Riskianalyysi – Harjoitus 9 – kertaus

Juho Roponen

Aalto-yliopisto

2021

Tehtävä 1

Autonrenkaan kestoaika on eksponentiaalisesti jakautunut satunnaismuuttuja ($[\lambda]$=1/km). Nelipyöräisessä autossa on **kaksi** vararengasta, jolla voidaan korvata mikä tahansa vikaantuneista renkaista. Laske todennäköisyys, että autolla voidaan ajaa matka T, kun renkaat vaurioituvat toisistaan riippumatta ja neljän renkaan on oltava toimintakunnossa, jotta autolla voidaan ajaa.

Tehtävä 1

Autonrenkaan kestoaika on eksponentiaalisesti jakautunut satunnaismuuttuja ($[\lambda]=1/\text{km}$). Nelipyöräisessä autossa on **kaksi** vararengasta, jolla voidaan korvata mikä tahansa vikaantuneista renkaista. Laske todennäköisyys, että autolla voidaan ajaa matka T, kun renkaat vaurioituvat toisistaan riippumatta ja neljän renkaan on oltava toimintakunnossa, jotta autolla voidaan ajaa.

Vinkki 1: Eksponenttijakauma on muistiton jakauma.

Tehtävä 1

Autonrenkaan kestoaika on eksponentiaalisesti jakautunut satunnaismuuttuja ($[\lambda]$=1/km). Nelipyöräisessä autossa on **kaksi** vararengasta, jolla voidaan korvata mikä tahansa vikaantuneista renkaista. Laske todennäköisyys, että autolla voidaan ajaa matka T, kun renkaat vaurioituvat toisistaan riippumatta ja neljän renkaan on oltava toimintakunnossa, jotta autolla voidaan ajaa.

Vinkki 1: Eksponenttijakauma on muistiton jakauma.

Vinkki 2: Erlangin jakauman kertymäfunktio on

$$F(x; k, \lambda) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{1}{n!} e^{-\lambda x} (\lambda x)^n$$

Tehtävä 1

Koska eksponenttijakauma on muistiton jakauma, auton rengas, joka on ehjä tällä hetkellä, kestää seuraavat 100km samalla todennäköisyydellä riippumatta siitä, kuinka pitkälle sillä on jo ajettu. Näin ollen täysin uusi rengas ja rengas, jolla on jo ajettu matka t, ovat täysin yhtä luotettavia.

Tehtävä 1

Koska eksponenttijakauma on muistiton jakauma, auton rengas, joka on ehjä tällä hetkellä, kestää seuraavat 100km samalla todennäköisyydellä riippumatta siitä, kuinka pitkälle sillä on jo ajettu. Näin ollen täysin uusi rengas ja rengas, jolla on jo ajettu matka t, ovat täysin yhtä luotettavia.

Tämä tarkoittaa sitä, että auto on yhtä hyvä kuin uusi, kun siihen on vaihdettu uusi rengas rikkoutuneen tilalle, mistä seuraa, että autolla, jolla on kaksi vararengasta, voidaan ajaa yhtä pitkä matka kuin kolmella autolla, joissa ei ole yhtään vararengasta, yhteensä.

Tehtävä 1

Jos yhden renkaan rikkoutumisaika on eksponenttijakautunut parametrilla λ, on neljästä renkaasta ensimmäisen rikkoutumisaika eksponenttijakautunut parametrilla $\lambda^* = 4\lambda$.

Tehtävä 1

Jos yhden renkaan rikkoutumisaika on eksponenttijakautunut parametrilla λ, on neljästä renkaasta ensimmäisen rikkoutumisaika eksponenttijakautunut parametrilla $\lambda^* = 4\lambda$.

Nyt todennäköisyys, että autolla voidaan ajaa matka T, saadaan sijoittamalla λ^* Erlangin jakauman kertymäfunktioon

Tehtävä 1

Jos yhden renkaan rikkoutumisaika on eksponenttijakautunut parametrilla λ, on neljästä renkaasta ensimmäisen rikkoutumisaika eksponenttijakautunut parametrilla $\lambda^* = 4\lambda$.

