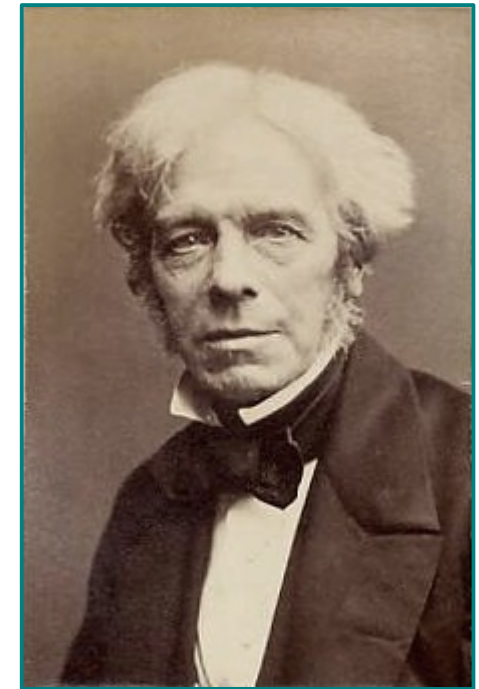
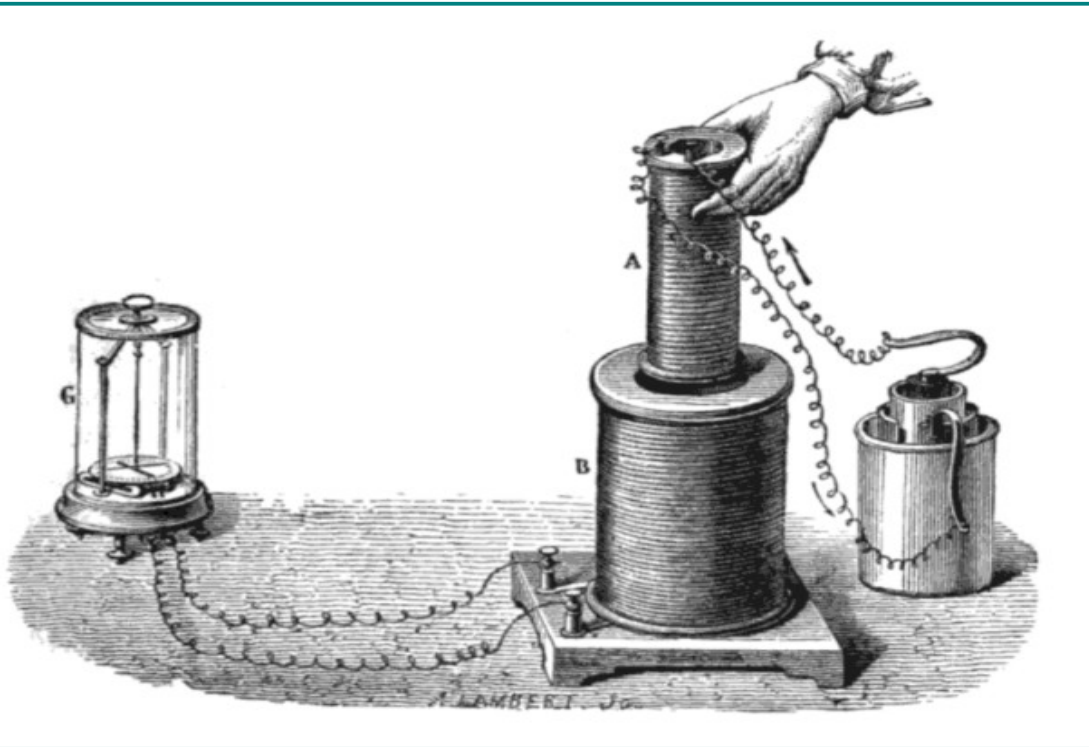


# Sähkömagneettinen induktio

Vuonna 1831 Michael Faraday huomasi jotakin, joka muuttaisi maailmaa: *sähkömagneettisen induktion*. (“Magneto-electricity”)



M. Faraday  
(1791-1867)



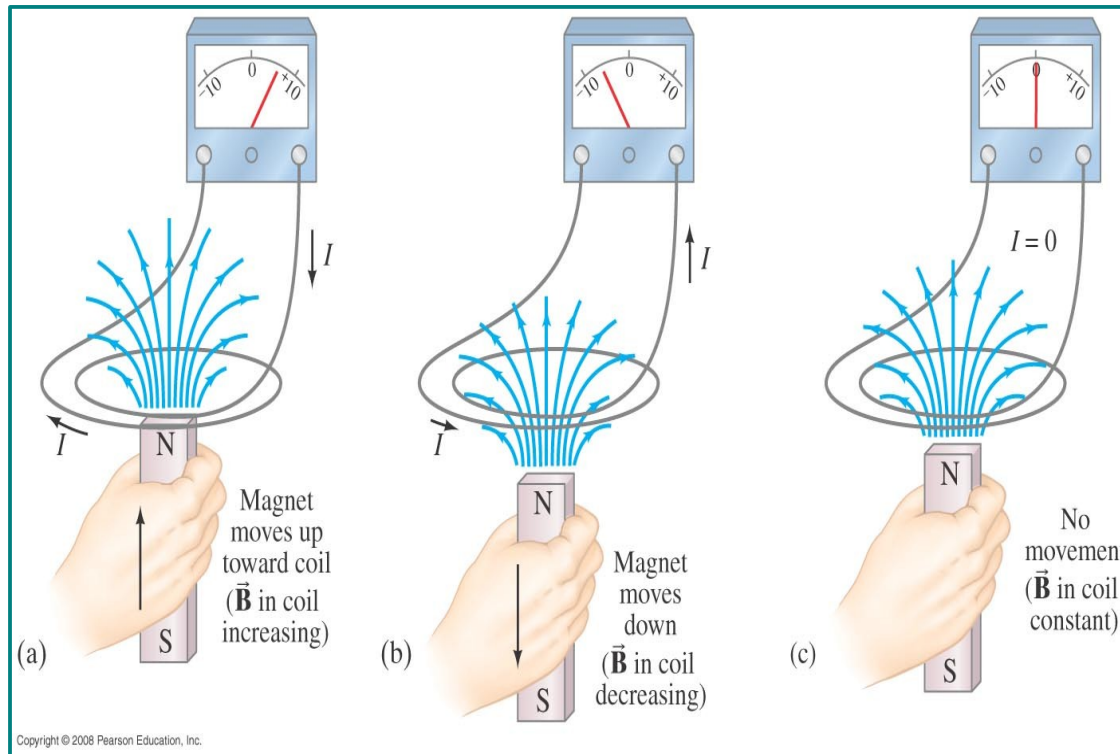
Aalto-yliopisto  
Perust  
korkea

M. Faraday: Experimental researches in electricity

Lähde: openlibrary.org

# Sähkömagneettinen induktio eli mitä Faraday huomasi

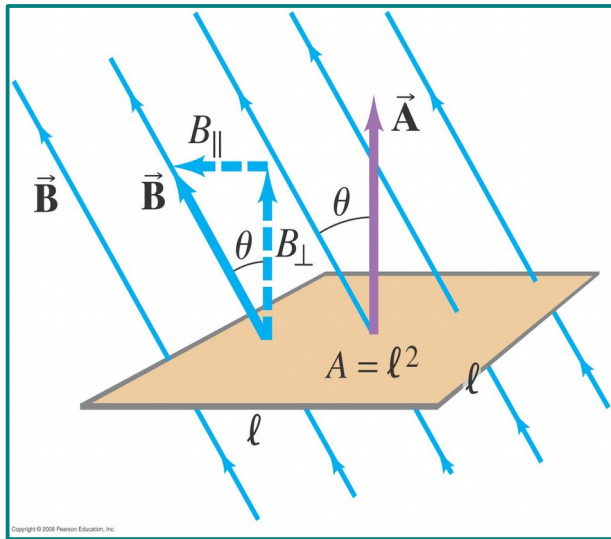
Magneettikentän muutos ajassa synnyttää johtimeen virran eli varausten liikettä (paikassa).



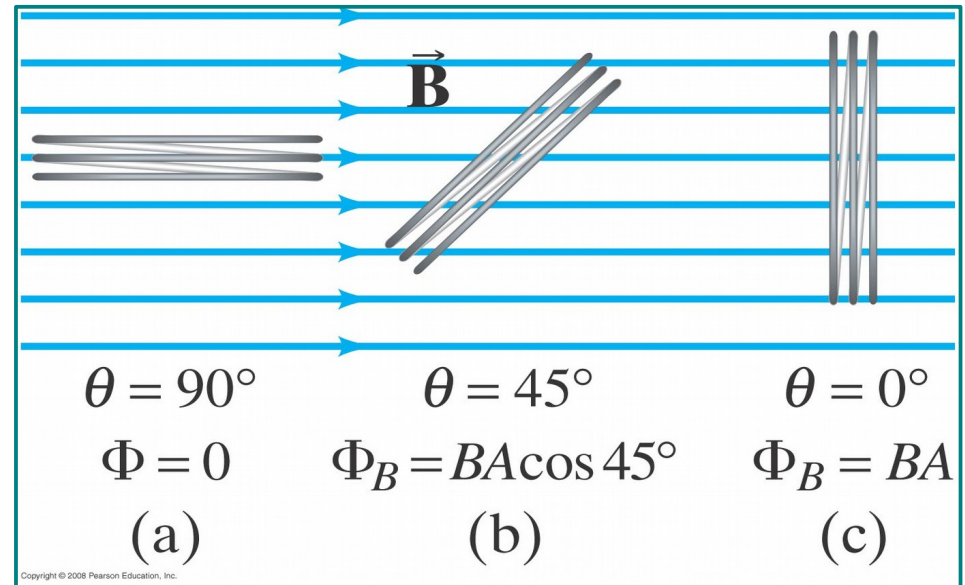
Miksi tämä on vähintäänkin outoa?

