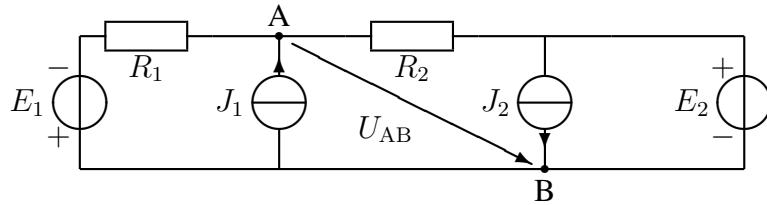


ELEC-C4210 SÄHKÖTEKNIikka JA ELEKTRONIIKKA Kimmo Silvonon

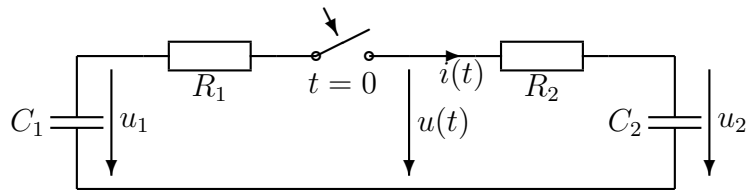
1. välikoe 19.10.2015. **Saat vastata vain neljään tehtävään!**

Sallitut: Kako, [gr.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä on sovittava valvojan kanssa!]

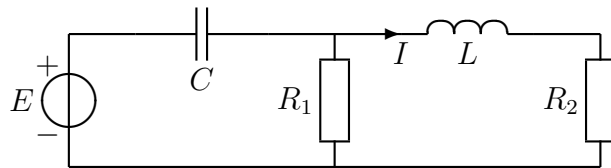
1. Laske jännite U_{AB} . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 14 \text{ V}$, $J_1 = 3 \text{ A}$, $J_2 = 1 \text{ A}$.



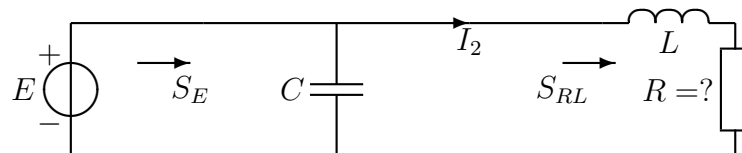
2. Kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. Laske jännite $u(t)$. Koska molemmissa kondensaattoreissa virta on sama, on jännitteillä sama aikavakio, mutta $\tau \neq R_1 C_1$. $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $C_1 = 4 \text{ F}$, $C_2 = 1 \text{ F}$, $U_{C01} = 10 \text{ V}$, $U_{C02} = 5 \text{ V}$.



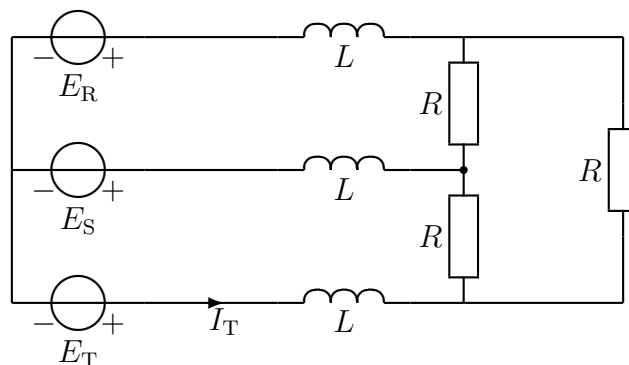
3. Laske virta I . $E = 18 - 6j \text{ V}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $L = 0,2 \text{ H}$, $C = 50 \text{ mF}$, $\omega = 10 \text{ rad/s}$.



4. Laske $|I_2|$ ja jännitelähteen kompleksinen teho S_E , jos $S_{RL} = 16 + 8j \text{ VA}$. $L = 0,1 \text{ H}$, $C = 0,01 \text{ F}$, $\omega = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Valitse: $I_2 = |I_2| \angle 0^\circ$.



