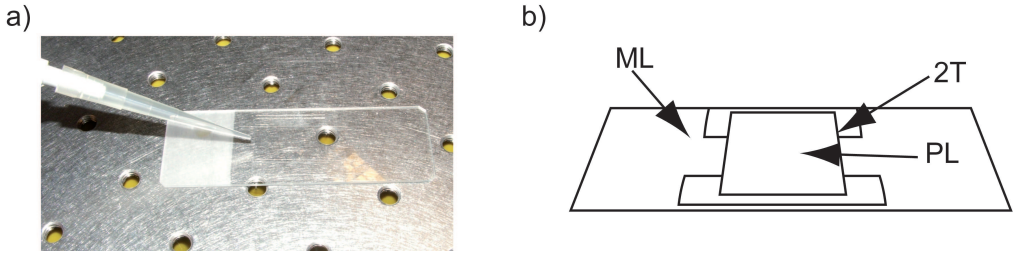
sisääntuloaukko on n. 7 mm, joudutaan säteen halkaisijaa laajentamaan.

Näytteen kuvantaminen tapahtuu tyypillisesti lasersäteen fokusoinnissa käytettävää objektiivia hyödyntäen; dikromaattinen peili heijastaa lasersäteen näytteeseen ja läpäisee riittävästi muita aallonpituuksia, jotta kuva lampun valaisemasta näytetasosta saadaan muodostettua CCD-kameralle.

6 Mittaukset

Työ jakautuu kahteen osaan. Ensin tutustutaan optisten pinsettien toimintaan ja kerätään aineistoa pinsettien jousivakion määrittämiseen yhtälön (39) perusteella. Tavoitteena on saada tuntuma optisten voimien suuruudesta. Näytteenä käytetään lasipalloja, joiden halkaisija on 1 μm.

Toisessa osassa tutkitaan valon kulmaliikemäärän hyödyntämistä kahtaistaittavien hiukkasten manipuloinnissa. Näytteenä käytetään kahtaistaittavia epäsäännöllisen muotoisia kalsiittihiukkasia, jotka ovat n. 5 μm:n kokoluokassa. Kokeessa käytetään puoli- ja neljäsosa-aaltolevyjä valon polarisaatiotilan



Kuva 7: (a) Näyte valmistetaan ruiskuttamalla hiukkasia sisältävää nestettä pipetillä mikroskooppilasin ja peitinlasin väliin. (b) Kaaviokuva näytekammiosta. Mikroskooppilasi (ML) ja peitinlasi (PL) on kiinnitetty toisiinsa kaksipuoleisella teipillä (2T).

muuttamiseen. Puoliaaltolevyllä voidaan kiertää sisääntulevan lineaaripolaroituneen valon polarisaatiosuuntaa. Neljäsosa-aaltolevy puolestaan muuttaa tulevan lineaaripolaroituneen valon elliptisesti polaroituneeksi. Elliptisyyden määrää aaltolevyn orientaatio. Aaltolevyn kiertäminen vastaa suoraan kulman ϕ muuttamista yhtälössä (8).

Seuraavassa yksityiskohtainen kuvaus työn etenemisestä.

1. Tutustu mittauslaitteistoon assistentin ohjeistuksella ja kalibroi tehomittaus. Vertaa lasersääteen valotehoa mikroskoopin objektiivin sisäänmenossa ja mittauspisteessä, jossa tehomittaria pidetään mittausten aikana. Näin saat tehon laskemiseen tarvittavan suhdeluvun. Tee mittaus vähintään kolmella eri tehon arvolla saadaksesi luotettava tulos.

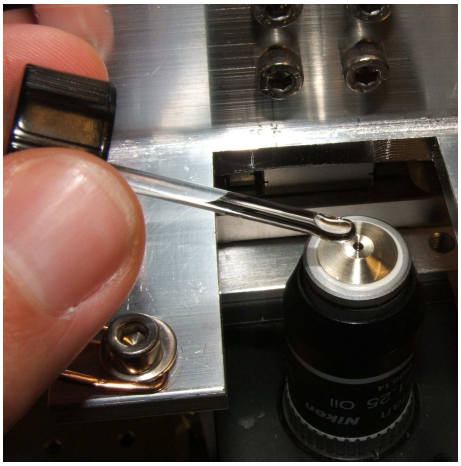
2. Valmista näyte 1 μm:n lasipalloista: ota pipetillä pieni määrä liuosta ja pipetoi se näytekammioon kuvan 7 mukaisesti.