- Sähkö ja magnetismi ovatkin siis tiiviisti yhdessä.
- **Magneettikentän** pitää muuttua *ajan suhteen*, jotta jotakin tapahtuisi.
- Virta syntyy, kun **sähkökenttä** vaikuttaa varauksiin → induktiojännite

# Sähkömagneettinen induktio – miten se menee tarkasti ottaen?



1. Tarvitaan vanha ystävämme: *vuo* – tässä tapauksessa *magneettikentän vuo pinnan läpi* eli  $\Phi_B$ .



2. Kirjoitetaan sitten, mitä Faraday huomasi: kun vuo muuttuu ajassa, niin syntyy induktiojännite.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Negatiivisen etumerkin merkitys selviää kohta

# Sähkömagneettinen induktio – jotakin uupuu

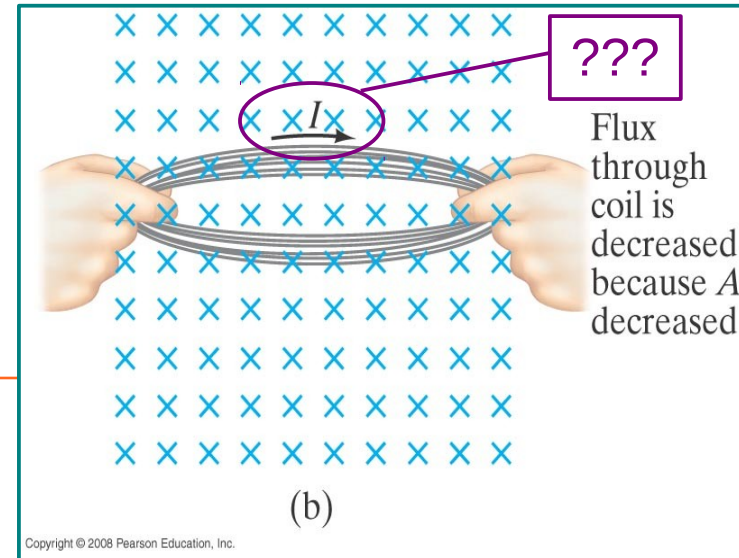
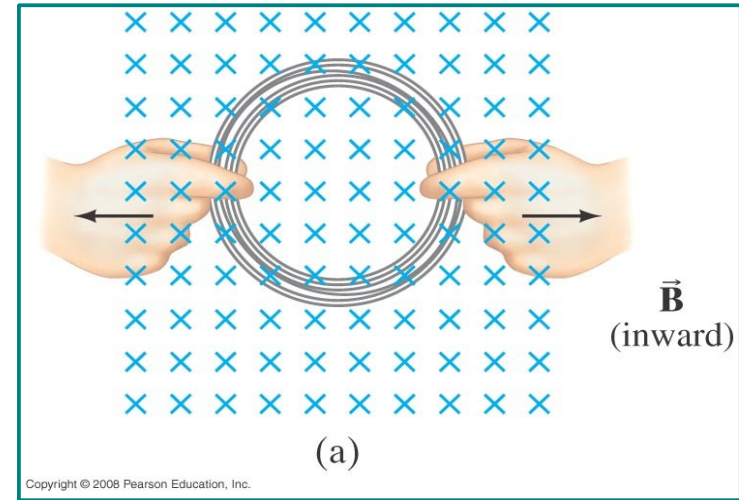
Faradayn induktiolaki on nerokas muttei ota kantaa, kumpaan suuntaan jännite indusoituu.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Avun tarjoaa *Lenzin laki*: jännitteen suunta on sellainen, että syntynyt virta pyrkii vastustamaan magneettivuon muutosta.



Heinrich Friedrich Emil Lenz  
(1804 – 1865)

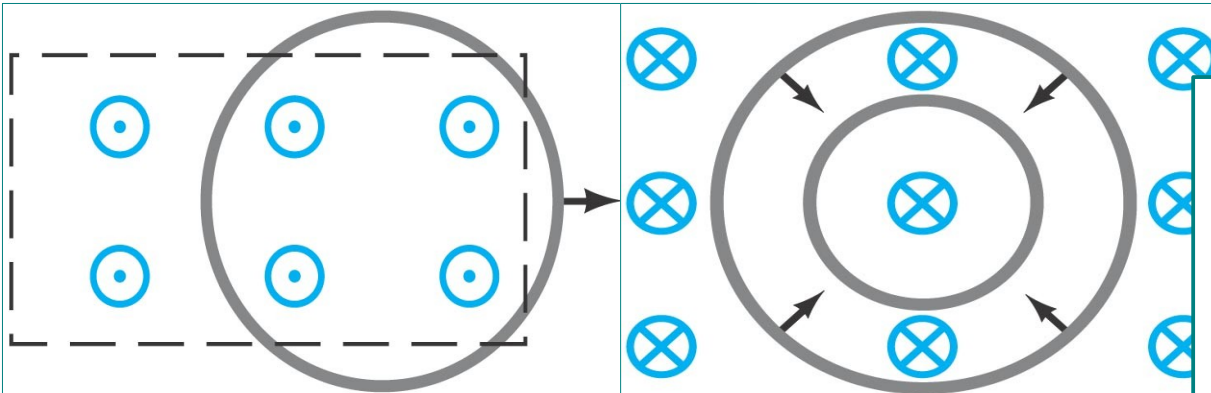


# Sähkömagneettinen induktio – Lenzin laki

Vastapäivään:



Myötäpäivään:

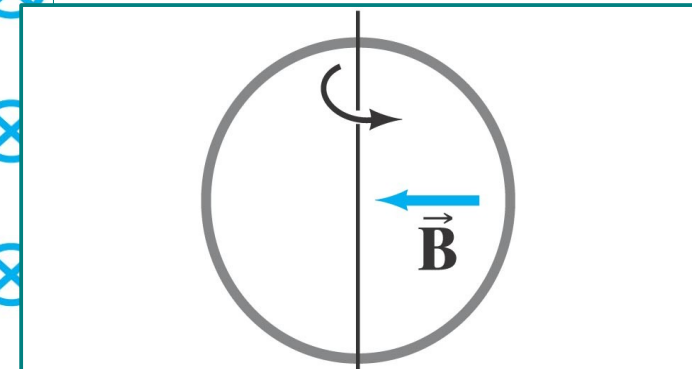


(a)

Pulling a round loop the right out of a magnetic field which points out of the page

(b)

Shrinking a loop in a magnetic field pointing into the page



(e)

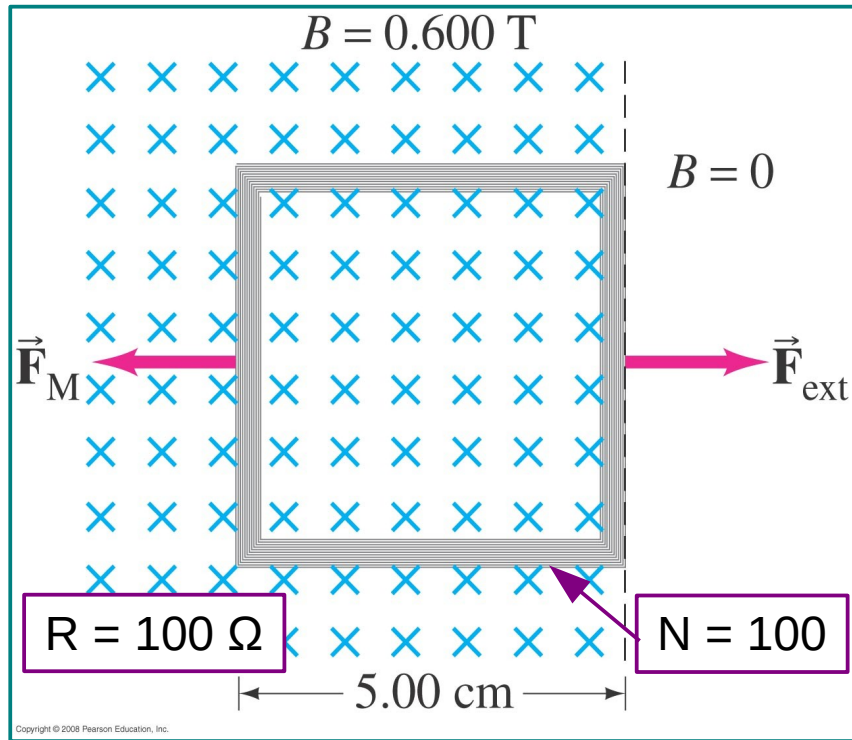
Rotating the loop by pulling the left side toward us and pushing the right side in; the magnetic field points from right to left

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

# Sähkömagneettinen induktio – Faradayn laki



Käämi vedetään pois magneetikentästä tasaisesti  $0,1$  sekunnissa.

Mitä tapahtuu?

Muuttuuko magneetikenttä  $B$ ?

Ei

Muuttuuko magneetivuo  $\Phi$  käämin läpi?

