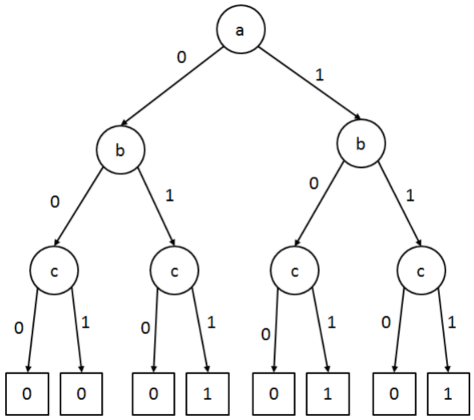
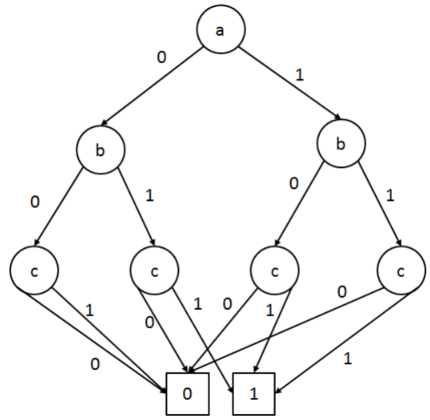
1.



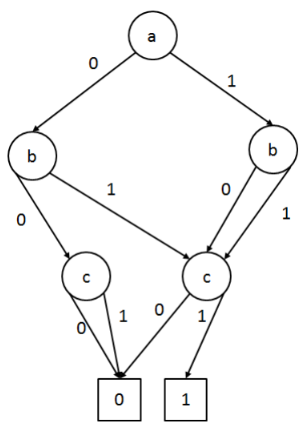
(a)



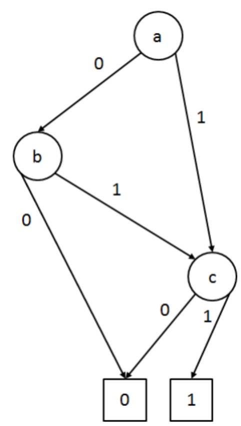
(b)

Totuustaulukko

a	b	c	g1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



(c)



(d)

2. (a) Perinteinen tapa laskea on seuraava:

$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\overline{A})P(B|\overline{A}) = 0.5$

$P(AB) = P(A)P(B|A) = 0.5 \cdot 0.7 = 0.35$

$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.5 + 0.5 - 0.35 = 0.65$

(b) Riipumattoman ja riippuvien komponenttien tapauksessa todennäköisyydet eroavat:

$$\begin{aligned} P(A+B) &= P(A)+P(B)-P(A)P(B) = 0.75 > 0.65 \\ P(AB) &= P(A)P(B) = 0.25 < 0.35 \end{aligned}$$

(c) Yksittäisten komponenttien vikaantumistodennäköisyys jakautuu kahteen osaan: $Q_1 = (1-0.05)\cdot 0.5 = 0.475$ ja $Q_2 = 0.05\cdot 0.5 = 0.025$. Vikaantumistodennäköisyydet saadaan seuraavasti:

$$\begin{aligned} P(A+B) &= \underbrace{2\cdot Q_1 - Q_1^2}_{\text{Riippumaton vikaantuminen}} + \underbrace{Q_2}_{\text{Yhteisvika}} \approx 0.749 \\ P(AB) &= Q_1^2 + Q_2 \approx 0.251 \end{aligned}$$

3. (a) $P(T) = P(ABC) + P(ABD) - P(ABCD) \approx P(ABC) + P(ABD) = 2\cdot(10^{-3})^3 = 2\cdot 10^{-9}$

(b) Alkeistapahtumien $A,\ldots,D$ lisäksi käsitellään nyt yhteisvikaantumiseen johtavia tapahtumia C_{AB} (s.o. tapahtuma, jossa A ja B vikaantuvat ja C ja D eivät vikaannu) ja määritellään

$$\begin{aligned} Q_1 &= P(A) = P(B) = P(C) = P(D) \\ Q_2 &= P(C_{AB}) = P(C_{AC}) = P(C_{AD}) = P(C_{BC}) = P(C_{BD}) = P(C_{CD}) \\ Q_3 &= P(C_{ABC}) = P(C_{ABD}) = P(C_{ACD}) = P(C_{BCD}) \\ Q_4 &= P(C_{ABCD}). \end{aligned}$$

Ts. yksittäisten komponenttien, komponenttiparien, -kolmikkojen, jne. vikaantumistodennäköisyydet oletetaan samoiksi. Nyt siis yksittäisten komponenttien vikaantuminen voi tapahtua samanaikaisesti muiden komponenttien kanssa, sen sijaan yhteisvikaantumiset ovat toisensa poissulkevia. Järjestelmän vikaantuminen voidaan esittää näiden avulla:

$$\begin{aligned} Q_T &\approx P(A)P(B)P(C) + P(A)P(B)P(D) + P(C_{ABC}) + P(C_{ABD}) + P(C_{ABCD}) \\ &= 2\cdot Q_1^3 + 2\cdot Q_3 + Q_4 \end{aligned}$$

(c) β-faktorimalli, kun järjestelmässä on m komponettia:

$$Q_k = \begin{cases} (1-\beta)Q_t, & \text{jos } k=1, \\ 0, & \text{jos } 1<k<m, \\ \beta Q_t, & \text{jos } k=m, \end{cases}$$

missä Q_t on komponentin kokonaisvikaatumistodennäköisyys.
Kaikkien komponenttien vikaantumiset riippuvat toisistaan β-faktorimallin parametrilla $\beta = 0.05$. Nyt siis $Q_1 = 0.95\times 10^{-3}$, $Q_4 = 0.05\cdot 10^{-3}$ ja järjestelmän vikaantumistodennäköisyys:

$$\begin{aligned} Q_T &= 2\cdot Q_1^3 + 2\cdot Q_3 + Q_4 \\ &= 2\cdot(0.95\times 10^{-3})^3 + 2\cdot 0 + 0.05\cdot 10^{-3} \\ &= 5.00\cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ kun pieni osuus (5%) vikaantumisista aiheutuukin yhteisestä syystä, kasvaa järjestelmän vikaantumistodennäköisyys lähes 10 000-kertaisesti!

4. Järjestelmän MLD (Master Logic Diagram). Voidaan käyttää alkutapahtumien tunnistamiscen todennäköisyyspohjaista riskianalyysiä varten. Kuvaa hierarkisesti, että miten järjestelmän voi vikaantua. Hyvä keino saada kokonaiskuva vikapuusta ja varmistua siitä, että kaikki oleelliset tapahtumaketjut on huomioitu.