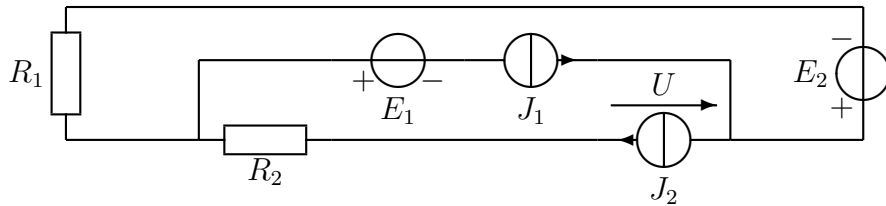


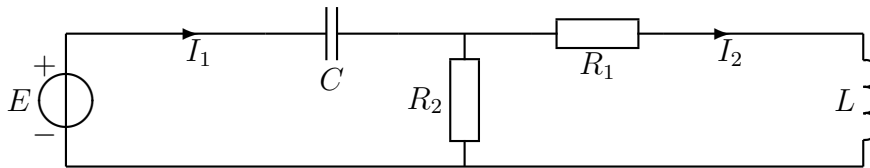
**Tentti 27.3.2017. Saat vastata vain neljään tehtävään!**

Sallitut: Kako, [gr.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä on sovittava valvojan kanssa!]

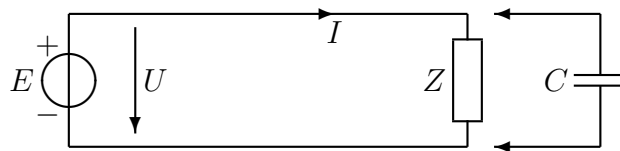
1. Laske jännite  $U$ .  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $E_1 = 10 \text{ V}$ ,  $E_2 = 4 \text{ V}$ ,  $J_1 = 1 \text{ A}$ ,  $J_2 = 3 \text{ A}$ .



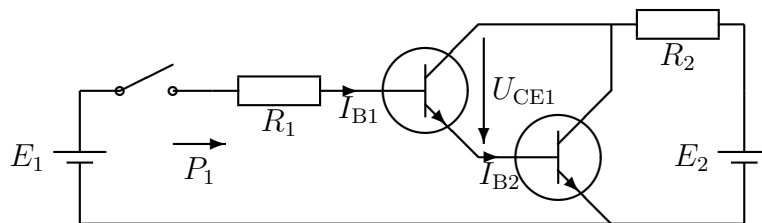
2. Laske virta  $I_1$ .  $R_1 = R_2 = 1 \Omega$ ,  $L = 2 \text{ H}$ ,  $C = 0,5 \text{ F}$ ,  $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ,  $E = (8 + j9) \text{ V}$ .



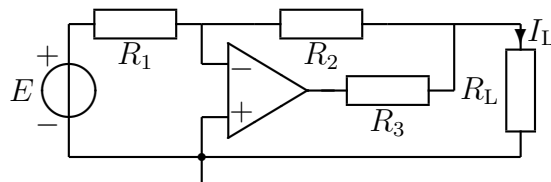
3. Miten suuri kondensaattori  $C$  on kytkettävä kuorman  $Z$  rinnalle, jotta virta  $I$  olisi minimissään (eli loisteho nolla)?  $E = 230 \angle 52^\circ \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ . Ilman kondensaattoria  $I = 0,3 \angle 20^\circ \text{ A}$ .



4. Transistorit muodostavat jänniteohjatun kytkimen. Miten suuri (ohjaus)teho  $P_1$  on jännitelähteestä  $E_1$  otettava, jotta vastukseen  $R_2$  saadaan tehoa  $P_2 = 80 \text{ W}$ ?  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 5 \Omega$ ,  $U_{BE1} = U_{BE2} = 0,7 \text{ V}$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 100$ .



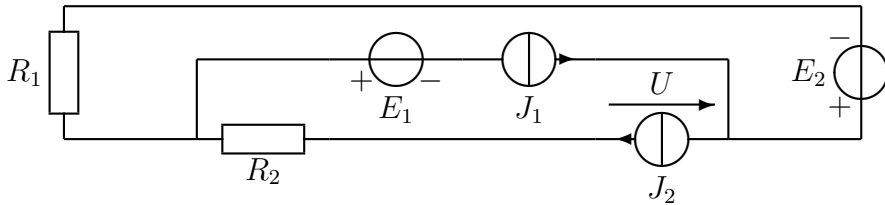
5. Laske virta  $I_L$ .  $E = 1 \text{ V}$ ,  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 47 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 100 \Omega$ ,  $R_L = 1000 \Omega$ .