Kyllä.  $\Phi: BA = 1,5 \cdot 10^{-3}\text{ Wb} \rightarrow 0\text{ Wb}$

$$E = P\Delta t = 2,25\text{ mJ} = W$$

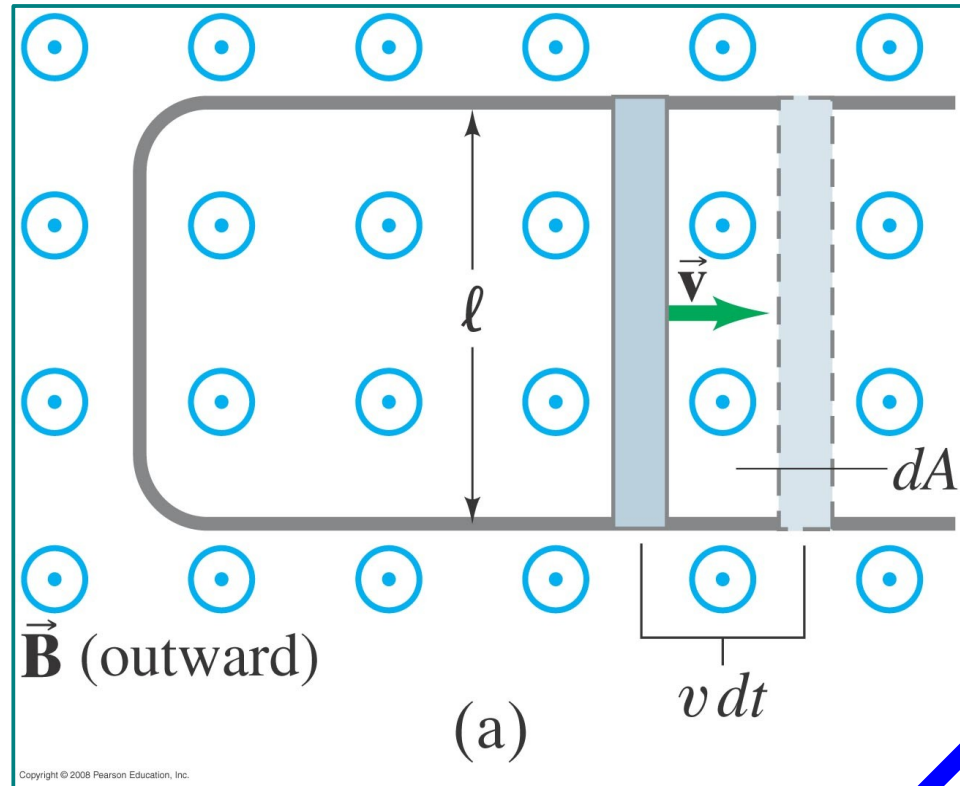
$$F_{\text{ext}} = \frac{W}{d} = 0,0450\text{ N}$$

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 1,50\text{ V}$$

$$I = 15,0\text{ mA}$$

$$P = RI^2 = 2,25 \cdot 10^{-2}\text{ W}$$

# Sähkömagneettinen induktio – Faradayn laki



Muuttuuko magneetikenttä **B**?

Ei

Muuttuuko magneetivuo  $\Phi$  silmukan läpi?

Kyllä.  $d\Phi = B dA = B\ell dx = B\ell v dt$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B\ell v dt}{dt} = B\ell v$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B\ell v}{R}$$

$$F_{\text{ext}} = I\ell B = \frac{B^2 \ell^2}{R} v$$

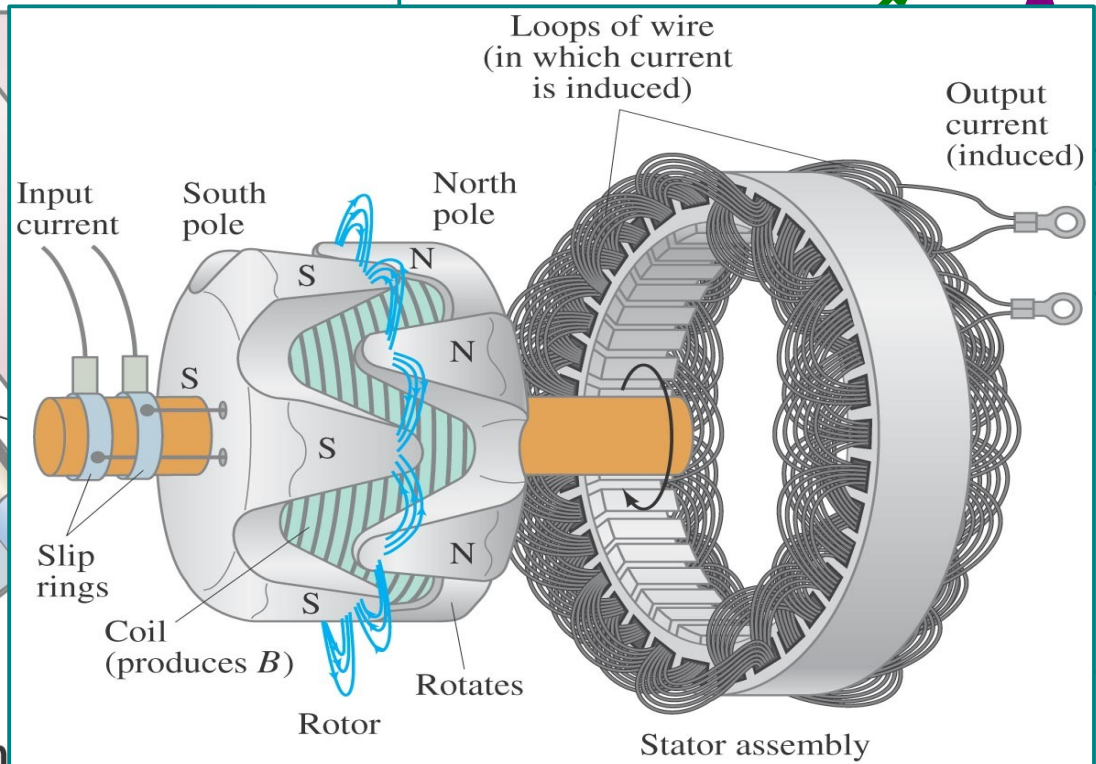
$$P_{\text{ext}} = F_{\text{ext}} v = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R} = RI^2 = P_R$$

# Sähkömagneettinen induktio – Faradayn laki

Miksi Faradayn keksintö muutti maailmaa?

$$\Phi = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

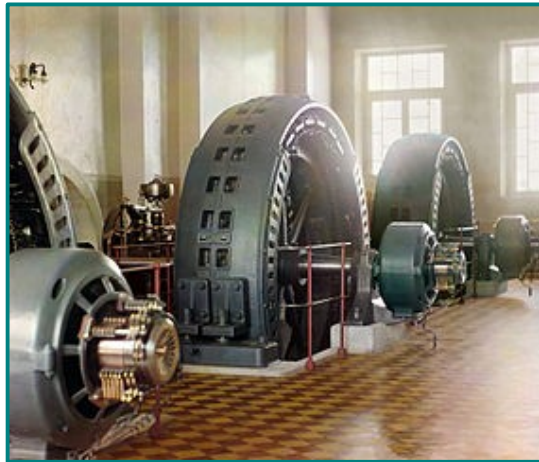
$$\mathcal{E} = -BA \frac{d}{dt} \cos \omega t = BA\omega \sin \omega t$$