5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1–4 pois! Laske virta I_T yksivaiheisen sijaiskytkennän avulla. $E_R = 230 \angle 0^\circ \text{ V}$, $R = 45 \Omega$, $L = 0,3/\pi \text{ H}$, $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$

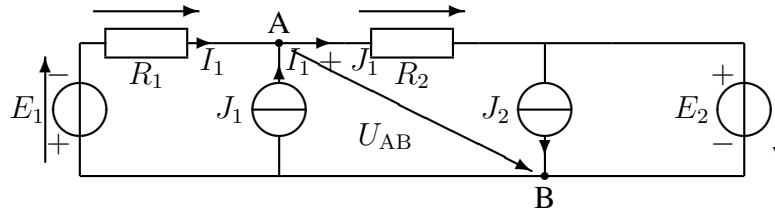


Tulokset tulevat **Mycoon** ylihuomenna, ratkaisut heti.

1. välikoe 19.10.2015. **Saat vastata vain neljään tehtävään!**

Sallitut: Kako, [gr.] laskin, [MAOL], [sanakirjan käytöstä on sovittava valvojan kanssa!]

1. Laske jännite U_{AB} . $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 14 \text{ V}$, $J_1 = 3 \text{ A}$, $J_2 = 1 \text{ A}$.



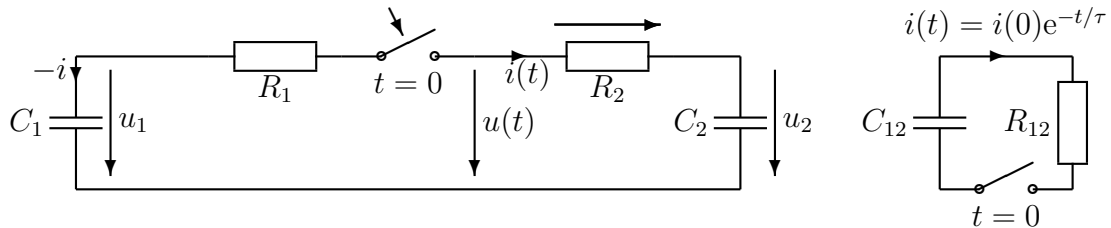
$$E_1 + R_1 I_1 + U_{AB} = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{-E_1 - U_{AB}}{R_1} \quad (1)$$

$$-U_{AB} + R_2(I_1 + J_1) + E_2 = 0 \quad (2)$$

$$-U_{AB} + R_2 \frac{-E_1 - U_{AB}}{R_1} + R_2 J_1 + E_2 = 0 \quad (3)$$

$$U_{AB} = \frac{-R_2 \frac{E_1}{R_1} + R_2 J_1 + E_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = \frac{26 - 20}{3} = 2 \text{ V} \quad (4)$$

2. Kytkin suljetaan hetkellä $t = 0$. Laske jännite $u(t)$. Koska molemmissa kondensaattoreissa virta on sama, on jännitteillä sama aikavakio, mutta $\tau \neq R_1 C_1$. $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $C_1 = 4 \text{ F}$, $C_2 = 1 \text{ F}$, $U_{C01} = 10 \text{ V}$, $U_{C02} = 5 \text{ V}$.



Oikeanpuoleisesta kuvasta olisi saanut tuloksen helpommin (ks. $i(0)$ ja $\tau = R_{12}C_{12}$ alemmaa).
 $u(t) = R_2 i(t) + \frac{1}{C_2} \int_0^t i dt = R_2 i(0)e^{-t/\tau} + \frac{1}{C_2} \int_0^t i(0)e^{-t/\tau} dt = \frac{i(0)\tau}{C_2} + (R_2 - \frac{\tau}{C_2}) i(0)e^{-t/\tau}$.

Sama perinteisemmällä tyylillä:

$$u_1 = B_1 + A_1 e^{-t/\tau} \quad U_{C01} = B_1 + A_1 e^{-0/\tau} \quad (5)$$

$$u_2 = B_2 + A_2 e^{-t/\tau} \quad U_{C02} = B_2 + A_2 e^{-0/\tau} \quad (6)$$

Osoittautuu, että $B_1 = B_2$, mutta $A_1 \neq A_2$:

$$i = C_2 \frac{du_2}{dt} = -C_1 \frac{du_1}{dt} = -C_1 A_1 \frac{-1}{\tau} e^{-t/\tau} = C_2 A_2 \frac{-1}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (7)$$

