# Riskianalyysi – Harjoitus 3

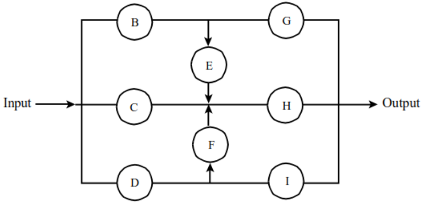
Juho Roponen

Aalto-yliopisto

2021

# Tehtävä 1

Ohessa on erään järjestelmän *lohkokaavio* (block diagram).



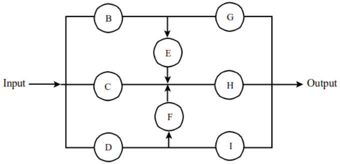

E and F are unidirectional

a. Muodosta järjestelmälle *vikapuu*, jonka huipputapahtuma on "järjestelmästä ei ulostuloa".

b. Määritä vikapuun avulla järjestelmän *minimikatkosjoukot*. Käytä Boolen algebraa.

c. Laske järjestelmän vikaantumistodennäköisyys, kun yksittäisen komponentin vikaantumistodennäköisyys on 0.05. Voit käyttää laskuissa *harvinaisten tapahtumien approksimaatiota*.

# Tehtävä 1

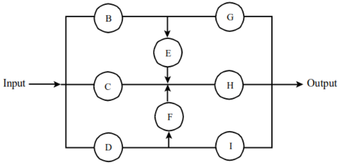



E and F are unidirectional

Fault Tree

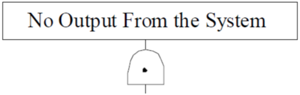
No Output From the System

# Tehtävä 1

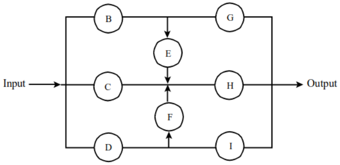



E and F are unidirectional

Fault Tree

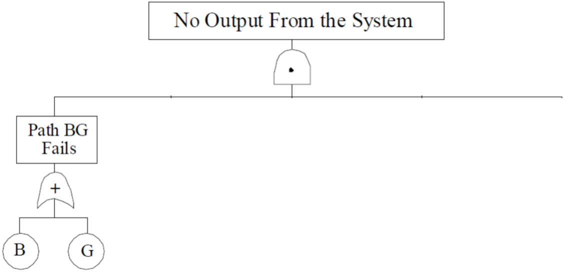


# Tehtävä 1

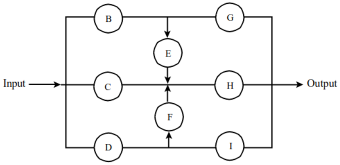



E and F are unidirectional

Fault Tree

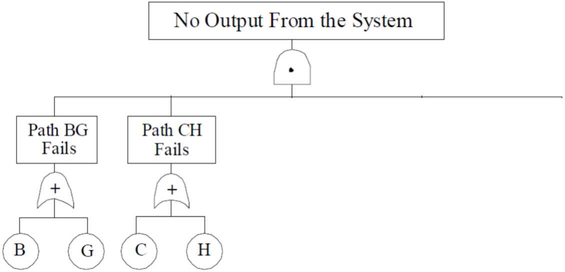


# Tehtävä 1

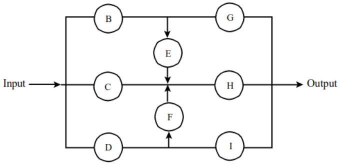



E and F are unidirectional

Fault Tree

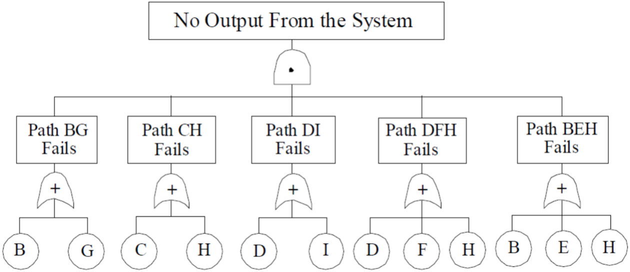


# Tehtävä 1

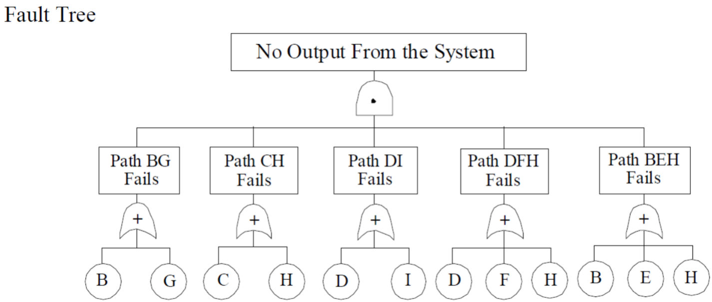



E and F are unidirectional

Fault Tree

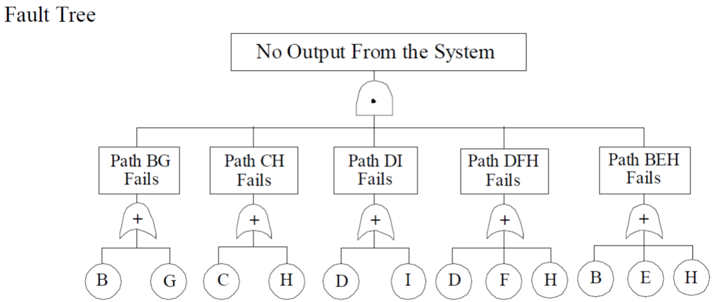


# Tehtävä 1




b. Määritä vikapuun avulla järjestelmän *minimikatkosjoukot*. Käytä Boolen algebraa.

# Tehtävä 1




b. Määritä vikapuun avulla järjestelmän *minimikatkosjoukot*. Käytä Boolen algebraa.

$$T = (B + G)(C + H)(D + I)(D + F + H)(B + E + H)$$

# Tehtävä 1

$$T = (B + G)(C + H)(D + I)(D + F + H)(B + E + H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