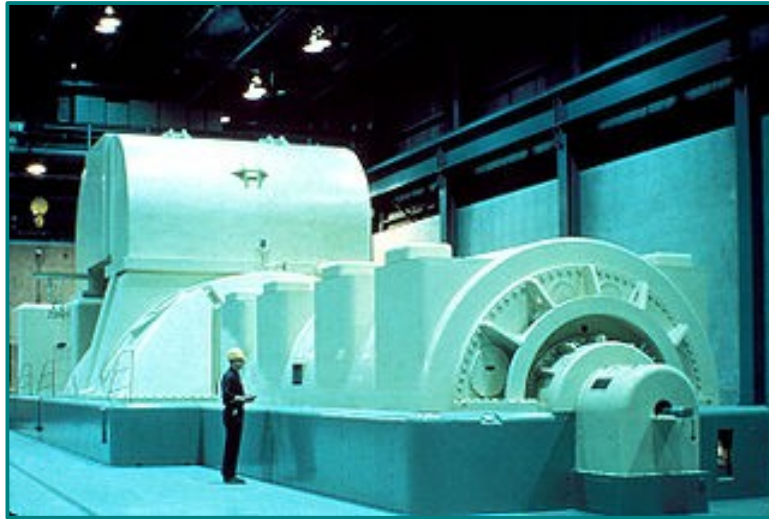
te on  
ista



# Sähkögeneraattoreita



Vesivoimalan generaattoreita,  
1900-luvun alku



Höryturbiinigeneraattori  
ydinvoimalasta,  
nykyaika



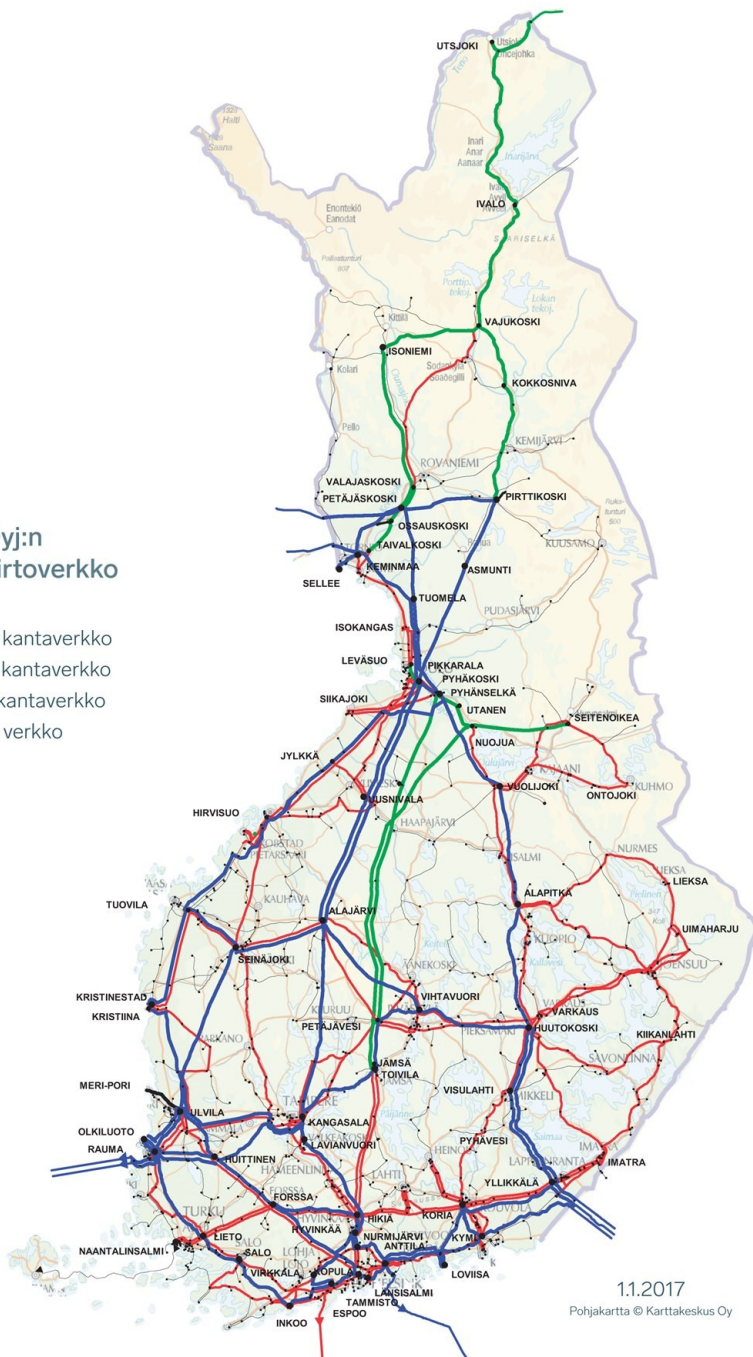
Dieselgeneraattori,  
nykyaika

# Sähkögeneraattoreiden paikat

- Pohjoisen vesivoima
- Ydinvoimalat
- Yhteydet Ruotsiin, Viroon ja Venäjälle
- Metsäteollisuuspaikkakunnat

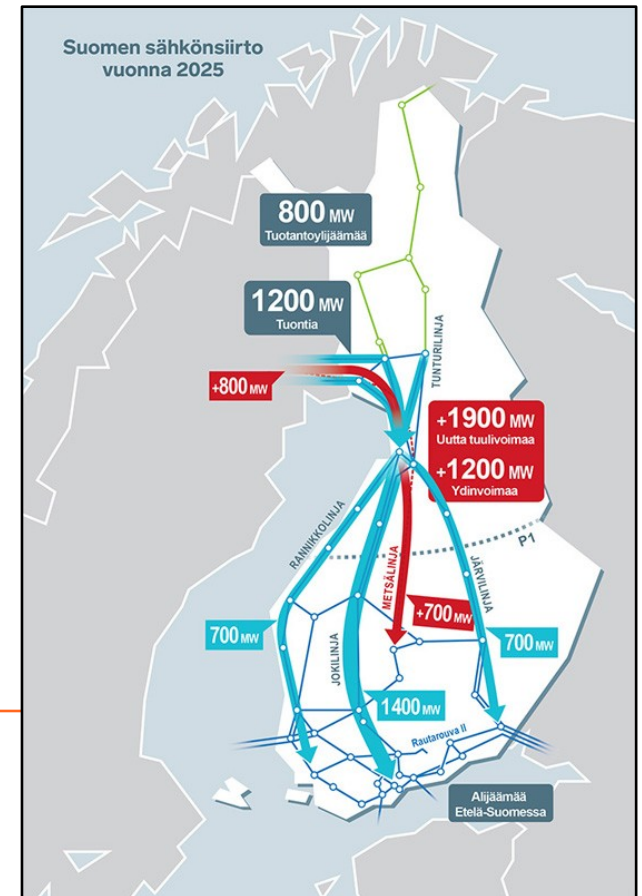
Fingrid Oyj:n voimansiirtoverkko 1.1.2017

- 400 kV kantaverkko
- 220 kV kantaverkko
- 110 kV kantaverkko
- muiden verkko



1.1.2017  
Pohjakartta © Karttakeskus Oy

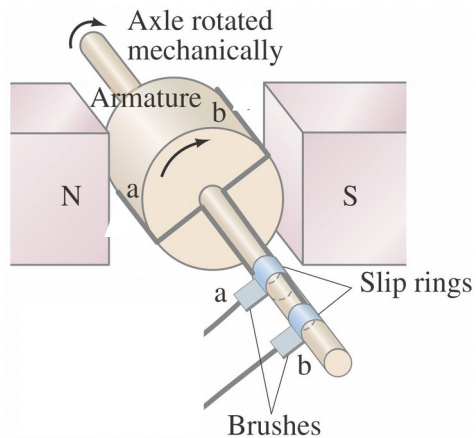
## Tulevaisuudessa:



# Sähkömekaaninen tehosiirto

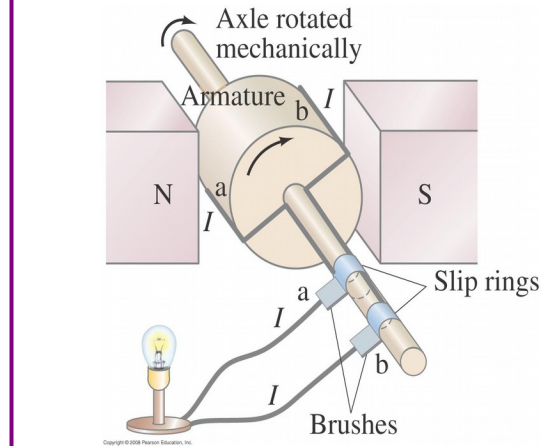
Kaksi tekijää: induktio ja johtimeen kohdistuva voima

## Generaattori



Sähköpiiri avoin

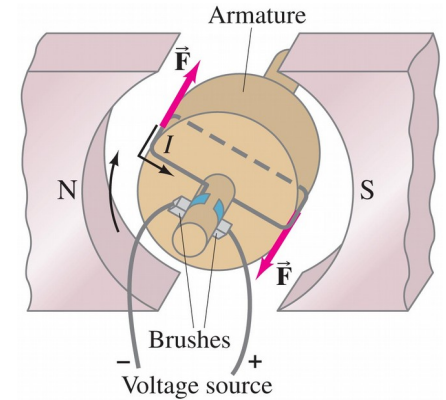
- virta ei kulje
- generaattorin käämitykseen ei kohdistu magneettisia voimia
- akselin pyörittämiseen tarvitaan vain vähän mekaanista työtä



Sähköpiiri suljettu

- virta kulkee
- generaattorin käämitykseen kohdistuu magneettinen voima
- akselin pyörittämiseen tarvitaan enemmän mekaanista työtä

## Moottori



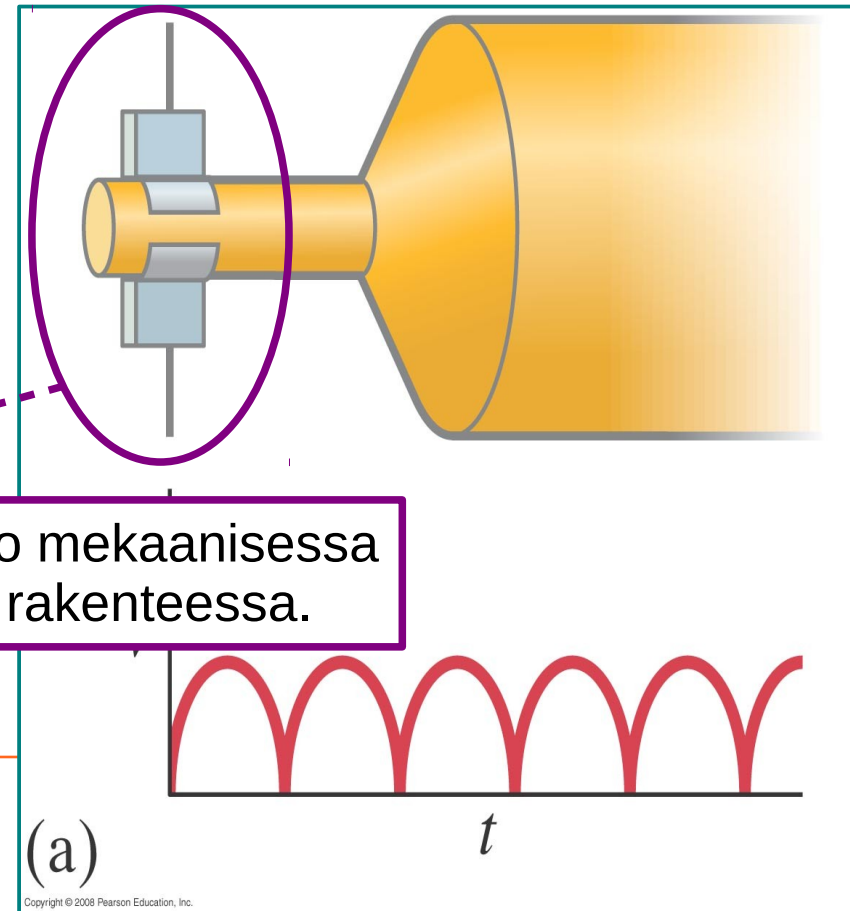
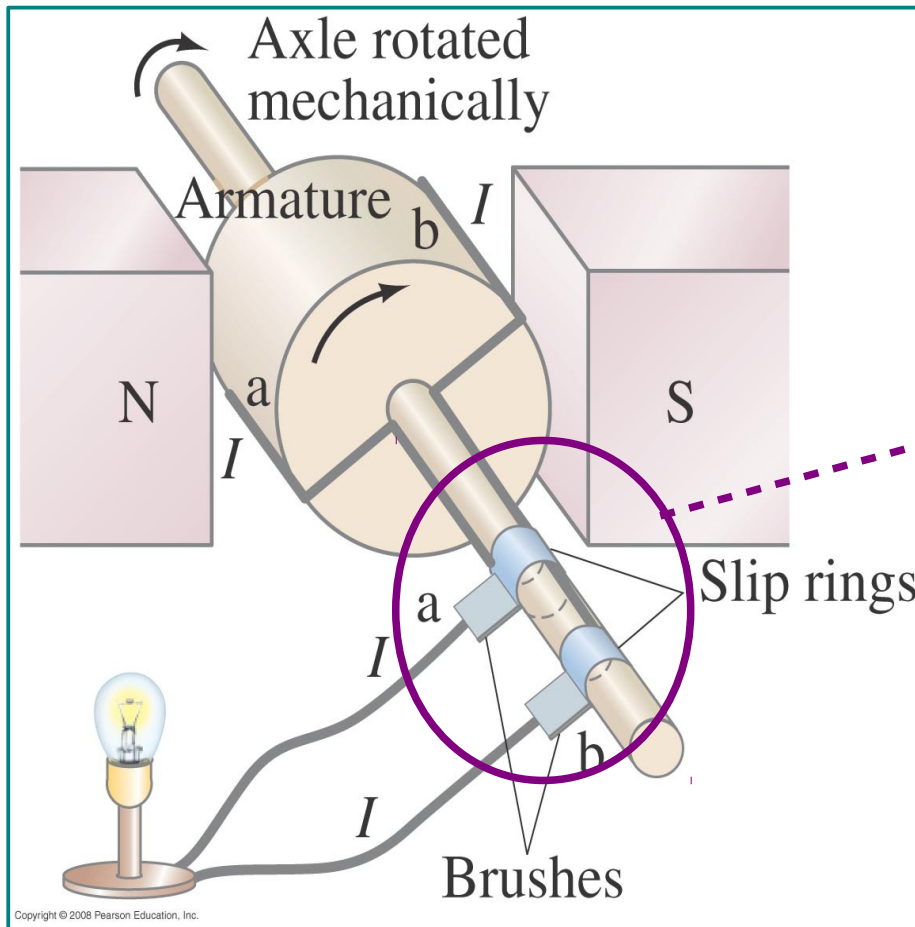
Magneettinen voima alkaa pyörittää roottoria