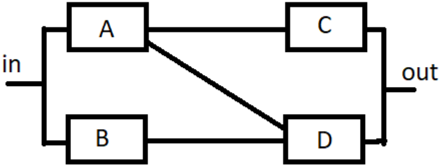
Nyt todennäköisyys, että autolla voidaan ajaa matka T, saadaan sijoittamalla λ^* Erlangin jakauman kertymäfunktioon

$$P(\text{Rengas kestää matkan T}) = 1 - F(T; 3, \lambda^*)$$

$$= \sum_{n=0}^{2} \frac{1}{n!} e^{-4\lambda T} (4\lambda T)^n = e^{-4\lambda T}(1 + 4\lambda T + 8(\lambda T)^2)$$

Tehtävä 2

Ohessa on esitetty erään järjestelmän lohkokaavio.



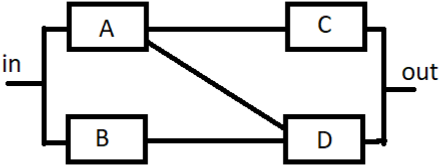
a. Kuvaa järjestelmän toiminta master logic diagrammilla (MLD).

b. Määritä järjestelmän rakennefunktio ja ratkaise minimikatkosjoukot.

c. Kaikkien komponenttien vikaantumistaajuus on 1/1000h. Komponentit korjataan välittömästi, jos järjestelmä lakkaa toimimasta, ja korjaamiseen kuluu 1h. Laske järjestelmän keskimääräinen käytettävyys.

Tehtävä 2

Ohessa on esitetty erään järjestelmän lohkokaavio.

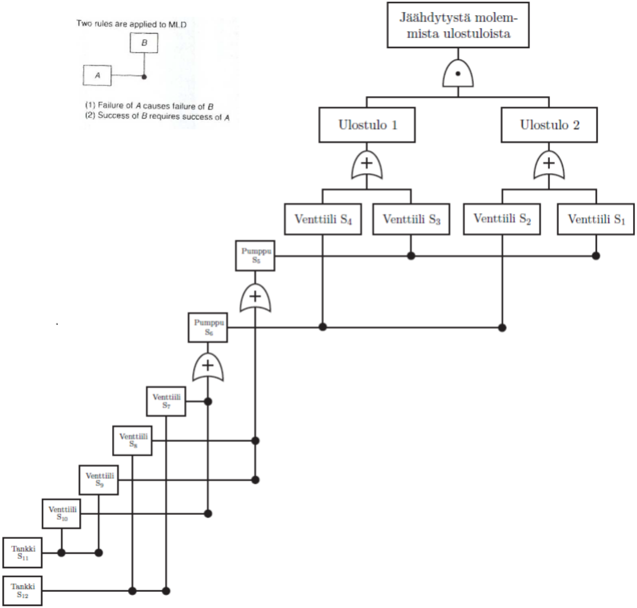


a. Kuvaa järjestelmän toiminta master logic diagrammilla (MLD).

b. Määritä järjestelmän rakennefunktio ja ratkaise minimikatkosjoukot.

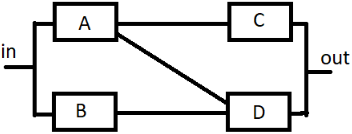
c. Kaikkien komponenttien vikaantumistaajuus on 1/1000h. Komponentit korjataan välittömästi, jos järjestelmä lakkaa toimimasta, ja korjaamiseen kuluu 1h. Laske järjestelmän keskimääräinen käytettävyys.

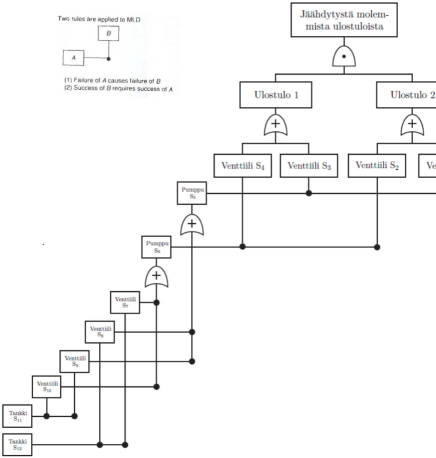
Tehtävä 2



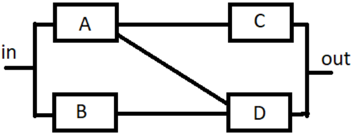
Two rules are applied to MLD
B
A
(1) Failure of A causes failure of B
(2) Success of B requires success of A
Jäähdytystä molem-
mista ulostuloista
Ulostulo 1
Ulostulo 2
Venttiili S_4
Venttiili S_3
Venttiili S_2
Venttiili S_1
Pumppu S_5
Pumppu S_6
Venttiili S_7
Venttiili S_8
Venttiili S_9
Venttiili S_{10}
Tankki S_{11}
Tankki S_{12}

