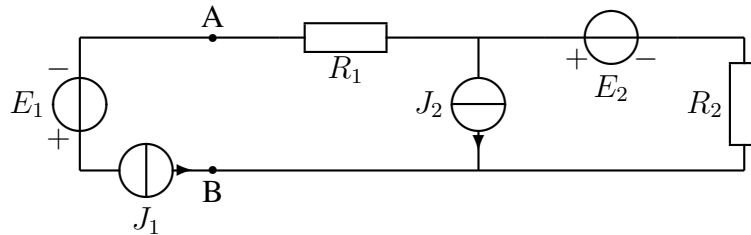


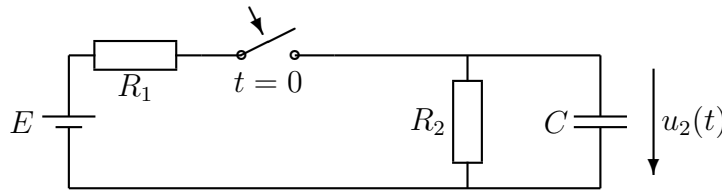
1. välikoe 20.10.2014. **Saat vastata vain neljään tehtävään!**

Sallitut: Kako, [gr.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä on sovittava valvojan kanssa!]

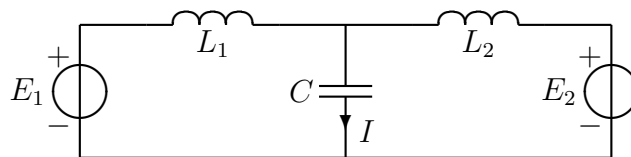
1. Laske pisteiden A ja B välinen jännite U_{AB} . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 24 \text{ V}$, $J_1 = 3 \text{ A}$, $J_2 = 1 \text{ A}$.



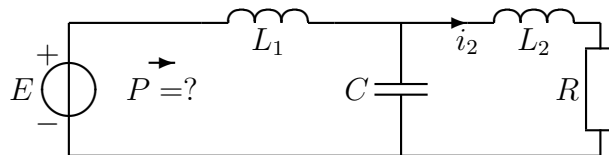
2. Kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. Kuinka kauan kestää, että $u_2(t)$ nousee 90 prosenttiin maksimiarvostaan? $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $C = 0,22 \text{ F}$, $U_{C0} = 0 \text{ V}$.



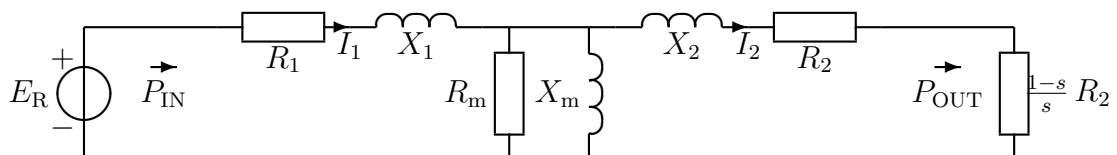
3. Laske virta I . $L_1 = 1 \text{ H}$, $L_2 = 2 \text{ H}$, $C = 0,1 \text{ F}$, $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $E_1 = 10j \text{ V}$, $E_2 = 17 - 3j \text{ V}$.



4. Laske jännitelähteen luovuttama (keskimääräinen) pätöteho P . Virta i_2 tunnetaan ajan funktiona: $i_2 = 0,76 \cdot \sin(\omega t + 150^\circ) \text{ A}$. $R = 2 \cdot \sqrt{3} \Omega$, $L_1 = 1 \text{ H}$, $L_2 = 2 \text{ H}$, $C = 0,5 \text{ F}$, $\omega = 2 \frac{1}{\text{s}}$.

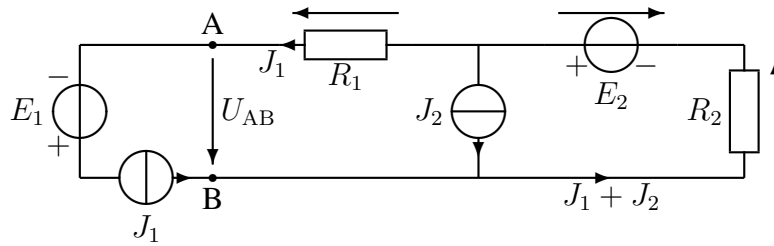


5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1–4 pois! Laske moottorin hyötysuhde $\eta = \frac{P_{\text{OUT}}}{P_{\text{IN}}}$, kun jättämä on $s = 0,1$. $E_R = 230 \angle 90^\circ \text{ V}$, $R_1 = 1,2 \Omega$, $R_2 = 0,8 \Omega$, $R_m = 800 \Omega$, $X_1 = \omega L_1 = 1,6 \Omega$, $X_2 = \omega L_2 = 1,0 \Omega$, $X_m = \omega L_m = 40 \Omega$. $I_1 = 24 \angle 65^\circ \text{ A}$ ja $I_2 = 23 \angle 76^\circ \text{ A}$. Kelan impedanssi on aina $Z_L = jX$!



Tulokset tulevat **Noppaan** ylihuomenna, ratkaisut heti.