- aluksi vastusvoimat pieniä
- kun roottorin kulmanopeus kasvaa, alkaa sen käämitykseen indusoitua kasvava jännite  $\mathcal{E}$
- tasapainossa indusoitunut jännite on yhtä suuri kuin ulkoinen jännite

# Sähkömagneettinen induktio – tasa- vai vaihtojännite?

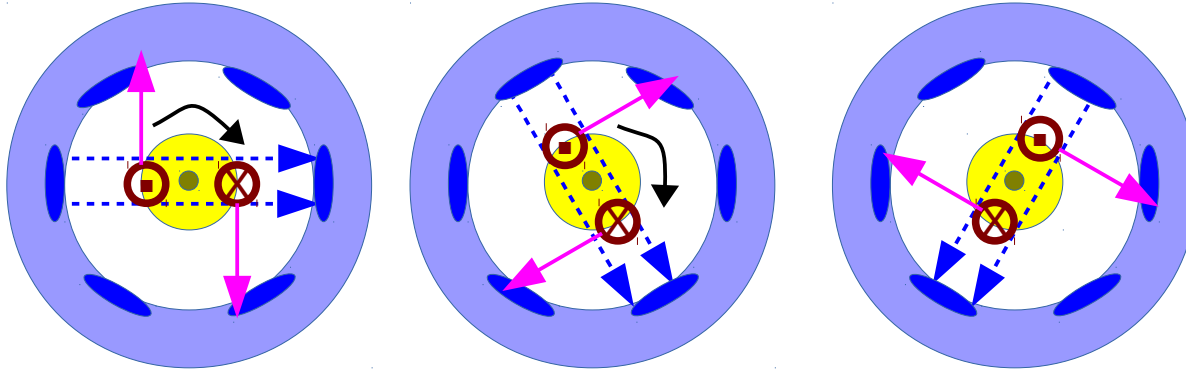
Käytännössä kaikki pyörivät generaattorit tuottavat ensin vaihtojännitettä.

Nykyisin yhä enemmän: tasasuuntaus elektroniikan avulla.

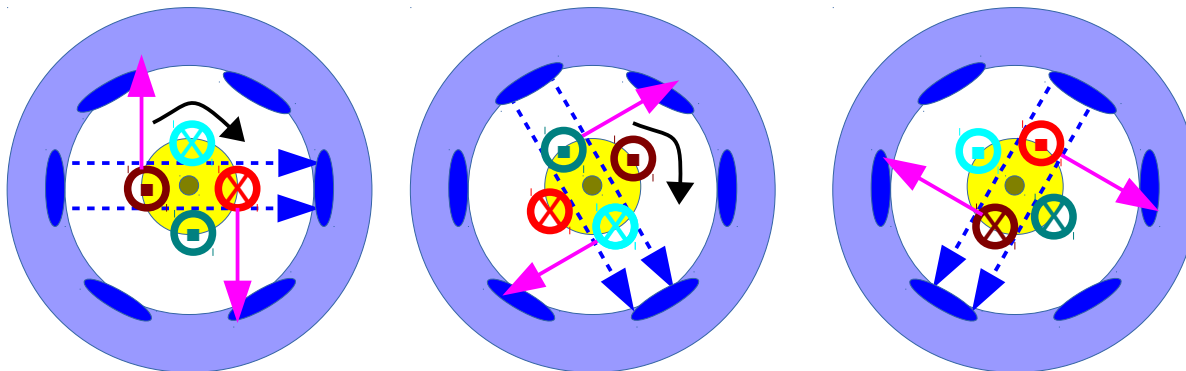


# Entäpä sähkömoottori?

Versio 3: Tahtimoottori: Virransyöttö roottorille haasteena



Versio 4: Epätahti- eli oikosulkumoottori: Roottori pyörii nopeammin kuin staattorin magneettikenttä → magneettivuo roottorin käämien läpi muuttuu → roottoriin indusoituu jännite → jännite synnyttää sähkövirran → ulkoista virransyöttöä ei tarvita



# Generaattori & Moottori

## ETUOIN VAKIO- kierroksista

Lappeenrantalainen Visedo on kehittänyt hybridijärjestelmän, jonka ansiosta dieselmoottoireita voidaan ajaa optimikierrosnopeudella. Tällöin hyötysuhde on hyvä osakuormitustilanteessakin.

JANNE TERVOLA Grafiikka ERIC LERAILLEZ Ulkoasu LEILA NURMINEN

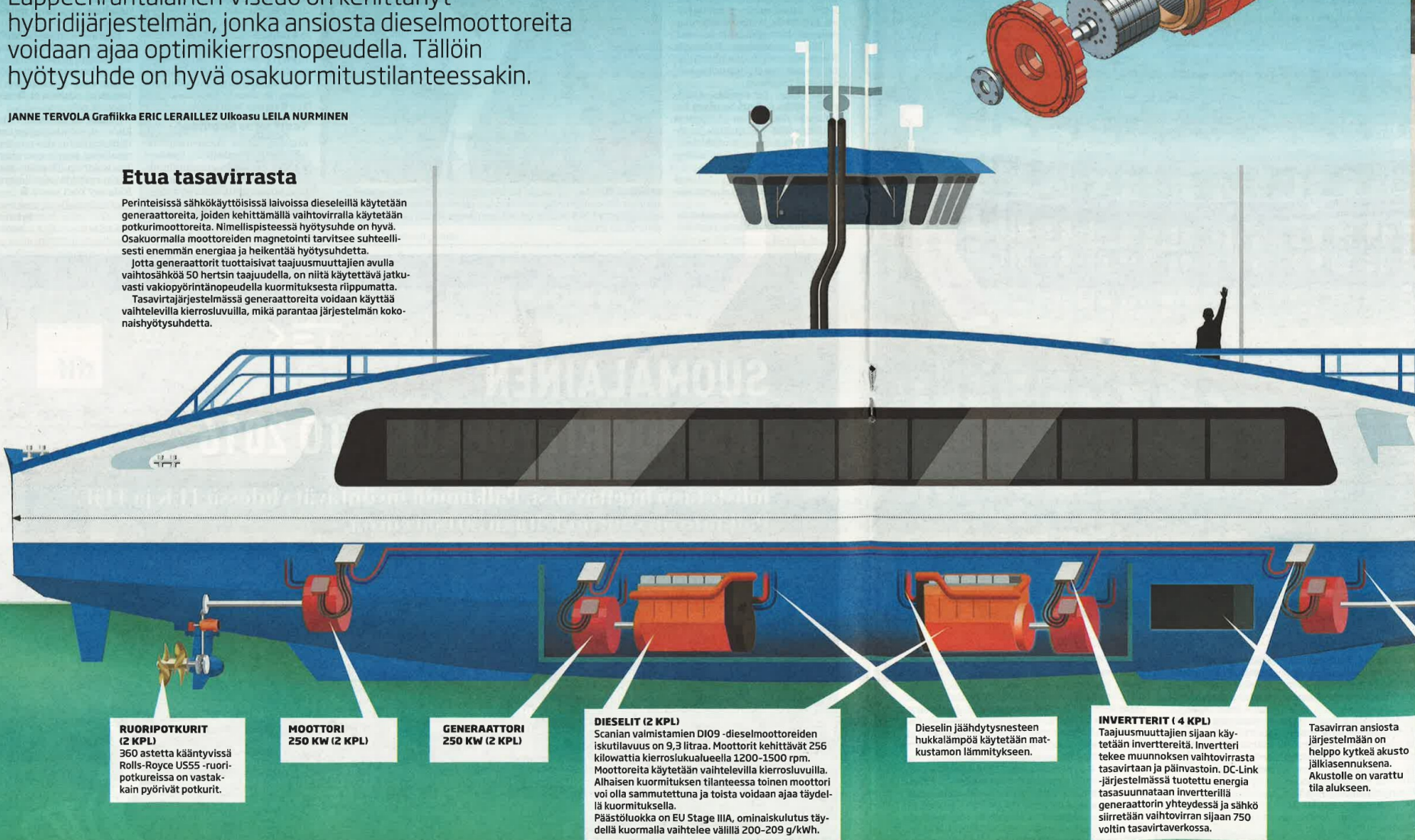
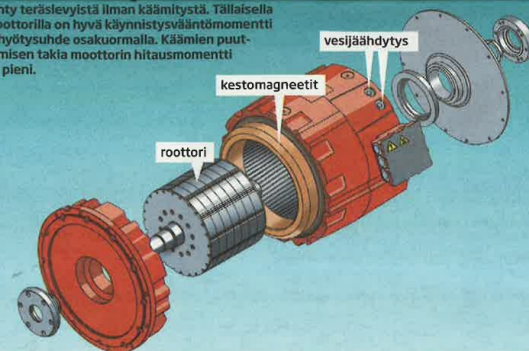
### Etua tasavirrasta