3. Tiputa mikroskoopin objektiivin kärkeen pisara immersioöljyä ja aseta näyte mikroskooppiin (kuva 8). Muista asettaa näyte oikeinpäin (peitinlasi alaspäin). Tarkista myös, että näytepidin on tarpeeksi korkealla niin, ettei näyte törmää objektiiviin.

4. Laske näytettä varovasti alaspäin kunnes havaitset kuvassa tietokoneen ruudulla lasipalloja. Näytettä voidaan liikuttaa kiertämällä siirtopöydän mikrometriruuveja tai ohjainsauvalla.

5. Liikuta näytettä ja kaappaa hiukkasia pinseteillä.

6. Tallenna kuvasarjoja hiukkasen liikkeestä pinseteissä eri valotehoilla pinsettien jousivakion määrittämiseksi. Kunkin kuvasarjan tulisi koos-



Kuva 8: Immersioöljyn levittäminen mikroskoopin objektiiviin.

tua n. 300 kuvasta. Käytä kuvausnopeutena noin 15 kuvaa/s. Assistentti opastaa kuvien tallentamisessa.

7. Poista näyte mikroskoopista ja valmista uusi näyte kalsiittihiukkasista samalla tavalla kuin lasipallojen tapauksessa.

8. Säädä näytteen etäisyyttä objektiivilinssistä niin, että havaitset kalsiittihiukkaset tietokoneen ruudulla.

9. Vangitse kalsiittihiukkanen ja tutki lineaaripolarisaation suunnan vaikutusta hiukkasen orientaatioon pyörittämällä puoliaaltolevyä 10° välein. Tallenna kuva joka mittauspisteestä. Assistentti opastaa kuvien tallentamisessa.

10. Korvaa puoliaaltolevy neljäsosa-aaltolevyllä ja tutki polarisaatiotilan elliptisyyden vaikutusta hiukkasen pyörimisnopeuteen. Mittaa pyörimisnopeus aaltolevyn kulman funktiona seuraavasti. Hae ensin neljäsosa-aaltolevyn orientaatio, jolla hiukkanen selvästi pyörii. Kierrä seuraavaksi aaltolevyä 2°–5° välein kunnes hiukkanen pysähtyy. Kierrä sen jälkeen aaltolevy takaisin ensimmäiseen mittauspisteeseen ja toista mittaus 2°–5° välein toiseen suuntaan, kunnes taas saavutat asennon, jossa hiukkasen liike pysäh tyy. Määritä hiukkasen pyörimisnopeus jokaisessa mittauspisteessä tallentamalla kuvasarja vähintään 20 sekunnin yli (15 kuvaa/s). Assistentti opastaa kuvien tallentamisessa.

11. Vertaile oikea- ja vasenkätisesti ympyräpolaroidun valon vaikutusta hiukkasen liiketilaan: Kaappaa kalsiittihiukkanen ja saata se pyörimään

kiertämällä aaltolevyä. Talleta lyhyt kuvasarja pyörimisestä. Kierrä aaltolevyä 90° ja talleta toinen kuvasarja pyörimisestä.

Muista seuraavat asiat:

- Kirjoita aina muistiin mittauksessa käyttämäsi valoteho.
- Hiukkasten orientaatioon liittyvissä kokeissa on helpointa tutkia hiukkasia, jotka ovat riittävän epäsäännöllisiä, jolloin niiden orientaatio on helppo määrittää.
- Työselostuksessa muista aina pohtia ja tulkita tuloksiasi. Yritä ymmärtää saamasi tulokset!

7 Laserturvallisuus

Työssä käytettävä laser kuuluu turvallisuusluokkaan IV, ja pinsettisovelluksessa valoteho on maksimissaan joitakin kymmeniä milliwatteja. Käytetyn laserin aallonpituus on 1064 nm, jota ei pysty havaitsemaan paljain silmin. Vertailun vuoksi todettakoon, että kynänmalliset laserosoittimet kuuluvat tyypillisesti luokkaan I (teho n. 1 mW). Käytettävä laservalo aiheuttaa vaaran vain silmään osuessaan, eikä vauroita esim. käsien ihoa. Lasereiden kanssa työskennellessä on syytä pitää mielessä seuraavat nyrkkisäännöt:

- Älä koskaan katso suoraan lasersäteeseen. Tämä koskee myös heijastuneita säteitä.
- Älä asetu siten, että silmäsi ovat samalla tasolla lasersäteen kanssa (esim. istuessa).
- Estä säteen kulku silloin kun sitä ei tarvita.
- Varmin tapa suojautua laservalolta on suojalasien käyttö. **Käytä suojalaseja koko työn ajan!**
- **Noudata assistentin antamia ohjeita!**

8 Esitehtävät

1. Miten hiukkanen, jonka taitekerroin on pienempi kuin sitä ympäröivän nesteen, käyttäytyy sädeoptisen tarkastelun mukaan tiukkaan fokusoidussa kentässä?
2. Mikä on verrannollisuuskertoimen A lauseke yhtälössä (19).

