

## Parametrisoiduista pinnoista : TORUS

$xz$  - tason ympyrä :  $kp : (b, 0) ; r = a$

$$\begin{cases} x = a \cos \theta + b \\ z = a \sin \theta \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi]$$

Kierrätään  $xz$  - tasoa  $z$  - akselin ympäri :

Formaalisti

$$\begin{cases} x \leftarrow x \cos \varphi \\ y \leftarrow x \sin \varphi \end{cases}, \varphi \in [0, 2\pi]$$

Yhdistämällä saadaan pinnan parametrisointi:

$$\begin{cases} x = (a \cos \theta + b) \cos \varphi \\ y = (a \cos \theta + b) \sin \varphi \\ z = a \sin \theta \end{cases}, \theta, \varphi \in [0, 2\pi]$$

Avaruuden suora voidaan antaa myös muodossa

$$\frac{x - x_0}{r} = \frac{y - y_0}{s} = \frac{z - z_0}{t}$$

missä on otettu suorakulmainen, oikeakätinen koordinaatisto

Suuntavektori saa mukavan muodon:

$$\begin{cases} \frac{x - x_0}{r} = \frac{y - y_0}{s} \\ \frac{y - y_0}{s} = \frac{z - z_0}{t} \end{cases} \quad \text{eli} \quad \begin{cases} sx - ry = sx_0 - ry_0 \\ ty - sz = ty_0 - sz_0 \end{cases}$$

kaksi tasoa; lasketaan normaali

$$\begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ s & -r & 0 \\ 0 & t & -s \end{vmatrix} = s \underbrace{(r \underline{i} + s \underline{j} + t \underline{k})}_{\text{suoran suuntavektori } \underline{t}}$$

### Esimerkki 5.1.5

Olkoon annettuna kaksi suoraa,  $s_1$  ja  $s_2$ :

$$s_1: x - 1 = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 1}{3}; \quad \underline{t} = \underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k}$$

$$s_2: \underline{r} = (\underline{i} - \underline{j} + \underline{k}) + \tau(\underline{i} + \underline{j})$$

Etsitään suorien lähinnä toisiaan olevat pisteet.

$$\text{Piste } P_1 \text{ suoralla } s_1: \underline{r}_1 = \underline{i} + \underline{j} + \underline{k} + \xi(\underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k})$$

$$P_2 \quad s_2: \underline{r}_2 = \underline{i} - \underline{j} + \underline{k} + \eta(\underline{i} + \underline{j})$$

Pienin etäisyys saavutetaan, kun erotus  $\underline{r}_1 - \underline{r}_2$  on kohtisuorana kumpaankin suoraan  $s_1, s_2$  vastaan:

$$\begin{cases} \underline{t}_1 \cdot (\underline{r}_1 - \underline{r}_2) = 14\xi - 3\eta + 4 = 0 \\ \underline{t}_2 \cdot (\underline{r}_1 - \underline{r}_2) = 3\xi - 2\eta + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ratkaistaan: } \xi = -\frac{2}{19}, \quad \eta = \frac{16}{19}$$