Perinteisissä sähkökäyttöisissä laivoissa dieselillä käytetään generaattoreita, joiden kehittämällä vaihtovirralla käytetään potkurimoottoireita. Niellispisteessä hyötysuhde on hyvä. Osakuormalla moottoreiden magnetointi tarvitsee suhteellisesti enemmän energiaa ja heikentää hyötysuhdetta.

Jotta generaattorit tuottaisivat taajuusmuuttajien avulla vaihtosähköä 50 hertsin taajuudella, on niitä käytettävä jatkuvasti vakiopyörintänopeudella kuormituksesta riippumatta.

Tasavirtajärjestelmässä generaattoreita voidaan käyttää vaihtelevilla kierrosluvuilla, mikä parantaa järjestelmän kokonaisyötysuhdetta.

tehty teräslevyistä ilman käämistä. Tällaisella moottorilla on hyvä käynnistysvääntömomentti ja hyötysuhde osakuormalla. Käämien puuttumisen takia moottorin hitausmomentti on pieni.



#### RUORIPOTKURIT (2 KPL)

360 astetta kääntyviä Rolls-Royce US55 -ruoripotkureissa on vastakain pyörivät potkurit.

#### MOOTTORI 250 KW (2 KPL)

#### GENERAATTORI 250 KW (2 KPL)

#### DIESELIT (2 KPL)

Scanian valmistamien D109 -dieselmoottoireiden iskutilavuus on 9,3 litraa. Moottorit kehittävät 256 kilowattia kierroslukualueella 1200-1500 rpm. Moottoreita käytetään vaihtelevilla kierrosluvuilla. Alhaisen kuormituksen tilanteessa toinen moottori voi olla sammutettuna ja toista voidaan ajaa täydellä kuormituksella. Päästöluokka on EU Stage IIA, ominaiskulutus täydellä kuormalla vaihtelee välillä 200-209 g/kWh.

Dieselin jäähdytysneste hukkälämpöä käytetään matkustamon lämmitykseen.

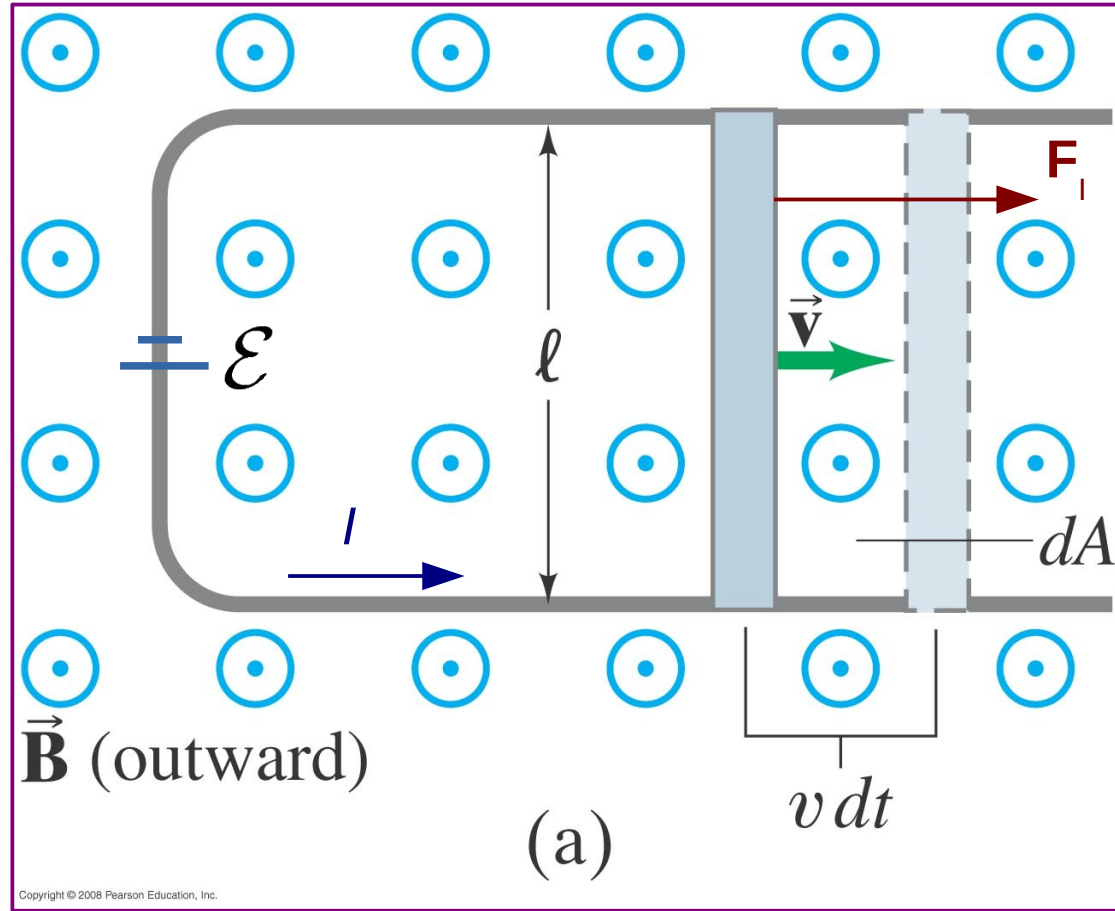
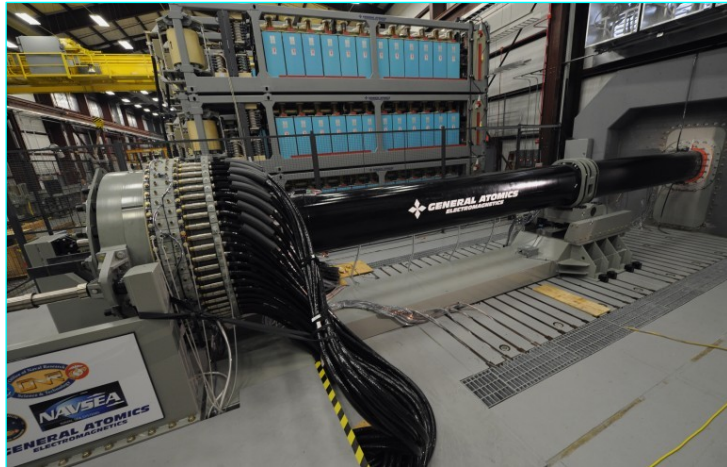
#### INVERTTERIT (4 KPL)

Taajuusmuuttajien sijaan käytetään inverttereitä. Invertteri tekee muunnoksen vaihtovirrasta tasavirtaan ja päinvastoin. DC-Link -järjestelmässä tuotettu energia tasasuunnataan invertterillä generaattorin yhteydessä ja sähkö siirretään vaihtovirran sijaan 750 voltin tasavirtaverkossa.

Tasavirran ansiosta järjestelmään on helppo kytkeä akusto jäikäsennuksena. Akustolle on varattu tila alukseen.

# Lisää Faradayn lain ja Ampèren voiman käyttökohteita

Magneettinen "heitin":

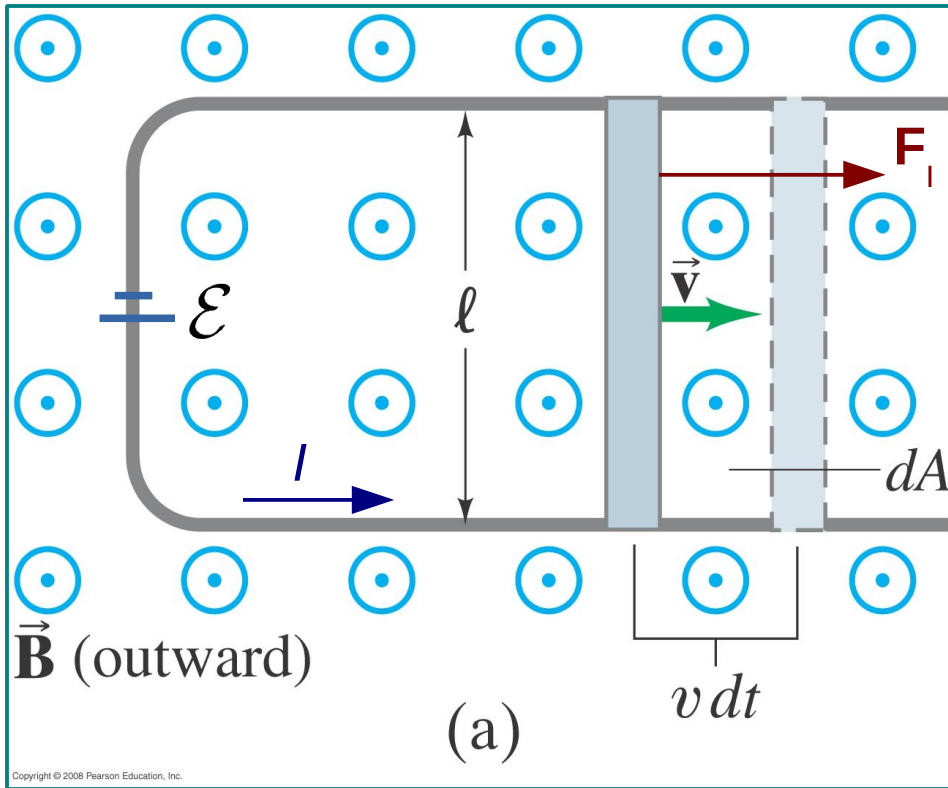


Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.