9 Työselostus

1. Kerro lyhyesti ja ytimekkäästi optisten pinsettien toimintaperiaatteesta, sekä valon polarisaation käsitteestä. Kaikkia työohjeen yksityiskohtia ei kannata lähteä selittämään uudestaan. Mieti mitkä ovat mittausten kannalta oleellisimpia asioita. Käy läpi sekä sädeoptinen että aaltooptinen malli. Suora kopiointi (copy/paste) työohjeesta ei ole sallittua.

2. Käy läpi mittaustulosten käsittelyssä tarvittavat yhtälöt. Miten pinsettien jousivakio määritetään? Miksi kahtaistaittava hiukkanen alkaa pyöriä elliptisesti polaroidun valon vaikutuksesta? Miten pyörimisnopeus ja muotoparametri D määritetään?

3. Kuvaa mittausjärjestelyt siten, että ne voisi toistaa kuvauksen perusteella.

4. Selvitä miten mittaustulokset on analysoitu ja kerro lyhyesti kuvankäsittelystä. Kerro miten virherajat määritetään.

5. Määritä pinsettien jousivakion riippuvuus lasertehosta sekä x- että y-suunnassa käyttäen keräämiäsi kuvasarjoja. Piirrä kuvaajat ja muista virherajat. Pohdi mistä mahdolliset erot jousivakioissa johtuvat. Tätä tehtävää varten sinun on määritettävä hiukkasen paikka optisissa pinseteissä.

6. Pohdi optisten pinsettien kohdistaman voiman suuruusluokkaa sekä pinseteillä mitattavissa olevien voimien suuruutta.

7. Kuvaile valon polarisaatiotilan (lineaarinen, vasen- ja oikeakätinen ympyräpolarisaatio, elliptinen) vaikutusta kahtaistaittavien hiukkasten orientaatioon ja liikkeeseen. Selitä havaintosi.

8. Analysoi kalsiittihiukkasen orientaation riippuvuus lineaarisen polarisaation suunnasta. Mikä on hiukkasen orientaation ja puoliaaltolevyn asennon välinen relaatio? Käytä kuvia ja kuvaajia analyysin tukena.

9. Määritä hiukkasen pyörimisnopeus neljäsosa-aaltolevyn orientaatiosta analysoimalla mittaamiasi aikasarjoja. Vertaile saamaasi pyörimisnopeuden riippuvuutta aaltolevyn asennosta työohjeessa esitettyyn teoriaan. Määritä parametrin D arvo kuvaajasta yhtälön (26) avulla. Muista virherajat.

10. Miten vasen- ja oikeakätinen ympyräpolarisaatio vaikuttaa kalsiittihiukkasen pyörimiseen?

11. Kertaa tulokset lukuarvoineen ja virherajoineen yhteenvedossa. Pohdi tulosten luotettavuutta ja miten mittausta voisi parantaa.

Viitteet

[1] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, *Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles*, Optics Letters **11**, 288–290 (1986).

[2] J. R. Moffitt, Y. R. Chemla, S. B. Smith, and C. Bustamante, *Recent Advances in Optical Tweezers*, Annual Review of Biochemistry **77**, 205?228 (2008).

[3] A. Ashkin, *Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime*, Biophysical Journal **61**, 569–582 (1992).

[4] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and scattering of light by small particles*, Wiley Interscience, New York, 1983.

[5] P. W. Milonni and J. H. Eberly, *Lasers*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1988.

[6] F. L. Pedrotti, L. S. Pedrotti and L. M. Pedrotti, *Introduction to Optics 3rd Ed.*, Pearson Addison Wesley, 2007.

[7] M. E. J. Friese, T. A. Nieminen, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, *Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles*, Nature **394**, 348–350 (1998). [kts. myös erratum: Nature **395**, 621 (1998)].

[8] L. Allen, S. M. Barnett, and M. J. Padgett (toim.), *Optical angular momentum*, IOP Publishing, Bristol, 2003.

[9] D. N. Moothoo, J. Arlt, R. S. Conroy, F. Akerboom, A. Voit, and K. Dholakia, *Beth's experiment using optical tweezers*, American Journal of Physics **69**, 271–276 (2001).

[10] P. Nakroshis, M. Amoroso, J. Legere, and C. Smith, *Measuring Boltzmann's constant using video microscopy of Brownian motion*, American Journal of Physics **71**, 568–573 (2002).