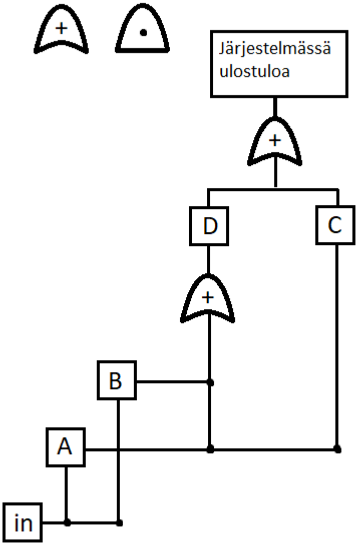
Tehtävä 2


in
A
C
B
D
out

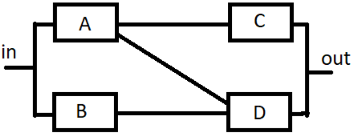

Two rules are applied to MLD
B
A
(1) Failure of A causes failure of B
(2) Success of B requires success of A
Jäähdytystä molem-
mista ulostuloista
Ulostulo 1
Ulostulo 2
Venttiili S_4
Venttiili S_3
Venttiili S_2
Pumppu S_5
Pumppu S_6
Venttiili S_7
Venttiili S_8
Venttiili S_9
Venttiili S_{10}
Tankki S_{11}
Tankki S_{12}

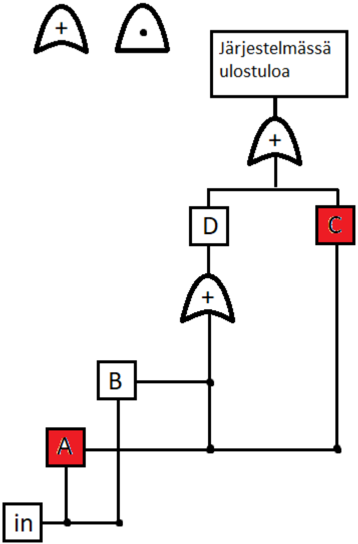
Tehtävä 2





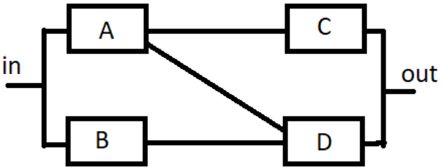
Tehtävä 2





Tehtävä 2

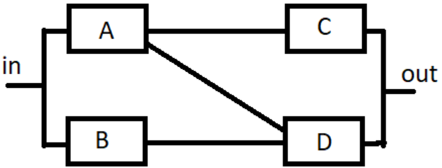
Ohessa on esitetty erään järjestelmän lohkokaavio.



b. Määritä järjestelmän vikaantumislogiikka boolen algebralla ja ratkaise minimikatkosjoukot.

Tehtävä 2

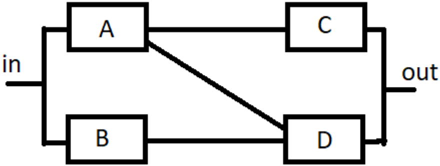
Ohessa on esitetty erään järjestelmän lohkokaavio.



b. Määritä järjestelmän vikaantumislogiikka boolen algebralla ja ratkaise minimikatkosjoukot.

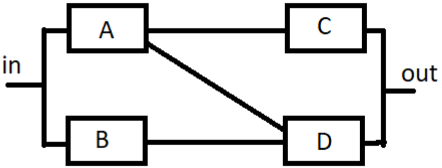
Vinkki: Kun järjestelmä ei ole vain yksinkertainen yhdistelmä sarja- ja rinnakkaisrakenteita, kannattaa järjestelmä ehdollistaa joidenkin komponenttien toiminnalle siten, että siitä tulee vain yhdistelmä sarja- ja rinnakkaisrakenteita. Tässä kannattaa valita A tai D.

