



Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)

MS-A0201

Hakula

Tentti, 31.5.2021



Moniosaisten tehtävien osien painoarvo on sama ellei muuta ole erikseen osoitettu. Maksimipistemäärä kokeessa on 36 eli tehtäviä on kuusi. Jos välivaiheita on tehty ohjelmistoilla, niin ilmaise tämä selkeästi.

TEHTÄVÄ 1 Approksimoi funktion

$$f(x, y) = \sqrt{2x^2 + e^{2y}}$$

arvoa pisteessä $(4.1, -0.1)$. Laske myös tarkka arvo ja arvioi approksimaation laatua.

TEHTÄVÄ 2 Muodosta lauseke funktiolle

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x^2 - y^2, xy),$$

funktion f osittaisderivaattojen avulla. Voit olettaa kaikki f :n osittaisderivaatat jatkuviksi.

TEHTÄVÄ 3 Etsi tasokäyrän

$$17x^2 + 12xy + 8y^2 = 100$$

ne pisteet, joiden etäisyys origosta on a) pienin, b) suurin. Perustele lukumäärät!

TEHTÄVÄ 4 Etsi integraalin

$$I = \int_D \frac{y}{x} da$$

arvo, missä D on funktioiden $y = 0$, $y = x$, ja tasokäyrän $x^2 + 4y^2 = 4$ rajaama alue.

TEHTÄVÄ 5 Tutki, millä muuttujan t arvoilla funktio

$$f(t) = \int_{x=0}^2 \int_{y=0}^2 \int_{z=2}^t xy(z-1) \ln(1+z^4) dx dy dz$$

saa pienimmän arvonsa.

TEHTÄVÄ 6 Suljettu tasoalue (nelikulmio) on järjestettyjen reunapisteiden $\{(0, 1), (1, 0), (3, 3), (2, 3)\}$ määrittämä. Mitkä ovat alueen keskiön koordinaatit?