ELEC-C3210
Materiaalien ominaisuudet

Harjoitus 5

Markku Sopanen

Tehtävä 1

Annetusta virtausyhtälöstä ja Laplacen operaattorin sylinterikoordinaatti-esityksestä (sijoittamalla) saadaan yhtälö, joka sisältää v_y:n ja r:n derivaattoja. Stationaarisessa tilanteessa $\frac{\partial v_y}{\partial t} = 0$.

Separoidaan muuttujat, ja integroidaan kahdesti (esim. määräämätön integraali). Huomaa, että eksplisiittinen r pitää aina järjestää oikealle puolelle yhtälöä ennen integrointia.
Kaksi integroimisvakiota määrätään reunaehdoilla, jotka ovat: 1) reunoilla virtausnopeus on nolla ja 2) kaikkialla nopeus on äärellinen.

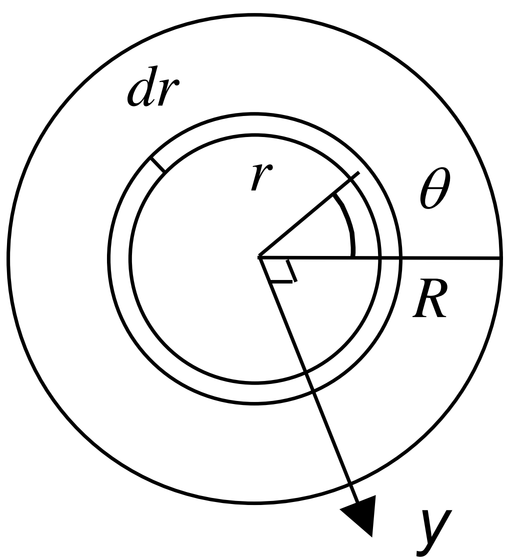
Aalto University
School of Electrical
Engineering

Tehtävä 1 jatkuu

Kaksi integroimisvakiota määrätään reunaehdoilla, jotka ovat: 1) virtausnopeus on kaikkialla äärellinen (mieti kohtaa r -> 0) ja 2) virtausnopeus on reunoilla ($r = R$) nolla.

Tehtävä 2

Kirjoita nesteen tilavuusvirran lauseke (nopeus x pinta-ala) *dr*:n paksuiselle renkaalle. Sitten sijoita virtausnopeuden lauseke ja integroi saatu yhtälö yli koko putken (r = 0 -> R).



Tehtävä 3

a) Lasku etenee, kuten tehtävä 1, mutta on vielä helpompi, koska lämmönjohtoyhtälö on:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \nabla^2 T$$

Stationaarisessa tilassa aikaderivaatta on nolla ja integroimisvakiot määräytyvät putken säteistä ja pintojen lämpötiloista.

a) Lämpövirta (tai -vuo) on j_E x pinta-ala. Lämpövirran tiheys saadaan Fourierin laista ja pinta-ala on sylinterimäisen pinnan ala.

Tehtävä 4

Suoraviivainen lasku: diffuusioyhtälö ja sen ratkaisu on annettu tehtävässä. Tarvitsee vain laskea ratkaisufunktion tarvittavat derivaatat ja sijoittaa ne diffuusioyhtälöön ja osoittaa, että ratkaisu toteuttaa yhtälön.