Tehtävä 2



Ehdollistetaan järjestelmä komponentin D toiminnalle:
$T = D(A + C) + AB$

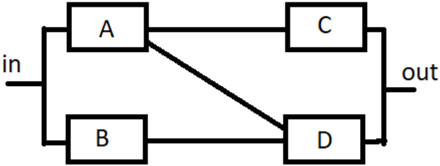
Tehtävä 2



Ehdollistetaan järjestelmä komponentin D toiminnalle:
$T = D(A + C) + AB$

Tästä on äärimmäisen helppo sieventää minimikatkosjoukkoesitys:
$T = AB + AD + CD$

Tehtävä 2

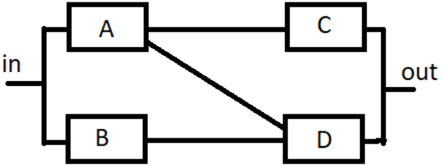


Ehdollistetaan järjestelmä komponentin D toiminnalle:
$T = D(A + C) + AB$

Tästä on äärimmäisen helppo sieventää minimikatkosjoukkoesitys:
$T = AB + AD + CD$

Jos järjestelmän tilaa kuvaa tilavektori $(\neg A, \neg B, \neg C, \neg D)$ ovat minimikatkosjoukkoja vastaavat tilavektorit:
$(0, 0, 1, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 1, 0, 0)$

Tehtävä 2

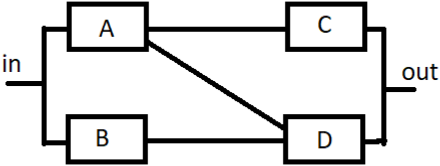


Ehdollistetaan järjestelmä komponentin D toiminnalle:
$T = D(A + C) + AB$

Tästä on äärimmäisen helppo sieventää minimikatkosjoukkoesitys:
$T = AB + AD + CD$

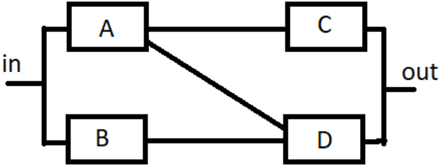
Jos järjestelmän tilaa kuvaa tilavektori $(\neg A, \neg B, \neg C, \neg D)$ ovat minimikatkosjoukkoja vastaavat tilavektorit:
$(0, 0, 1, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 1, 0, 0)$
Järjestelmällä on myös 5 muuta katkosjoukkoa, jotka eivät ole minimaalisia.

Tehtävä 2



c. Kaikkien komponenttien vikaantumistaajuus on 1/1000h. Komponentit korjataan välittömästi, jos järjestelmä lakkaa toimimasta, ja korjaamiseen kuluu 1h. Laske järjestelmän keskimääräinen käytettävyys.

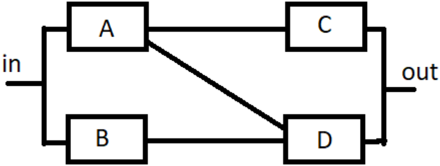
Tehtävä 2



c. Kaikkien komponenttien vikaantumistaajuus on 1/1000h. Komponentit korjataan välittömästi, jos järjestelmä lakkaa toimimasta, ja korjaamiseen kuluu 1h. Laske järjestelmän keskimääräinen käytettävyys.

Vinkki: Komponentin keskimääräinen epäkäytettävyys $q \approx \frac{\lambda\tau}{1+\lambda\tau}$ (vrt. laskari 7.1), missä λ on vikaantumistaajuus ja τ on keskimääräinen korjausaika.

Tehtävä 2



c. Kaikkien komponenttien vikaantumistaajuus on $1/1000$h. Komponentit korjataan välittömästi, jos järjestelmä lakkaa toimimasta, ja korjaamiseen kuluu 1h. Laske järjestelmän keskimääräinen käytettävyys.

Vinkki: Komponentin keskimääräinen epäkäytettävyys $q \approx \frac{\lambda\tau}{1+\lambda\tau}$ (vrt. laskari 7.1), missä λ on vikaantumistaajuus ja τ on keskimääräinen korjausaika.

Voit käyttää harvinaisten tapahtumien approksimaatiota.