**Oikeat ratkaisut ja tulokset tulevat tällä viikolla viime syksyn kurssin sivulle MyCoon.**

**Hyvää loppukevättä, t. X**

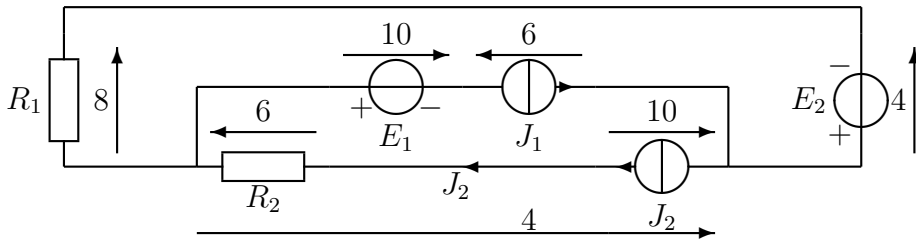
1. Laske jännite  $U$ .  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $E_1 = 10 \text{ V}$ ,  $E_2 = 4 \text{ V}$ ,  $J_1 = 1 \text{ A}$ ,  $J_2 = 3 \text{ A}$ .



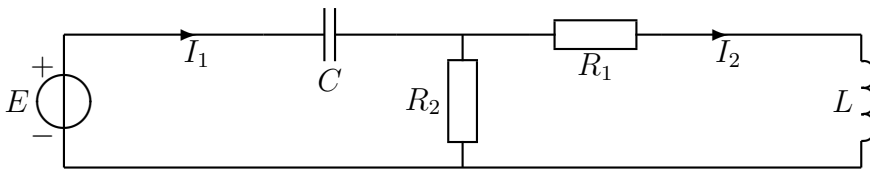
$$-R_2 J_2 + U + E_2 + R_1 (J_1 - J_2) = 0 \quad (1)$$

$$U = R_2 J_2 - E_2 - R_1 (J_1 - J_2) = 10 \text{ V} \quad (2)$$

Pikkuvinkki: jos johtimen virraksi on merkitty  $J_2$ , johtimen virta on  $J_2$ .



2. Laske virta  $I_1$ .  $R_1 = R_2 = 1 \Omega$ ,  $L = 2 \text{ H}$ ,  $C = 0,5 \text{ F}$ ,  $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ,  $E = (8 + j9) \text{ V}$ .



$$-R_2(I_1 - I_2) + (R_1 + j\omega L) I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_1 + j\omega L} I_1 \quad (3)$$

Tämä on yleisesti tunnettu virranjakokaava, joka mielestäni kannattaa johtaa, ellei ole täysin varma osaamisestaan. Sijoitetaan se toisen silmukan yhtälöön:

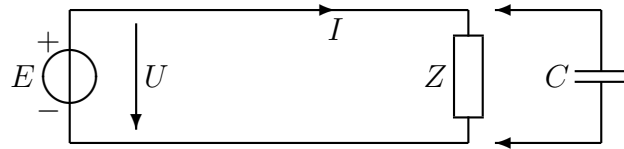
$$-E + \frac{1}{j\omega C} I_1 + R_2(I_1 - I_2) = 0 \quad (4)$$

$$\left(R_2 - j\frac{1}{\omega C}\right) I_1 - R_2 \overbrace{\frac{R_2 I_1}{R_2 + R_1 + j\omega L}}^{I_2} = E \quad (5)$$

$$I_1 = \frac{E}{R_2 - j\frac{1}{\omega C} - \frac{R_2^2}{R_2 + R_1 + j\omega L}} = \frac{E}{1 - j1 - \frac{1}{2+j4}} \quad (6)$$

$$= \frac{(2+j4)E}{(2+j4)(1-j) - 1} = \frac{(2+j4)(8+j9)}{5+2j} = 0 + j10 = 10 \angle 90^\circ \text{ V} \quad (7)$$

