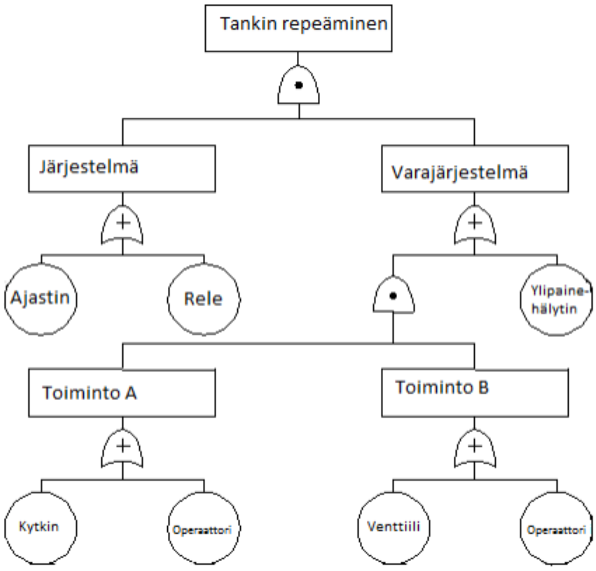
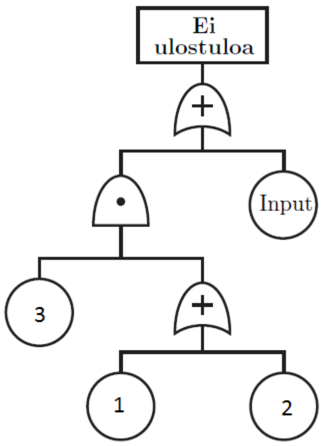
1. Järjestelmää kuvaava vikapuu on oheisessa kuvassa.



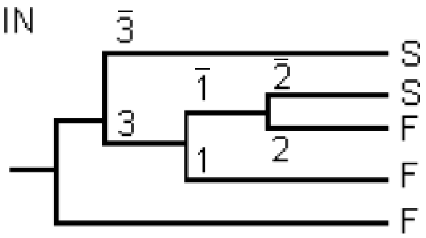
2. (a) Vikapuu:



(b) Katkosjoukot nähdään suoraan lohko kaaviosta: $\{1,2,3\}, \{1,3\}, \{2,3\}$, vastaavasti minimikatkosjoukot: $\{1,3\}, \{2,3\}$. Minimikatkosjoukot saadaan myös Boolen algebran avulla: $T = 3 \cdot (1+2) = 13 + 23$.

(c) Haetaan vikaantumistodennäköisyyttä ehdolla, että Input toimii. $\Rightarrow P(T|\text{'Input toimii'}) = P(3(1+2)) = P(3)P(1+2) = P(3)(P(1)+P(2)-P(1)P(2)) = 0.1(0.1+0.1-0.1^2) = 0.019.$

3. (a) Tapahtumapuu, kun merkitään 1 = ”Komponentti 1 rikkoutuu” (vast. $\bar{1}$=”Komponentti 1 ei rikkoudu”).



(b) Oletetaan, että järjestelmään tulee inputtia.
$P(F) = P(3) \cdot P(1|3) + P(3) \cdot P(\bar{1}|3) \cdot P(2|3, \bar{1}) \overset{*}{=} P(3) \cdot P(1) + P(3) \cdot P(\bar{1}) \cdot P(2)$
$= 0.1 \cdot 0.1 + 0.1 \cdot 0.9 \cdot 0.1 = 0.019$
* 1, 2 ja 3 riippumattomia: $P(3|1) = P(3)$ jne. Koska tapahtumapuun polut ovat toisensa poissulkevia, on saatu todennäköisyys tarkka. Tapahtumapuuta käytettäessä on syytä muistaa, että onnettomuusketjussa pitää ottaa huomioon edeltävien tapahtumien todennäköisyydet, esim. 0.9 ym. todennäköisyyttä laskettaessa.

4. De Morganin lait: $\overline{A \cdot B} \equiv \overline{A} + \overline{B}$, $\overline{A + B} \equiv \overline{A} \cdot \overline{B}$.

Yleinen muoto: $\overline{\bigcap A_i} \equiv \bigcup \overline{A_i}$, $\overline{\bigcup A_i} \equiv \bigcap \overline{A_i}$

(a)

Skenaario 1

$$I \cdot \overline{B} \cdot \overline{A}$$
$$I \cdot \overline{(C_1 + C_3)} \cdot \overline{(C_1 + C_2)}$$
$$I \cdot \overline{C_1} \cdot \overline{C_3} \cdot \overline{C_1} \cdot \overline{C_2}$$
$$I \cdot \overline{C_1} \cdot \overline{C_2} \cdot \overline{C_3}$$

Skenaario 2

$$I \cdot \overline{B} \cdot A$$
$$I \cdot \overline{(C_1 + C_3)} \cdot (C_1 + C_2)$$
$$I \cdot \overline{C_1} \cdot \overline{C_3} \cdot (C_1 + C_2)$$
$$I \cdot C_1 \cdot \overline{C_1} \cdot \overline{C_3} + I \cdot \overline{C_1} \cdot C_2 \cdot \overline{C_3}$$
$$I \cdot \overline{C_1} \cdot C_2 \cdot \overline{C_3}$$

Skenaario 3

$$I \cdot B$$
$$I \cdot (C_1 + C_3)$$
$$I \cdot C_1 + I \cdot C_3$$

(b) Koska I on 10^{-3}/vuosi ja $P(C_1) = 0.001$, $P(C_2) = 0.008$, $P(C_3) = 0.005$ niin frekvenssit ovat
Skenaario 1: $P(I \cdot \overline{C_1} \cdot \overline{C_2} \cdot \overline{C_3}) = P(I)P(\overline{C_1})P(\overline{C_2})P(\overline{C_3}) = 1 \cdot 10^{-3}(0.999)(0.992)(0.995) = 9.86 \cdot 10^{-4}$/vuosi

Skenaario 2: $P(I \cdot \overline{C_1} \cdot C_2 \cdot \overline{C_3}) = P(I)P(\overline{C_1})P(\overline{C_2})P(\overline{C_3}) = 1 \cdot 10^{-3}(0.999)(8 \cdot 10^{-3})(0.995) = 7.95 \cdot 10^{-6}$/vuosi

Skenario 3: $P(IC_1 + IC_3) \approx P(I \cdot C_1) + P(I \cdot C_3) = 1 \cdot 10^{-3}(0.001) + 10^{-3}(0.005) = 6.00 \cdot 10^{-6}$/vuosi (tässä käytetty harvinaisten tapahtumien approximaatiota, tarkka arvo $P(I)(P(C_1) + P(C_3) - P(C_1)P(C_3)) = 5.995 \cdot 10^{-6}$).

Skenaario 1, Seuraus $\emptyset \rightarrow$ Riski=frekvenssi $\times$ seuraus=0

Skenaario 2, Seuraus 10 loukkaantumista $\rightarrow$ Riski=$7.95 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 7.95 \cdot 10^{-5}$ loukkaantumista/vuosi

Skenaario 3, Seuraus 100 loukkaantumista $\rightarrow$ Riski=$6.00 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 6.00 \cdot 10^{-4}$ loukkaantumista/vuosi

Kokonaisriski=$0 + 7.95 \cdot 10^{-5} + 6.00 \cdot 10^{-4} = 6.80 \cdot 10^{-4}$ loukkaantumista/vuosi