Huomaa, että kaikkia sulkuja ei kannata kertoa auki ennen kuin käytät laskusääntöjä: Termejä tule tällöin nimittäin $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 216$ kpl. Kertomalla sopivat sulut keskenään ja sieventämällä välissä saa laskut tehtyä huomattavasti pienemmällä työmäärällä.

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

# Tehtävä 1

$$T = (B + G)(C + H)(D + I)(D + F + H)(B + E + H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$$(B + G)(B + E + H)$$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H)$$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$$
$$B + BG + EG + GH$$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$$
$$B + BG + EG + GH = B + EG + GH$$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$
$B + BG + EG + GH = B + EG + GH$
ja vastaavasti
$(D+I)(D+F+H) = D + FI + HI$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$
$B + BG + EG + GH = B + EG + GH$
ja vastaavasti
$(D+I)(D+F+H) = D + FI + HI$

$(C+H)(B+EG+GH)$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$
$B + BG + EG + GH = B + EG + GH$
ja vastaavasti
$(D+I)(D+F+H) = D + FI + HI$

$(C+H)(B+EG+GH) = C(B+EG+GH) + (B+EG+GH)H$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$
$B + BG + EG + GH = B + EG + GH$
ja vastaavasti
$(D+I)(D+F+H) = D + FI + HI$

$(C+H)(B+EG+GH) = C(B+EG+GH) + (B+EG+GH)H =$
$CB + CEG + CGH + BH + EGH + GH$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$
$B + BG + EG + GH = B + EG + GH$
ja vastaavasti
$(D+I)(D+F+H) = D + FI + HI$

$(C+H)(B+EG+GH) = C(B+EG+GH) + (B+EG+GH)H =$
$CB + CEG + CGH + BH + EGH + GH = CB + CEG + BH + GH$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$
$B + BG + EG + GH = B + EG + GH$
ja vastaavasti
$(D+I)(D+F+H) = D + FI + HI$