3. Miten suuri kondensaattori  $C$  on kytkettävä kuorman  $Z$  rinnalle, jotta virta  $I$  olisi minimissään (eli loisteho nolla)?  $E = 230 \angle 52^\circ$  V,  $f = 50$  Hz. Ilman kondensaattoria  $I = 0,3 \angle 20^\circ$  A.



$$S = EI^* = 230 \angle 52^\circ \cdot 0,3 \angle -20^\circ = 230 \cdot 0,3 \angle 52^\circ - 20^\circ \quad (8)$$

$$Q_Z = |U||I| \sin \varphi \quad \varphi = 32^\circ \quad (9)$$

$$I_C = \frac{E}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega CE = (0 + j\omega C)E \quad (10)$$

$$S_C = EI_C^* = E(0 - j\omega C)E^* = -j\omega CEE^* = +jQ_C \quad (11)$$

$$Q_C = -Q_Z \Rightarrow -\omega C \overbrace{EE^*}^{|E|^2} = -|U||I| \sin \varphi \quad (12)$$

$$C = \frac{|U||I| \sin \varphi}{2\pi f |E|^2} = 2,2 \mu\text{F} \quad (13)$$

Huomaa itseisarvon toiseen korotus — kompleksilukuja ei insinöörimatematiikassa koskaan koroteta toiseen! Helpommin admittansseilla (rinnankytkennän takia tätä ei nimittäin voi tehdä impedanssin imaginääriosaa kumoamalla, koska viime mainittu pitäisi tehdä sarjaankytkennällä):

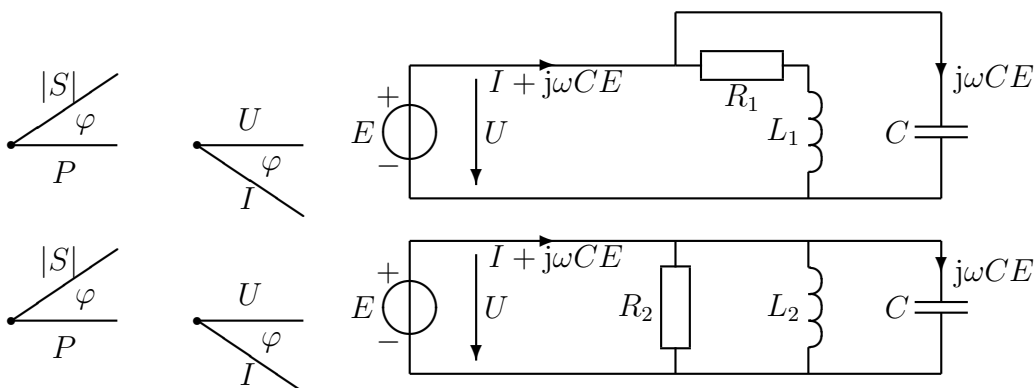
$$Y_{ZC} = \frac{1}{Z} + Y_C = \frac{I}{E} + Y_C = \frac{0,3}{230} \angle -32^\circ + j\omega C = 0,001106 - j \underbrace{0,0006912}_{\omega C} + j\omega C \quad (14)$$

Teoriassa  $Z$  voisi olla vastuksen ja kelan sarjaankytkentä tai vastuksen ja kelan rinnankytkentä — konkan arvoon tämä ei vaikuta.

$$Z = \frac{E}{I} = R_1 + j\omega L_1 = \frac{230}{0,3} \angle 32^\circ = 650 + j406 \Omega \quad (15)$$

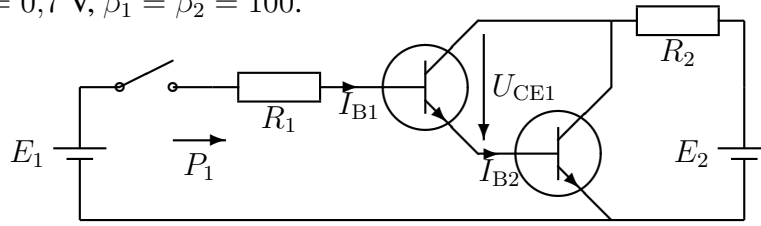
$$R_2 = \frac{1}{0,001106} = 904 \Omega \quad (16)$$

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L_2 = \frac{1}{0,0006912} = 1447 \Omega \quad (17)$$