Tehtävä 2

$T = AB + AD + CD$

Komponentit ovat identtisiä $q_A = q_B = q_C = q$, joten koko järjestelmän approksimatiivinen epäkäytettävyys on $Q_S \approx 3 \cdot q^2$.

Tehtävä 2

$T = AB + AD + CD$

Komponentit ovat identtisiä $q_A = q_B = q_C = q$, joten koko järjestelmän approksimatiivinen epäkäytettävyys on $Q_S \approx 3 \cdot q^2$.

Kyseessä on järjestelmä, jonka komponentit korjataan välittömästi rikkoutumisen jälkeen. Keskimääräinen epäkäytettävyys $q \approx \frac{\lambda\tau}{1+\lambda\tau}$ (vrt. laskari 7.1), missä λ on vikaantumistaajuus ja τ on keskimääräinen korjausaika.

Tehtävä 2

$T = AB + AD + CD$

Komponentit ovat identtisiä $q_A = q_B = q_C = q$, joten koko järjestelmän approksimatiivinen epäkäytettävyys on $Q_S \approx 3 \cdot q^2$.

Kyseessä on järjestelmä, jonka komponentit korjataan välittömästi rikkoutumisen jälkeen. Keskimääräinen epäkäytettävyys $q \approx \frac{\lambda\tau}{1+\lambda\tau}$ (vrt. laskari 7.1), missä λ on vikaantumistaajuus ja τ on keskimääräinen korjausaika. Nyt siis $\lambda = 1/1000 = 10^{-3}$/h ja

$$q = \frac{\lambda\tau}{1 + \lambda\tau} = \frac{10^{-3} \cdot 1}{1 + 10^{-3} \cdot 1} \approx 0.000999$$

Tehtävä 2

$T = AB + AD + CD$

Komponentit ovat identtisiä $q_A = q_B = q_C = q$, joten koko järjestelmän approksimatiivinen epäkäytettävyys on $Q_S \approx 3 \cdot q^2$.

Kyseessä on järjestelmä, jonka komponentit korjataan välittömästi rikkoutumisen jälkeen. Keskimääräinen epäkäytettävyys $q \approx \frac{\lambda\tau}{1+\lambda\tau}$ (vrt. laskari 7.1), missä λ on vikaantumistaajuus ja τ on keskimääräinen korjausaika. Nyt siis $\lambda = 1/1000 = 10^{-3}$/h ja

$$
\begin{aligned}
q &= \frac{\lambda\tau}{1+\lambda\tau} = \frac{10^{-3} \cdot 1}{1 + 10^{-3} \cdot 1} \approx 0.000999 \\
\Rightarrow Q_S &= 3 \cdot 0.000999^2 \\
&\approx 2.99 \cdot 10^{-6}
\end{aligned}
$$

Tehtävä 2

$T = AB + AD + CD$

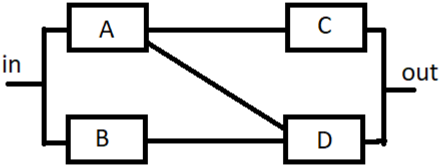
Komponentit ovat identtisiä $q_A = q_B = q_C = q$, joten koko järjestelmän approksimatiivinen epäkäytettävyys on $Q_S \approx 3 \cdot q^2$.

Kyseessä on järjestelmä, jonka komponentit korjataan välittömästi rikkoutumisen jälkeen. Keskimääräinen epäkäytettävyys $q \approx \frac{\lambda\tau}{1+\lambda\tau}$ (vrt. laskari 7.1), missä λ on vikaantumistaajuus ja τ on keskimääräinen korjausaika. Nyt siis $\lambda = 1/1000 = 10^{-3}/\mathrm{h}$ ja

$$
\begin{aligned}
q &= \frac{\lambda\tau}{1+\lambda\tau} = \frac{10^{-3} \cdot 1}{1 + 10^{-3} \cdot 1} \approx 0.000999 \\
\Rightarrow Q_S &= 3 \cdot 0.000999^2 \\
&\approx 2.99 \cdot 10^{-6} \\
\Rightarrow A_S &= 1 - 2.99 \cdot 10^{-6} \approx 0.999997
\end{aligned}
$$

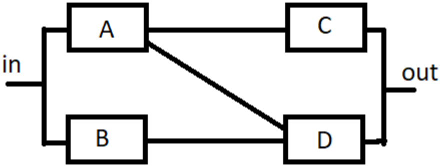
Järjestelmä vikaantuu kerran n. 38 vuodessa, joten se on erittäin luotettava.