$(C+H)(B+EG+GH) = C(B+EG+GH) + (B+EG+GH)H =$
$CB + CEG + CGH + BH + EGH + GH = CB + CEG + BH + GH$

Lopuksi
$T = (D + FI + HI)(BC + CEG + BH + GH)$

# Tehtävä 1

$$T = (B+G)(C+H)(D+I)(D+F+H)(B+E+H)$$

Sievennetään käyttäen Boolen-algebran laskusääntöjä:
(1) $A + A = A$
(2) $A \cdot A = A$
(3) $A \cdot (A + X) = A + A \cdot X = A$

$(B+G)(B+E+H) = B(B+E+H) + G(B+E+H) =$
$B + BG + EG + GH = B + EG + GH$
ja vastaavasti
$(D+I)(D+F+H) = D + FI + HI$

$(C+H)(B+EG+GH) = C(B+EG+GH) + (B+EG+GH)H =$
$CB + CEG + CGH + BH + EGH + GH = CB + CEG + BH + GH$

Lopuksi
$T = (D+FI+HI)(BC+CEG+BH+GH) =$
$BCD + BCFI + BDH + BHI + CDEG + CEFGI + DGH + GHI$

# Tehtävä 1

$$T = BCD + BCFI + BDH + BHI + CDEG + CEFGI + DGH + GHI$$

c. Laske järjestelmän vikaantumistodennäköisyys, kun yksittäisen komponentin vikaantumistodennäköisyys on 0.05. Voit käyttää laskuissa *harvinaisten tapahtumien approksimaatiota*.

# Tehtävä 1

$$T = BCD + BCFI + BDH + BHI + CDEG + CEFGI + DGH + GHI$$

c. Laske järjestelmän vikaantumistodennäköisyys, kun yksittäisen komponentin vikaantumistodennäköisyys on 0.05. Voit käyttää laskuissa *harvinaisten tapahtumien approksimaatiota*.

$$\begin{aligned}\Pr(\mathrm{T}) \approx{}& \Pr(BCD) + \Pr(BCFI) + \Pr(BDH) + \Pr(BHI) \\ &+ \Pr(CDEG) + \Pr(CEFGI) + \Pr(DGH) + \Pr(GHI)\end{aligned}$$

# Tehtävä 1

$$T = BCD + BCFI + BDH + BHI + CDEG + CEFGI + DGH + GHI$$

c. Laske järjestelmän vikaantumistodennäköisyys, kun yksittäisen komponentin vikaantumistodennäköisyys on 0.05. Voit käyttää laskuissa *harvinaisten tapahtumien approksimaatiota*.

$$\begin{aligned}\Pr(\mathrm{T}) &\approx \Pr(BCD) + \Pr(BCFI) + \Pr(BDH) + \Pr(BHI) \\ &\quad + \Pr(CDEG) + \Pr(CEFGI) + \Pr(DGH) + \Pr(GHI) \\ &= 5 \cdot (0.05)^3 + 2 \cdot (0.05)^4 + (0.05)^5\end{aligned}$$

# Tehtävä 1

$$T = BCD + BCFI + BDH + BHI + CDEG + CEFGI + DGH + GHI$$

c. Laske järjestelmän vikaantumistodennäköisyys, kun yksittäisen komponentin vikaantumistodennäköisyys on 0.05. Voit käyttää laskuissa *harvinaisten tapahtumien approksimaatiota*.

$$\begin{aligned}
\mathrm{Pr}(\mathrm{T}) &\approx \mathrm{Pr}(BCD) + \mathrm{Pr}(BCFI) + \mathrm{Pr}(BDH) + \mathrm{Pr}(BHI) \\
&\quad + \mathrm{Pr}(CDEG) + \mathrm{Pr}(CEFGI) + \mathrm{Pr}(DGH) + \mathrm{Pr}(GHI) \\
&= 5 \cdot (0.05)^3 + 2 \cdot (0.05)^4 + (0.05)^5 \\
&\approx 0.000637^*
\end{aligned}$$

# Tehtävä 1

$$T = BCD + BCFI + BDH + BHI + CDEG + CEFGI + DGH + GHI$$

c. Laske järjestelmän vikaantumistodennäköisyys, kun yksittäisen komponentin vikaantumistodennäköisyys on 0.05. Voit käyttää laskuissa *harvinaisten tapahtumien approksimaatiota*.