Ajattele yllä olevat kulmat saranoiduiksi; aluksi  $C = 0$ . Kun kuorman rinnalle kytkettyä kondensaattoria suurennetaan nollassa alkaen, kulma  $\varphi$  pienenee kohti nollaa. Tietyn rajan jälkeen  $\varphi$  muuttuisi erimerkkiseksi, mutta lopetetaan juuri ennen sitä. Pitemmät haarat lyhenevät samalla vaakasuoran haaran  $P$  tai  $U$  mittaisiksi.  $|S|$  ja  $I$  pienenevät, vaikka  $P$  ja  $U$  pysyvät vakioina. Kyse on siis loistehon nollaamisesta.

4. Transistorit muodostavat jänniteohjatun kytkimen. Miten suuri (ohjaus)teho  $P_1$  on jännitelähteestä  $E_1$  otettava, jotta vastukseen  $R_2$  saadaan tehoa  $P_2 = 80 \text{ W}$ ?  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 5 \Omega$ ,  $U_{BE1} = U_{BE2} = 0,7 \text{ V}$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 100$ .



$$P_{R2} = R_2 I_{R2}^2 = 80 \Rightarrow I_{R2} = \sqrt{\frac{P_{R2}}{R_2}} = 4 \text{ A} \quad (18)$$

$$I_{B2} = I_{E1} = (\beta + 1)I_{B1} \quad (19)$$

$$I_{C2} = \beta \cdot I_{B2} = \beta \cdot (\beta + 1)I_{B1} \quad (20)$$

$$I_{R2} = I_{C1} + I_{C2} = \beta \cdot I_{B1} + \beta \cdot (\beta + 1)I_{B1} \quad (21)$$

$$\Rightarrow I_{B1} = \frac{I_{R2}}{\beta + \beta(\beta + 1)} = 0,392 \text{ mA} \quad (22)$$

$$-E_1 + R_1 I_{B1} + U_{BE1} + U_{BE2} = 0 \quad (23)$$

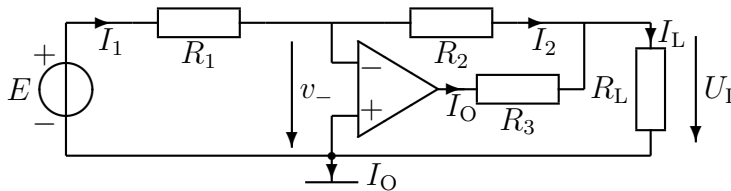
$$E_1 = R_1 I_{B1} + U_{BE1} + U_{BE2} = 5,32 \text{ V} \quad (24)$$

$$P_1 = E_1 I_{B1} \approx 2 \text{ mW} \quad (25)$$

$$(E_2 \geq R_2 I_{R2} + U_{CE1\min} + U_{BE2} = 5 \cdot 4 + 0,3 + 0,7 = 21 \text{ V}) \quad (26)$$

Kyseessä on Darlington-transistori(pari). Nyt parin milliwatin ohjausteholla voidaan siis kytkeä 80 W tehoa vastukseen. Tämä onkin yksi transistorikytkimien käyttötavoista. Jos transistorit olisivat *pnp*-tyyppiä, kuorma  $R_2$  kytkettäisiin maan ja kollektorien väliin (trankut olisivat ylösalaisin, emitterit kohti kattoa).

5. Laske virta  $I_L$ .  $E = 1 \text{ V}$ ,  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 47 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 100 \Omega$ ,  $R_L = 1000 \Omega$ .



Koska  $+$ -tulo on kytketty maahan, on nyt  $v_+ = 0$  ja samoin  $v_- = 0$ , mutta aina nämä potentiaalit eivät siis ole nolliä.

$$I_1 = \frac{E - v_-}{R_1} = \frac{E}{R_1} \quad (27)$$

$$I_2 = \frac{v_- - U_L}{R_2} = -\frac{U_L}{R_2} \Rightarrow U_L = -R_2 I_2 \quad (28)$$

$$I_L = \frac{U_L}{R_L} = -\frac{R_2 I_2}{R_L} = -\frac{R_2}{R_L} \underbrace{\frac{E}{R_1}}_{I_1=I_2} = -\frac{R_2}{R_L} \frac{E}{R_1} = -4,7 \text{ mA} \quad (29)$$