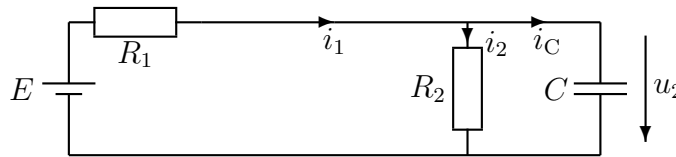
1. Laske pisteiden A ja B välinen jännite U_{AB} . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 24 \text{ V}$, $J_1 = 3 \text{ A}$, $J_2 = 1 \text{ A}$.



$$-U_{AB} - R_1 J_1 + E_2 - R_2 (J_1 + J_2) = 0 \quad (1)$$

$$U_{AB} = -R_1 J_1 + E_2 - R_2 (J_1 + J_2) = 2 \text{ V} \quad (2)$$

2. Kytкин suljetaan hetkellä $t = 0$. Kuinka kauan kestää, että $u_2(t)$ nousee 90 prosenttiin maksimiarvostaan? $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $C = 0,22 \text{ F}$, $U_{C0} = 0 \text{ V}$.



$$-E + R_1 \left(\underbrace{i_2}_{\frac{u_2}{R_2}} + \underbrace{i_C}_{C \frac{du_2}{dt}} \right) + u_2 = 0 \quad (3)$$

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \underbrace{u_2}_{B + Ae^{-t/\tau}} + R_1 C \underbrace{\frac{du_2}{dt}}_{0 - \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}} = E \quad (4)$$

$$\underbrace{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) B}_{\text{munat}} + \underbrace{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) A e^{-t/\tau}}_{\text{jauhhot}} = \underbrace{E}_{\text{munat}} + \underbrace{R_1 C \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}}_{\text{jauhhot}} \quad (5)$$

$$\text{mnt : } B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{2}{3} E \quad \text{jht : } \tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C = 0,44 \text{ s} \quad (6)$$

$$U_{C0} = u_2(0) = B + A e^{-0/\tau} = B + A \Rightarrow A = -B = -\frac{2}{3} E \quad (7)$$

$$u_2 = B + A e^{-t/\tau} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \quad (8)$$

$$u_{2\text{MAX}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E (1 - 0) \quad (9)$$

$$1 - e^{-t/\tau} = 0,9 \Rightarrow e^{-t/\tau} = 0,1 \quad (10)$$

Tämän voi ratkaista kokeilemalla:

$$e^{-0,9/0,44} = 0,129 \quad (11)$$

$$e^{-1,0/0,44} = 0,103 \Rightarrow t \approx 1,0 \quad (12)$$

$$e^{-1,1/0,44} = 0,082 \quad (13)$$

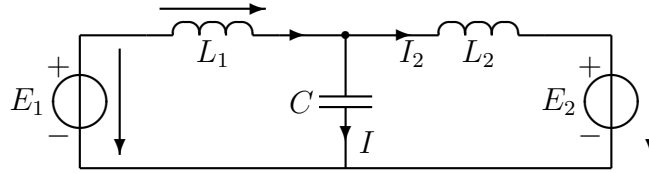
tai analyttisesti:

$$-t/\tau = \ln 0,1 \Rightarrow t = 2,3 \cdot \tau = 1,01 \text{ s} \quad (14)$$

$$i_1 = \frac{E - u_2}{R_1} \quad i_2 = \frac{u_2}{R_2} \quad i_C = i_1 - i_2 \quad (15)$$

$$u_2 = \frac{1}{C} \int_0^t (i_1 - i_2) dt + u_2(0) = \frac{1}{C} \int_0^t \left(\frac{E - u_2}{R_1} - \frac{u_2}{R_2} \right) dt = \dots \quad (16)$$

3. Laske virta I . $L_1 = 1 \text{ H}$, $L_2 = 2 \text{ H}$, $C = 0,1 \text{ F}$, $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $E_1 = 10 \text{ j V}$, $E_2 = 17 - 3 \text{ j V}$.



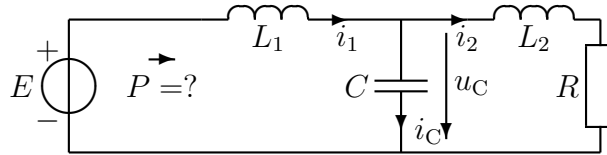
$$-E_1 + j\omega L_1(I + I_2) + \frac{1}{j\omega C} I = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_1 - j\omega L_1 I - \frac{1}{j\omega C} I}{j\omega L_1} \quad (17)$$

$$-\frac{1}{j\omega C} I + j\omega L_2 \underbrace{\frac{E_1 - j\omega L_1 I - \frac{1}{j\omega C} I}{j\omega L_1}}_{I_2} + E_2 = 0 \quad (18)$$

$$\Rightarrow I = \frac{-E_2 - \frac{L_2}{L_1} E_1}{-\frac{1}{j\omega C} + \frac{L_2}{L_1} (-j\omega L_1 - \frac{1}{j\omega C})} = \frac{-E_2 - \frac{L_2}{L_1} E_1}{j \frac{1}{\omega C} + \frac{L_2}{L_1} (-j\omega L_1 + j \frac{1}{\omega C})} \quad (19)$$

$$I = \frac{-17 + 3 \text{ j} - 2 \cdot 10 \text{ j}}{j 1 + 2 (-j 10 + j 1)} = \frac{24,04 \angle -135^\circ}{17 \angle -90^\circ} = 1,41 \angle -45^\circ \text{ A} \quad (20)$$