$$\begin{aligned}\mathrm{Pr}(\mathrm{T}) &\approx \mathrm{Pr}(BCD) + \mathrm{Pr}(BCFI) + \mathrm{Pr}(BDH) + \mathrm{Pr}(BHI) \\ &\quad + \mathrm{Pr}(CDEG) + \mathrm{Pr}(CEFGI) + \mathrm{Pr}(DGH) + \mathrm{Pr}(GHI) \\ &= 5 \cdot (0.05)^3 + 2 \cdot (0.05)^4 + (0.05)^5 \\ &\approx 0.000637^*\end{aligned}$$

*Koska tapahtumat eivät yleisesti ole toisensa poissulkevia, on saatu todennäköisyys *yläraja* koko systeemin vikaantumistodennäköisyydelle. Tarkkaa todennäköisyyttä laskiessa pitää tapahtumien leikkaavuudet vähentää summasta (esim. BCD ja BCFI tapahtuvat, jos BCDFI tapahtuu, eli tapahtumat eivät ole toisensa poissulkevia). Todennäköisyyksien ollessa "pieniä", ns. *harvinaisten tapahtumien approksimaatio* on yleensä riittävä. Se on myös yleisesti käytössä sekä tutkimuksessa että sovelluksissa.

# Tehtävä 1

$$T = BCD + BCFI + BDH + BHI + CDEG + CEFGI + DGH + GHI$$

c. Laske järjestelmän vikaantumistodennäköisyys, kun yksittäisen komponentin vikaantumistodennäköisyys on 0.05. Voit käyttää laskuissa *harvinaisten tapahtumien approksimaatiota*.

$$\begin{aligned}
\Pr(\mathrm{T}) &\approx \Pr(BCD) + \Pr(BCFI) + \Pr(BDH) + \Pr(BHI) \\
&\qquad + \Pr(CDEG) + \Pr(CEFGI) + \Pr(DGH) + \Pr(GHI) \\
&= 5 \cdot (0.05)^3 + 2 \cdot (0.05)^4 + (0.05)^5 \\
&\approx 0.000637^*
\end{aligned}$$

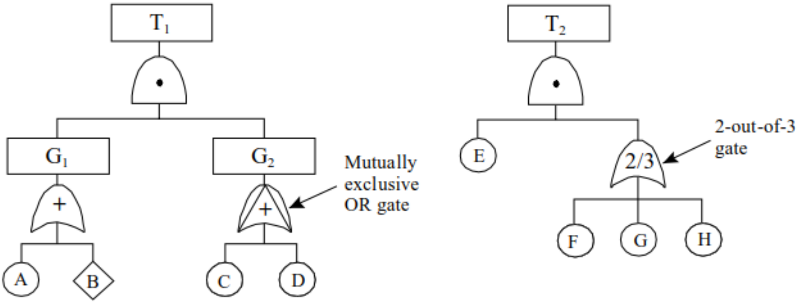
Ylläolevassa esimerkissä pelkästään kolmen komponentin katkosjoukot (5 kpl) muodostavat riskin 0.000625 eli 98% kokonaisriskistä.

Tarkka arvo on $\Pr(T) = \frac{15503659}{25600000000} \approx 0.0006056116796875$ (laskettu tietokoneella).

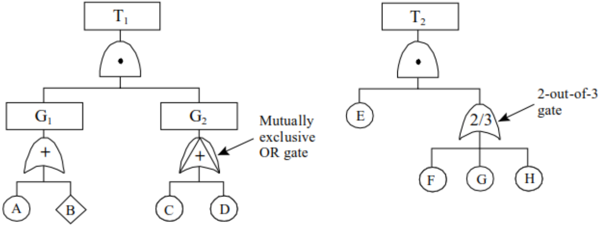
# Tehtävä 2

Määritä vikapuiden $T_1$ ja $T_2$

a. Minimikatkosjoukot
b. Minimipolkujoukot.
c. Piirrä vikapuita vastaavat toimintapuut ("success tree").