Tehtävä 3



Tarkastellaan edelleen samaa lohkokaaviota kuin tehtävässä 2, mutta nyt komponentti A vikaantuu todennäköisyydellä 0,1, komponentit B ja C todennäköisyydellä 0,07 ja komponentti D todennäköisyydellä 0,05. Laske komponentille A Birnbaum-, kriittinen tärkeys ja Fussel-Vesely-riskimitat.

Tehtävä 3



Tarkastellaan edelleen samaa lohkokaaviota kuin tehtävässä 2, mutta nyt komponentti A vikaantuu todennäköisyydellä 0,1, komponentit B ja C todennäköisyydellä 0,07 ja komponentti D todennäköisyydellä 0,05. Laske komponentille A Birnbaum-, kriittinen tärkeys ja Fussel-Vesely-riskimitat.

Vinkki: Voit katsoa ohjeita luennon 7 kalvoista.

Tehtävä 3

$$T = AB + AD + CD$$

$$P(T) \approx P(A)P(B) + P(A)P(D) + P(C)P(D)$$
$$= 0.1 \cdot 0.07 + 0.1 \cdot 0.05 + 0.07 \cdot 0.05 = 0.0155$$

Tehtävä 3

$T = AB + AD + CD$

$P(T) \approx P(A)P(B) + P(A)P(D) + P(C)P(D)$
$= 0.1 \cdot 0.07 + 0.1 \cdot 0.05 + 0.07 \cdot 0.05 = 0.0155$

Birnbaum
$P(T|A) = P(B) + P(D) - P(B)P(D)$
$= 0.07 + 0.05 - 0.07 \cdot 0.05 = 0.1165$

Tehtävä 3

$T = AB + AD + CD$

$P(T) \approx P(A)P(B) + P(A)P(D) + P(C)P(D)$
$= 0.1 \cdot 0.07 + 0.1 \cdot 0.05 + 0.07 \cdot 0.05 = 0.0155$

Birnbaum
$P(T|A) = P(B) + P(D) - P(B)P(D)$
$= 0.07 + 0.05 - 0.07 \cdot 0.05 = 0.1165$
$P(T|\neg A) = P(C)P(D)$
$= 0.07 + 0.05 - 0.07 \cdot 0.05 = 0.0035$

Tehtävä 3

$T = AB + AD + CD$

$P(T) \approx P(A)P(B) + P(A)P(D) + P(C)P(D)$
$= 0.1 \cdot 0.07 + 0.1 \cdot 0.05 + 0.07 \cdot 0.05 = 0.0155$

Birnbaum
$P(T|A) = P(B) + P(D) - P(B)P(D)$
$= 0.07 + 0.05 - 0.07 \cdot 0.05 = 0.1165$
$P(T|\neg A) = P(C)P(D)$
$= 0.07 + 0.05 - 0.07 \cdot 0.05 = 0.0035$

$I_B(A) = P(T|A) - P(T|\neg A) = 0.1130$

Tehtävä 3

$P(T) \approx 0.0155$
$I_B(A) = 0.1130$

Tehtävä 3

$P(T) \approx 0.0155$
$I_B(A) = 0.1130$

Kriittinen tärkeys
$I_C(A) = I_B(A)\frac{P(A)}{P(T)}$
$= 0.1130\frac{0.1}{0.0155} \approx 0.729$

Tehtävä 3

$P(T) \approx 0.0155$
$I_B(A) = 0.1130$

Kriittinen tärkeys
$I_C(A) = I_B(A)\frac{P(A)}{P(T)}$
$= 0.1130\frac{0.1}{0.0155} \approx 0.729$

Fussel-Vesely

$$\frac{\sum_{\{j|i\in MCS_j\}} P(MCS_j)}{\sum_j P(MCS_j)} = \frac{P(A)P(B) + P(A)P(D)}{P(A)P(B) + P(A)P(D) + P(C)P(D)}$$

$= \frac{0.1\cdot 0.07 + 0.1\cdot 0.05}{0.1\cdot 0.07 + 0.1\cdot 0.05 + 0.07\cdot 0.05} \approx 0.774$