4. Laske jännitelähteen luovuttama (keskimääräinen) pätöteho P . Virta i_2 tunnetaan ajan funktiona: $i_2 = 0,76 \cdot \sin(\omega t + 150^\circ) \text{ A}$. $R = 2 \cdot \sqrt{3} \Omega$, $L_1 = 1 \text{ H}$, $L_2 = 2 \text{ H}$, $C = 0,5 \text{ F}$, $\omega = 2 \frac{1}{\text{s}}$.



Koska L ja C ovat teoriassa aina häviöttömiä, saadaan pätöteho helposti:

$$P = P_R = R |I_2|^2 = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{0,76}{\sqrt{2}} \right)^2 \approx 1,000 \text{ W} \quad (21)$$

Tarkistetaan tulos:

$$I_2 = \frac{0,76}{\sqrt{2}} \angle 150^\circ = -0,465 + j0,269 \quad (22)$$

$$U_C = \underbrace{(R + j\omega L_2)}_{2\sqrt{3} + j4 = 5,2915 \angle 49,11^\circ} \cdot I_2 = 2,8437 \angle 199,11^\circ \quad (23)$$

$$I_C = j\omega C U_C = \frac{0,76}{\sqrt{2}} \angle 240^\circ = -0,269 - j0,465 \quad (24)$$

$$I_1 = I_C + I_2 = j\omega C (R + j\omega L_2) I_2 + I_2 \quad (25)$$

$$I_1 = \underbrace{(1 - \omega^2 L_2 C + j\omega C R)}_{-3 + j2\sqrt{3} = 4,5826 \angle 130,89^\circ} I_2 = 2,4627 \angle -79,11^\circ \quad (26)$$

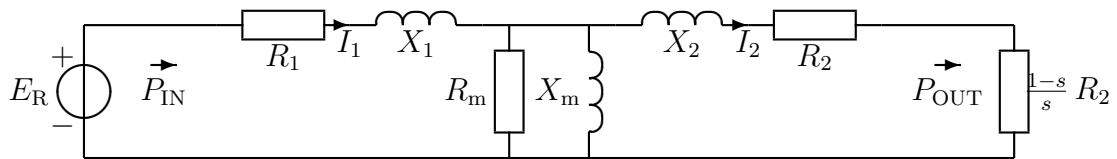
$$E = U_C + j\omega L_1 I_1 = 2,8437 \angle 199,11^\circ + 4,9254 \angle 10,89^\circ \quad (27)$$

$$= -2,6870 - 0,9308 \text{ j} + 4,8366 + 0,9308 \text{ j} = 2,1496 + 0 \cdot \text{j} \quad (28)$$

$$S = E I_1^* = 2,1496 \cdot 2,4627 \angle 79,11^\circ = 5,2938 \angle 79,11^\circ \quad (29)$$

$$P = |S| \cos \phi = 5,2938 \cdot \cos 79,11^\circ = 1,000 \text{ W} \quad (30)$$

5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1–4 pois! Laske moottorin hyötysuhde $\eta = \frac{P_{\text{OUT}}}{P_{\text{IN}}}$, kun jättämä on $s = 0,1$. $E_R = 230 \angle 90^\circ \text{ V}$, $R_1 = 1,2 \ \Omega$, $R_2 = 0,8 \ \Omega$, $R_m = 800 \ \Omega$, $X_1 = \omega L_1 = 1,6 \ \Omega$, $X_2 = \omega L_2 = 1,0 \ \Omega$, $X_m = \omega L_m = 40 \ \Omega$. $I_1 = 24 \angle 65^\circ \text{ A}$ ja $I_2 = 23 \angle 76^\circ \text{ A}$. Kelan impedanssi on aina $Z_L = jX$!



Kolmen vaiheen yhteisteho (kerroin 3):

$$P_{\text{OUT}} = 3 \operatorname{Re} \left[\frac{1-s}{s} R_2 I_2 I_2^* \right] \quad (31)$$

$$P_{\text{IN}} = 3 \operatorname{Re} [E_R I_1^*] \quad (32)$$

$$\eta = \frac{P_{\text{OUT}}}{P_{\text{IN}}} = \frac{3 \frac{1-s}{s} R_2 |I_2|^2}{3 \operatorname{Re} [230 \angle 90^\circ \cdot 24 \angle -65^\circ]} \quad (33)$$

$$= \frac{3 \cdot 3808 \text{ W}}{3 \cdot 5003 \text{ W}} = \frac{11426 \text{ W}}{15008 \text{ W}} = 76 \% \quad (34)$$

Reaaliosa lasketaan laskimen koordinaatistomuunnosohjelman tai $\cos \phi$:n avulla.