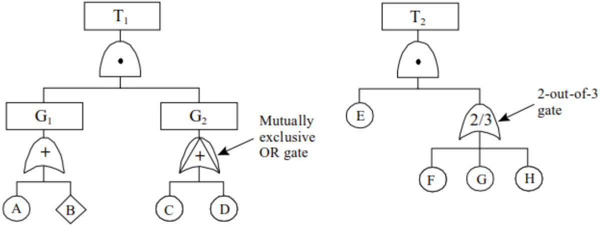


# Tehtävä 2




Hyvä esimerkki XOR portista vikaapuuanalyysissä on kaksi-moottorisen raketin lähtö. Jos molemmat rakettimoottorit tomivat tai kumpikaan ei laukea, ei synny onnettomuutta. Mutta jos vain toinen laukeaa, mutta toinen ei, niin raketti heittää kuperkeikan ja onnettomuus tapahtuu.

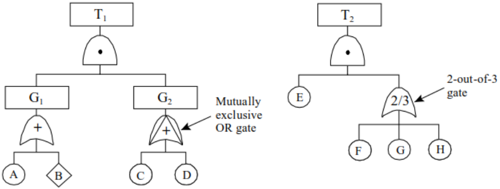
# Tehtävä 2




Hyvä esimerkki XOR portista vikaapuuanalyysissä on kaksi-moottorisen raketin lähtö. Jos molemmat rakettimoottorit tomivat tai kumpikaan ei laukea, ei synny onnettomuutta. Mutta jos vain toinen laukeaa, mutta toinen ei, niin raketti heittää kuperkeikan ja onnettomuus tapahtuu.

Kaksi kolmesta portista voisi kuvata kolmea voimalaitosta, jotka toimittavat sähköä kaupunkiin. Kaupungin tarvitsema sähkö voidaan tuottaa kahdella voimalalla, mutta yksi ei enää riitä. Näin ollen kahden tai useamman voimalan vikaantuminen aiheuttaa sähkökatkoksen.

# Tehtävä 2




$$
\begin{aligned}
T_1 &= G_1 \cdot G_2 \\
G_1 &= A + B \\
G_2 &= C \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot D \\
T_1 &= A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_2 &= E \cdot G_3 \\
G_3 &= F \cdot G + F \cdot H + G \cdot H \\
T_2 &= E \cdot F \cdot G + E \cdot F \cdot H + E \cdot G \cdot H
\end{aligned}
$$

# Tehtävä 2

$$
\begin{aligned}
T_1 &= \quad A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D \\
T_2 &= \quad E \cdot F \cdot G + E \cdot F \cdot H + E \cdot G \cdot H
\end{aligned}
$$

Minimikatkosjoukot vikapuulle $T_1$ ovat

$$
\begin{aligned}
C_1 &= \{A, C, \overline{D}\} \\
C_2 &= \{A, \overline{C}, D\} \\
C_3 &= \{B, C, \overline{D}\} \\
C_4 &= \{B, \overline{C}, D\}
\end{aligned}
$$

# Tehtävä 2

$$
\begin{aligned}
T_1 &= \quad A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D \\
T_2 &= \quad E \cdot F \cdot G + E \cdot F \cdot H + E \cdot G \cdot H
\end{aligned}
$$

Minimikatkosjoukot vikapuulle $T_1$ ovat

$$
\begin{aligned}
C_1 &= \{A, C, \overline{D}\} \\
C_2 &= \{A, \overline{C}, D\} \\
C_3 &= \{B, C, \overline{D}\} \\
C_4 &= \{B, \overline{C}, D\}
\end{aligned}
$$