# Lisää Faradayn lain ja Ampèren voiman käyttökohteita

Magneettinen "kanuuna":



$$|\vec{F}_I| = I\ell B = m\dot{v}$$

$$I = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{ind}}}{R}$$

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dA}{dt} = B\ell\frac{dx}{dt} = B\ell v$$



$$\dot{v} + \frac{(B\ell)^2}{mR}v = \frac{\mathcal{E}B\ell}{mR}$$

$$\dot{v} = 0 \Rightarrow v = v_T = \frac{\mathcal{E}}{B\ell}$$

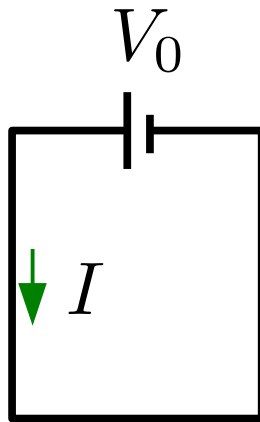
Tässä ei otettu huomioon, että  $I$  muuttaa  $\mathbf{B}$ :tä.

$$v(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)v_T \quad \tau = \frac{mR}{(B\ell)^2}$$



# Sähkömagneettinen induktio – mitä eroa Voltan pariin?

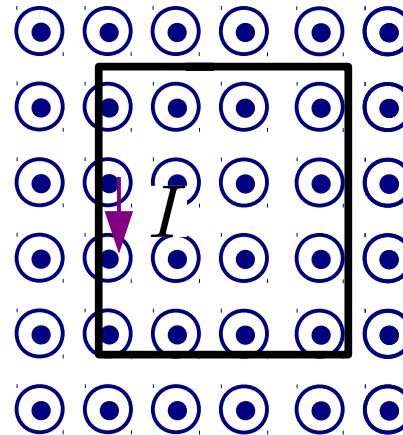
Tapaus **A**: paristo eli Voltan pari



Tässä tapauksessa sähkökentällä on lähde. Se alkaa positiivisesta navasta ja kulkee johdinta pitkin negatiiviseen napaan.

Tapaus **B**: Faradayn induktio

$$\frac{d\Phi_B}{dt} < 0$$



Tässä tapauksessa sähkökenttä on lähteetön. Se kiertää johdinta pitkin muttei ala tai loppu mihinkään.

# Sähkömagneettinen induktio – miten Faradayn laki nykyisin luetaan

Jos kulkee pitkin sähkökenttää saa aikaiseksi potentiaalieron.

$$V_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Toisaalta, piirin jännite vaikuttaa aina suljetun polun yli.

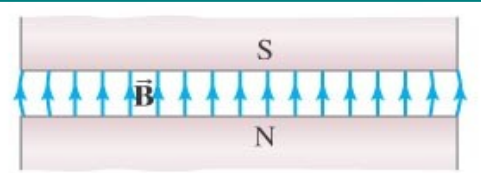
$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Faraday siis tarkoittikin

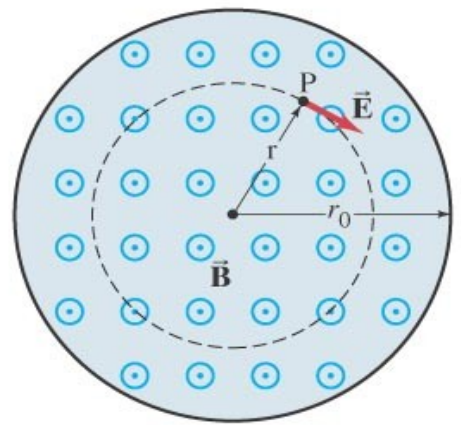
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

# Moderni Faradayn laki – onko eroa?

**B**:n suunta pysyy nyt muuttumattomana ja **B** on homogeeninen mutta  $\frac{dB}{dt} \neq 0$



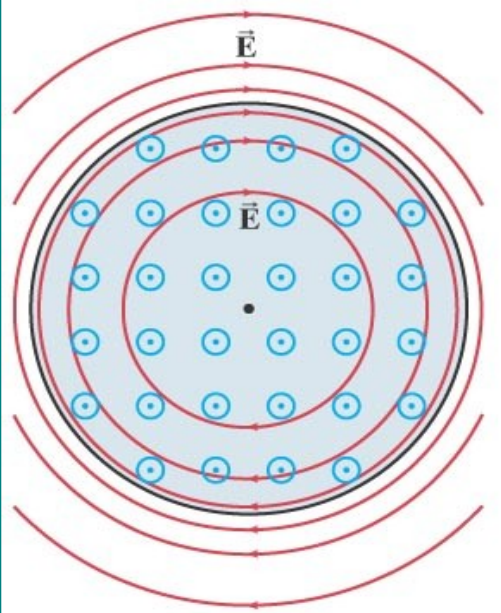
(a)



(b)

Kun  $r < r_0$ :

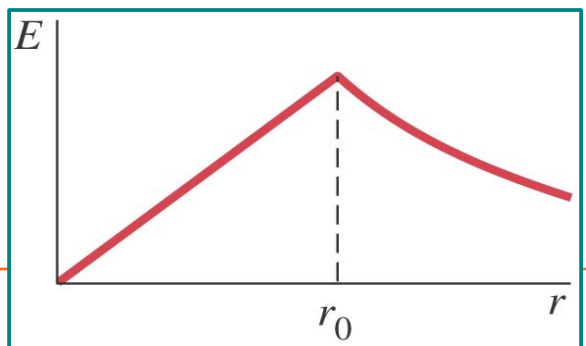
$$\left. \begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} &= E(2\pi r) \\ \frac{d\Phi_B}{dt} &= \pi r^2 \frac{dB}{dt} \end{aligned} \right\} E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$



(c)

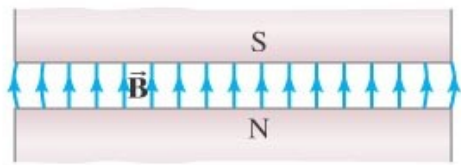
Kun  $r > r_0$ :

$$\left. \begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} &= E(2\pi r) \\ &= \pi r_0^2 \frac{dB}{dt} \end{aligned} \right\} E = \frac{r_0^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

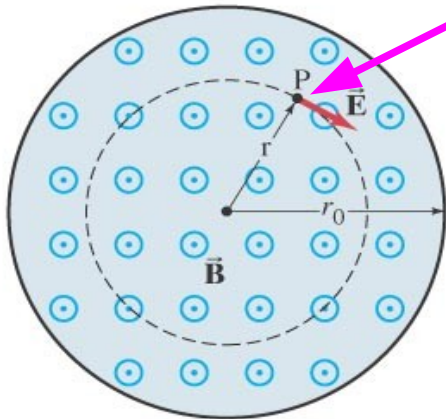


(d)

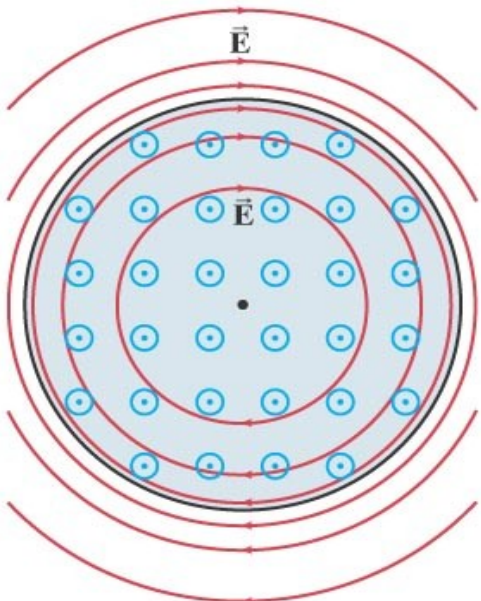
# Mitäs tällä nyt sitten tekee?



(a)



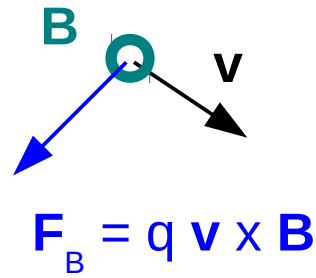
(b)



(c)

Jos pisteessä P on positiivisesti varattu hiukkanen, lähtee se liikkelle indusoituneen sähkökentän vuoksi.

Toisaalta,  $\mathbf{B}$  saa hiukkasen radan kääntymään. Valitsemalla sopivasti  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(r)$  saadaan aikaan ympyrärata.



Tällaisen vehkeen nimi on *betatroni*.

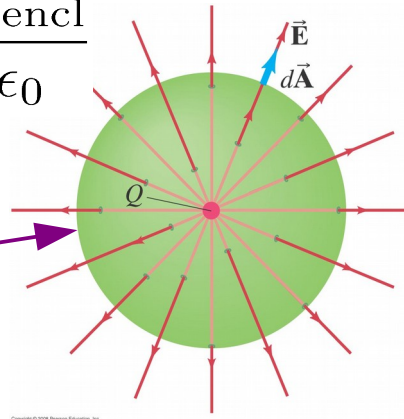
Sen keksi Donald Kerst vuonna 1941

Nykyisin varattuja hiukkasia kiihdytetään *synkrotronilla*.

