

## Laskuharjoitus 3. Signaalit

### Tehtävä 3.1. (1 p.)

#### Kysymys

Valon etenemisnopeus väliaineessa riippuu väliaineen taitekertoimesta. Oletetaan, että valokaapelilla A taitekerroin on 1,5000 ja valokaapelilla B taitekerroin on 1,5001. Kummassa kaapelissa signaali etenee pitemmälle yhden millisekunnin aikana ja kuinka suuri ero etenemismatkoissa syntyy?

#### Ratkaisu

Valon nopeus tyhjiössä on 299 792 458 m/s (tässä voi käyttää myös likiarvoa 300 000 000 m/s).

- Kaapelilla A saadaan matkaksi 199 861,6 m
- Kaapelilla B saadaan matkaksi 199 848,3 m

Eli ero on noin 13,3 m.

### Tehtävä 3.2. (2 p.)

#### Kysymys

Vastaanotetun signaalin teho on 0,20 nW ja vastaanottimen kaistanleveys on 100 kHz. Signaalin lisäksi vastaanottimeen tulee kohinaa tehoilla -80 dBm ja -85 dBm.

- a) Mikä on Shannonin kaavan mukainen teoreettinen siirtokyky?
  - b) Entä jos vastaanottimen kohinat (-80 dBm ja -85 dBm) kohdistuvat kahdelle eri 50 kHz:n kaistalle siten, että signaalin teho molemmilla kaistoilla on 0,10 nW? Mikä on tällöin kahden kaistan yhteenlaskettu teoreettinen siirtokapasiteetti?
  - c) Entä mikä on teoreettinen siirtokapasiteetti, jos signaalin koko teho (0,20 nW) laitetaan pienemmän kohinan kaistalle (-85 dBm, 50 kHz)?
- Seuraavaksi oletetaan, että signaalin teho onkin vain 0,01 nW, mutta muut arvot pysyvät samoina. Vertaa kahta eri ratkaisua Shannonin kaavan perusteella:
- d) Signaalin teho on molemmilla kaistoilla erikseen 0,005 nW
  - e) Koko lähetysteho laitetaan pienemmän kohinan kaistalle siten että vastaanottoteho on kyseisellä kaistalla 0,01 nW.

#### Ratkaisu

Shannonin kaava on muotoa:

$$C = B \log_2(1 + S/N) \left[ \frac{\text{bit}}{s} \right]$$

Tehtävänä on siis laskea kanavan kapasiteetti, kun tunnetaan signaalin teho (S), kohinateho (N) ja kaistanleveys (B). Periaatteessa helppoa, mutta erityisesti täytyy olla tarkkana yksiköiden kanssa. Kaavassa tehot ovat watteina (tai periaatteessa millä tahansa "lineaarisella" tehoasteikolla). Kohina täytyy siten muuntaa tehoasteikolle, jotta Shannonin kaavaa voidaan soveltaa. Tässä tehtävässä kohinat ovat (huomaa että asteikoksi vaihdetaan nanowatti, koska signaalin voimakkuus on kerrottu nanowatteina):

$$-80 \text{ dBm} = 10^{-80/10} \text{ mW} = 0,0100 \text{ nW}$$

$$-85 \text{ dBm} = 10^{-85/10} \text{ mW} = 0,0032 \text{ nW}$$

Yhteensä kohinaa on siis 0,0132 nW.

Kun signaalin teho on 0,2 nW ja kaistanleveys on 100 kHz, niin teoreettiseksi kapasiteetiksi saadaan:

$$C = 100000 \log_2(1 + 0,2/0,0132) = 402 \text{ kbit/s}$$

Tämä oli siis a-kohdan vastaus. Vastaavasti b-kohdassa saadaan:

$$C = 50000 \log_2(1 + 0,1/0,0100) + 50000 \log_2(1 + 0,1/0,0032) = 424 \text{ kbit/s}$$

c-kohdassa saadaan:

$$C = 50000 \log_2(1 + 0,20/0,0032) = 300 \text{ kbit/s}$$

Tässä tapauksessa esitetyistä vaihtoehtoista paras on siis jakaa lähetysteho tasan kahdelle 50 kHz:n kaistalle.

d-kohdassa saadaan

$$C_{-80\text{dB}} = 50000 \log_2(1 + 0,005/0,01) = 29,2 \text{ kbit/s}$$

$$C_{-85\text{dB}} = 50000 \log_2(1 + 0,005/0,0032) = 68,4 \text{ kbit/s}$$

eli yhteensä 97,6 kbit/s.

e-kohdassa

$$C_{-80\text{dB}} = 50000 \log_2(1 + 0,01/0,0032) = 103 \text{ kbit/s}$$

eli hieman suurempi kuin d-kohdassa.

### Huomioita

Kohdissa a-c tehon jakaminen tasan kahdelle 50 kHz:n kaistalle ei ole aivan optimaalista, mutta hyvin lähellä sitä (mutta tätä optimointia ei siis kysytty tehtävässä). Sen sijaan, kun kohinateho on huomattavan suuri, kannattaa joskus kaikki teho käyttää paremmalla kaistalla.

Vaikka desibeli on monesti käytännöllisin tapa esittää tehoja, se on jossain määrin hankala mieltää oikein, jos sitä ei ole tottunut käyttämään. Desibeleillä laskemista kannattaa siis harjoitella erikseen. Huomatkaa myös, että esimerkiksi -80 dBm on suurempi teho kuin -85 dBm. Koska miinusmerkkinen arvo tarkoittaa alle mW tehoa, mitä enemmän negatiivinen, sitä pienempi teho). Suuruusluokkien kanssa on syytä olla tarkkana; radiotekniikassa tehot ovat usein erittäin pieniä, nW tai pW tasoa tai jopa senkin alle.