Minimikatkosjoukot vikapuulle $T_2$ ovat

$$
\begin{aligned}
C_5 &= \{E, F, G\} \\
C_6 &= \{E, F, H\} \\
C_7 &= \{E, G, H\}
\end{aligned}
$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D) + (\bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D)$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D) + (\bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D)$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot C \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot \bar{B} + C \cdot D$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D) + (\bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D)$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot C \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot \bar{B} + C \cdot D$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D) + (\bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D)$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot C \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot \bar{B} + C \cdot D$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

$$\overline{T_2} = \overline{E \cdot F \cdot G + E \cdot F \cdot H + E \cdot G \cdot H}$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D) + (\bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D)$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot C \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot \bar{B} + C \cdot D$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

$$\overline{T_2} = \overline{E \cdot F \cdot G + E \cdot F \cdot H + E \cdot G \cdot H}$$

$$= \overline{E \cdot F \cdot G} \cdot \overline{E \cdot F \cdot H} \cdot \overline{E \cdot G \cdot H}$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D) + (\bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D)$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot C \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot \bar{B} + C \cdot D$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

$$\overline{T_2} = \overline{E \cdot F \cdot G + E \cdot F \cdot H + E \cdot G \cdot H}$$

$$= \overline{E \cdot F \cdot G} \cdot \overline{E \cdot F \cdot H} \cdot \overline{E \cdot G \cdot H}$$

$$= (\bar{E} + \bar{F} + \bar{G}) \cdot (\bar{E} + \bar{F} + \bar{H}) \cdot (\bar{E} + \bar{G} + \bar{H})$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D) + (\bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D)$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot C \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot \bar{B} + C \cdot D$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

$$\overline{T_2} = \overline{E \cdot F \cdot G + E \cdot F \cdot H + E \cdot G \cdot H}$$

$$= \overline{E \cdot F \cdot G} \cdot \overline{E \cdot F \cdot H} \cdot \overline{E \cdot G \cdot H}$$

$$= (\bar{E} + \bar{F} + \bar{G}) \cdot (\bar{E} + \bar{F} + \bar{H}) \cdot (\bar{E} + \bar{G} + \bar{H})$$

$$= (\bar{E} + \bar{F} + \bar{G} \cdot \bar{H}) \cdot (\bar{E} + \bar{G} + \bar{H})$$

# Tehtävä 2

b. Minimipolkujoukot saadaan De Morganin lakeja käyttäen:

$$\overline{T_1} = \overline{A \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} \cdot D + B \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

$$= \overline{(A \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot D)} \cdot \overline{(B \cdot C \cdot \overline{D})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C} \cdot D)}$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + C + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (\bar{B} + C + \bar{D})$$

$$= (\bar{A} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D) + (\bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D)$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot C \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot \bar{B} + C \cdot D$$

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

$$\overline{T_2} = \overline{E \cdot F \cdot G + E \cdot F \cdot H + E \cdot G \cdot H}$$

$$= \overline{E \cdot F \cdot G} \cdot \overline{E \cdot F \cdot H} \cdot \overline{E \cdot G \cdot H}$$

$$= (\bar{E} + \bar{F} + \bar{G}) \cdot (\bar{E} + \bar{F} + \bar{H}) \cdot (\bar{E} + \bar{G} + \bar{H})$$

$$= (\bar{E} + \bar{F} + \bar{G} \cdot \bar{H}) \cdot (\bar{E} + \bar{G} + \bar{H})$$

$$= \bar{E} + \bar{F} \cdot \bar{G} + \bar{F} \cdot \bar{H} + \bar{G} \cdot \bar{H}$$

# Tehtävä 2

$$\overline{T_1} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

$$\overline{T_2} = \bar{E} + \bar{F} \cdot \bar{G} + \bar{F} \cdot \bar{H} + \bar{G} \cdot \bar{H}$$

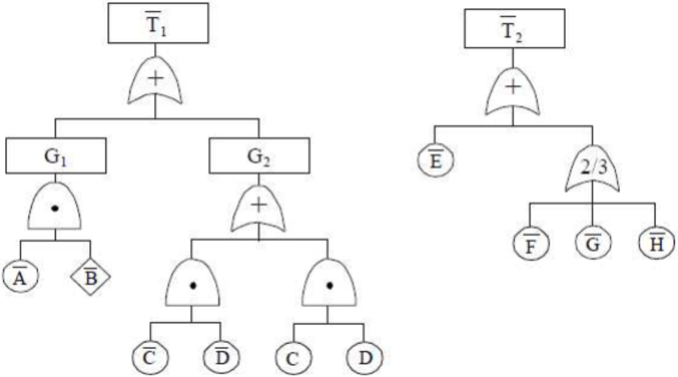
c. Minimipolkujoukoista voidaan päätellä toimintapuut, jotka ovat (loogisesti) käänteisiä vikapuita:

# Tehtävä 2

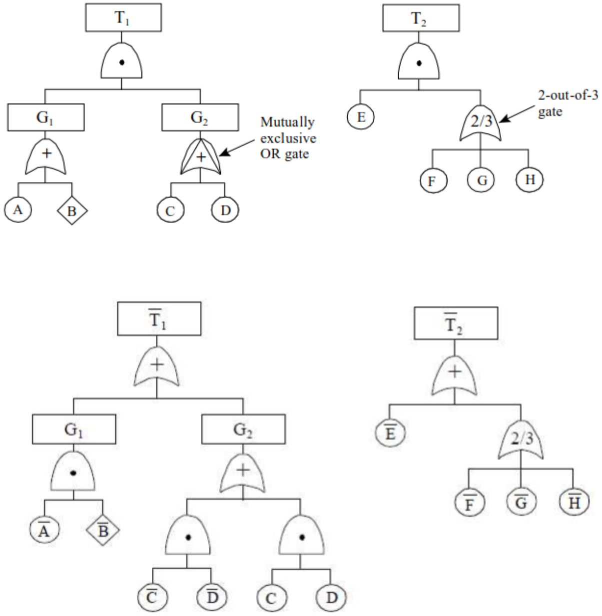
$$\overline{T_1} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

$$\overline{T_2} = \bar{E} + \bar{F} \cdot \bar{G} + \bar{F} \cdot \bar{H} + \bar{G} \cdot \bar{H}$$

c. Minimipolkujoukoista voidaan päätellä toimintapuut, jotka ovat (loogisesti) käänteisiä vikapuita:



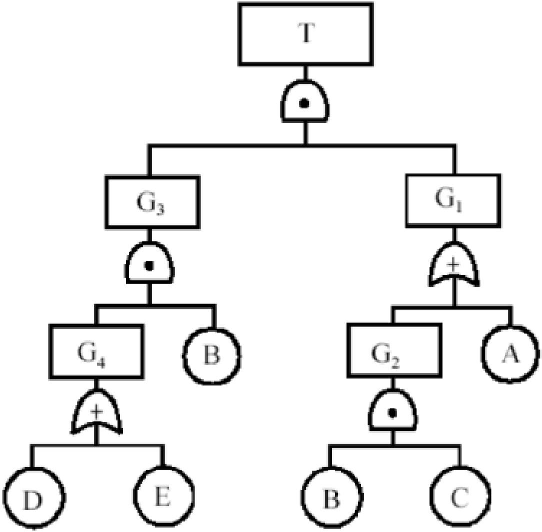
# Tehtävä 2



T1
G1
G2
Mutually exclusive OR gate
A
B
C
D
T2
E
2/3
2-out-of-3 gate
F
G
H
T̄1
Ā
B̄
C̄
D̄
C
D
T̄2
Ē
2/3
F̄
Ḡ
H̄

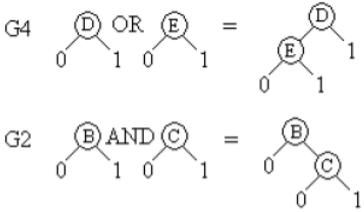
# Tehtävä 3

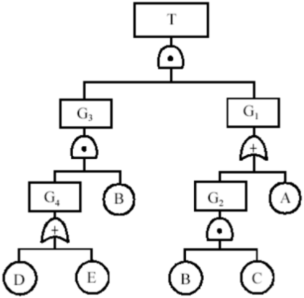
Muodosta alla olevan vikapuun binäärinen päätöskaavio.