# Väliytteen veto: Kohti Maxwellin yhtälöitä

## Gaussin laki sähkökentälle

$$\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$$

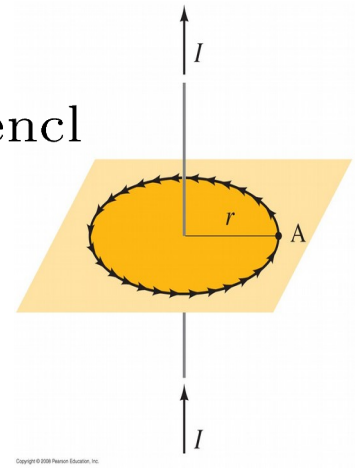


suljettu pinta

“varaus synnyttää sähkökentän”

## Ampèren laki

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

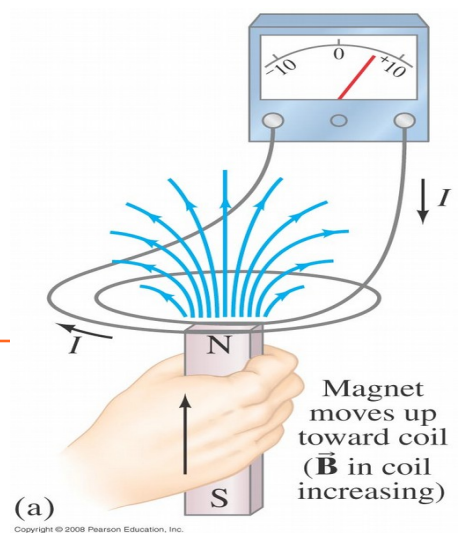


“virta synnyttää magneettikentän”

## Faradayn induktiolaki

“muuttuva magneettikenttä synnyttää sähkökentän”

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

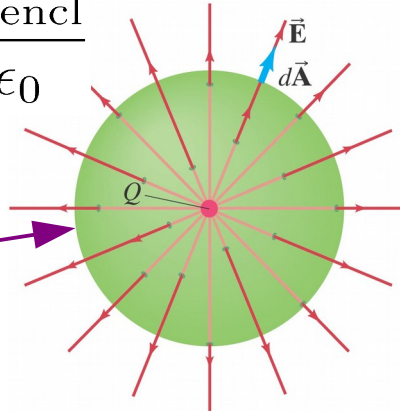


# Maxwellin yhtälöt ja sähkömagneettinen säteily

## Gaussin laki sähkökentälle

$$\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$$

suljettu pinta

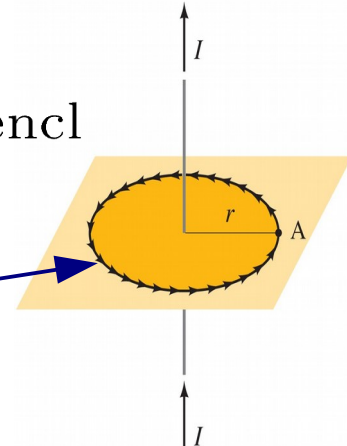


“varaus synnyttää sähkökentän”

## Ampèren laki

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

kiertävä käyrä

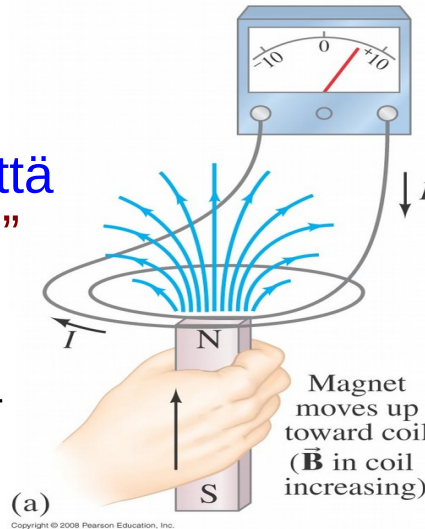


“virta synnyttää magneettikentän”

## Faradayn induktiolaki

“muuttuva magneettikenttä synnyttää sähkökentän”

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

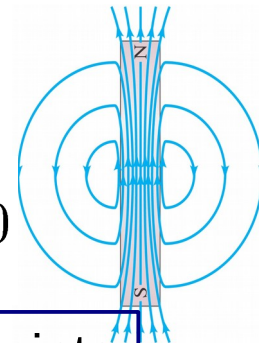


## Gaussin laki magneettikentälle

“magneettikentällä ei ole pistelähdettä”

$$\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

suljettu pinta



# Maxwell ja hänen yhtälönsä

## Faradayn induktiolaki

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

## Ampèren laki

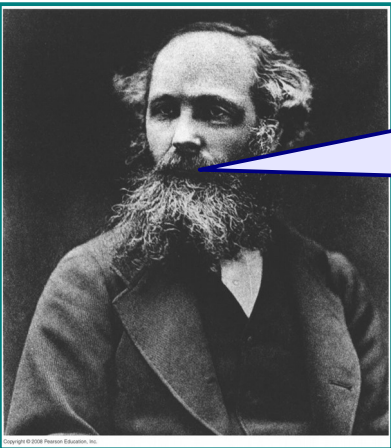
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

Faradayn ja Ampèren lait eivät ole *symmetrisiä*: Ensimmäisessä muuttuva magneettikenttä tuottaa sähkökentän, mutta jälkimmäisessä muuttuva sähkökenttä ei saa aikaan mitään.

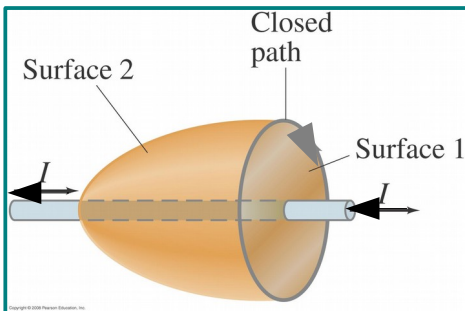
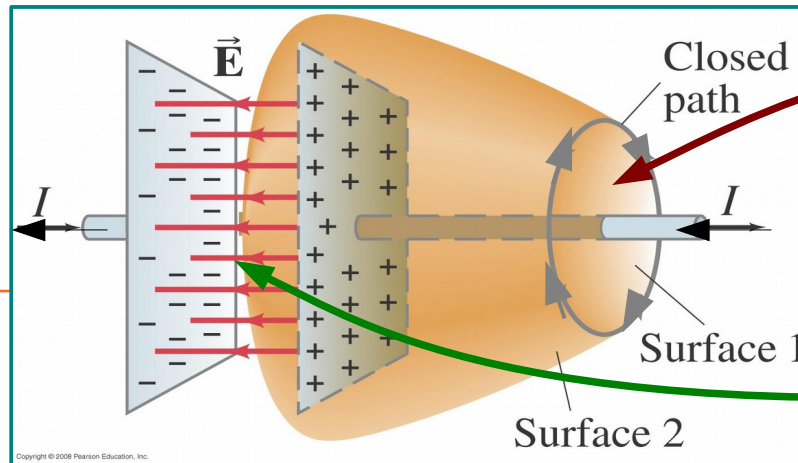
## Tehdään ajatuskoe:

## Ampèren laki onkin:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$



James Clerk Maxwell



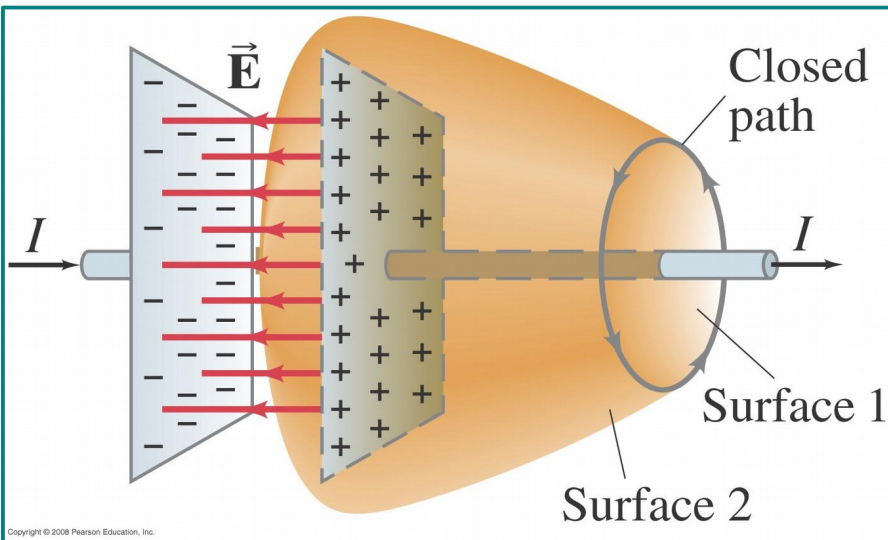
# Maxwell ja hänen yhtälönsä

Ampèren laki Maxwellin mukaan

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encl}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Mietitäänpä hieman enemmän

$$Q = CV = \left( \epsilon_0 \frac{A}{d} \right) (Ed) = \epsilon_0 AE$$



$$\frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ok, termi on konsistentti mutta  $d\Phi_E/dt$  termi ei välttämättä liity virtaan.



# Maxwell ja hänen yhtälönsä – mitä seurasi?

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Oleetaan tyhjiö: ei virtoja ei varauksia

Muutos magneettikentässä  
saisi aikaan sähkökentän.

Muutos vuorostaan  
sähkökentässä saisi  
aikaan magneettikentän.

...ja niinhän siinä käy...

**A''**