# Tehtävä 3

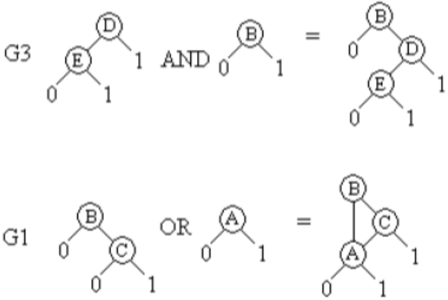
Aloitetaan perustapahtumia sisältävistä porteista ja hyödynnetään logiikkasääntöjä:
$1 \cdot X = X$, $0 \cdot X = 0$, $1 + X = 1$ ja $0 + X = X$.
Kun yhdistetään kaksi kaaviota, valitaan toinen "primäärikaavioksi" ja kiinnitetään joko sen 0-solmuihin (OR-tapauksessa) tai 1-solmuihin (AND-tapauksessa) toinen kaavio. Tämän jälkeen kaaviota voidaan yleensä redusoida.

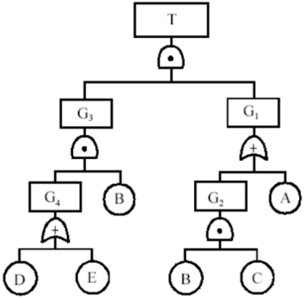


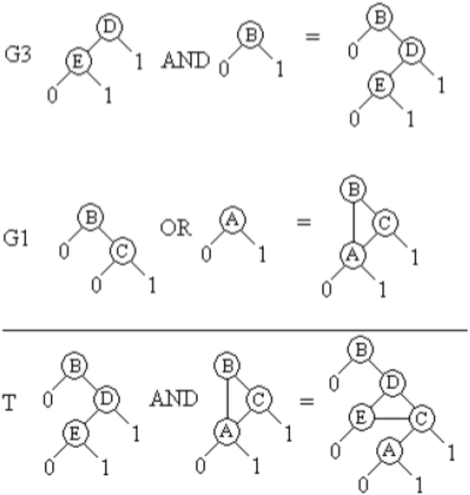
# Tehtävä 3

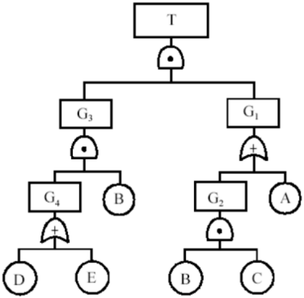
Aloitetaan perustapahtumia sisältävistä porteista ja hyödynnetään logiikkasääntöjä:
$1 \cdot X = X$, $0 \cdot X = 0$, $1 + X = 1$ ja $0 + X = X$.
Kun yhdistetään kaksi kaaviota, valitaan toinen "primäärikaavioksi" ja kiinnitetään joko sen 0-solmuihin (OR-tapauksessa) tai 1-solmuihin (AND-tapauksessa) toinen kaavio. Tämän jälkeen kaaviota voidaan yleensä redusoida.



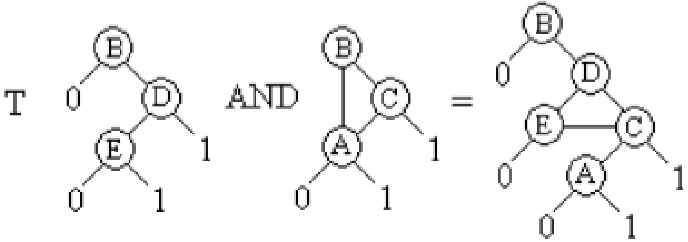



# Tehtävä 3



# Tehtävä 3




Binäärisiä päätöskaavioita voidaan käyttää toisistaan poissulkevien vikaantumispolkujen laskemiseen, mikä puolestaan auttaa tarkan todennäköisyyden laskemisessa huipputapahtumalle. Polut saadaan seuraamalla 1:siin ("tapahtuu") johtavia polkuja, esim. $B \rightarrow \overline{D} \rightarrow E \rightarrow \overline{C} \rightarrow A$. Näin saadaan toisensa poissulkevia skenaariota aikaan, joten polkujen todennäköisyydet laskemalla voidaan laskea järjestelmän vikaantumistodennäköisyys.