$$C_1 A_1 = -C_2 A_2 \Rightarrow A_1 = -\frac{C_2}{C_1} A_2 \quad (8)$$

$$-u_1 + R_1 i + R_2 i + u_2 = 0 \quad (9)$$

$$-(B_1 + A_1 e^{-t/\tau}) + (R_1 + R_2) C_2 A_2 \frac{-1}{\tau} e^{-t/\tau} + B_2 + A_2 e^{-t/\tau} = 0 \quad (10)$$

$$\underbrace{(B_2 - B_1)}_0 + \underbrace{\left((R_1 + R_2) C_2 A_2 \frac{-1}{\tau} + A_2 + \frac{C_2}{C_1} A_2 \right)}_0 e^{-t/\tau} = 0 \quad (11)$$

$$\text{mnt: } B_2 = B_1 \quad \text{jht: } (R_1 + R_2) C_2 A_2 \frac{1}{\tau} = \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) A_2 \quad (12)$$

$$\tau = (R_1 + R_2) \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = R_{12} C_{12} = 8 \quad (13)$$

mikä on siis vastusten ja konkkien sarjaankytkentöjen tulo.

$$U_{C01} = B_1 - \frac{C_2}{C_1} A_2 \quad (14)$$

$$U_{C02} = B_2 + A_2 \quad (15)$$

$$U_{C02} - U_{C01} = \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) A_2 \Rightarrow A_2 = \frac{-5}{1,25} = -4 \quad (16)$$

$$B_2 = U_{C02} - A_2 = 9 \quad (17)$$

$$u(t) = R_2 i + u_2 = R_2 C_2 A_2 \frac{-1}{\tau} e^{-t/\tau} + B_2 + A_2 e^{-t/\tau} = 9 - 1 e^{-t/\tau} \quad (18)$$

Nähdään, että $i(0) = -C_2 A_2 / \tau = \frac{U_{C01} - U_{C02}}{R_1 + R_2} = 0,5$ A ja vastusten alkujännitteet $U_{R_1}(0) = 2$ V ja $U_{R_2}(0) = 3$ V. Tämä siis vain tarkistuksena. Loppujännite $u(\infty) = u_1(\infty) = u_2(\infty)$ nousee ehkä vähän yllättäen 9 volttiin.

Varaus alussa: $Q_1 = C_1 U_{C01} = 40$ As ja $Q_2 = C_2 U_{C02} = 5$ As. Varaus lopussa: $Q_1 = C_1 u_1(\infty) = 36$ As ja $Q_2 = C_2 u_2(\infty) = 9$ As. Molemmissa yhteensä 45 As. Varausta ei tosiaankaan katoa; elektronit eivät sinkoile ulos piiristä! Silti vastuksissa kuluu tehoa ja siis myös energiaa, häviöt:

$$W_h = \int p(t) dt = \int_0^\infty (R_1 + R_2) i^2 dt = \int_0^\infty (R_1 + R_2) \left(C_2 A_2 \frac{-1}{\tau} e^{-t/\tau}\right)^2 dt \quad (19)$$

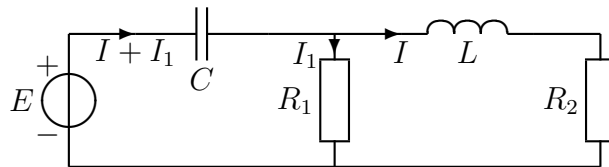
$$= \int_0^\infty 10 \cdot 0,5^2 e^{-2t/\tau} dt = \int_0^\infty 2,5 \frac{-\tau}{2} e^{-2t/\tau} dt = 10 \text{ J} \quad (20)$$

Alkuenergia: $W(0) = \frac{1}{2} C_1 \cdot U_{C01}^2 + \frac{1}{2} C_2 \cdot U_{C02}^2 = 212,5$ J

Loppuenergia: $W(\infty) = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \cdot u(\infty)^2 = 202,5$ J = $W(0) - W_h$

Kytkin ei tässä aiheuta kipinähäviöitä toisin kuin häviöttömissä kondensaattoriverkoissa, joissa vastuksia ei ole; niissä "energia ei näennäisesti säily" kytkintä käännettäessä.

3. Laske virta I . $E = 18 - 6j$ V, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $L = 0,2$ H, $C = 50$ mF, $\omega = 10$ rad/s.



$$\begin{cases} -R_1 I_1 + j\omega L I + R_2 I = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{j\omega L + R_2}{R_1} I \\ -E + \frac{1}{j\omega C} (I_1 + I) + R_1 I_1 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

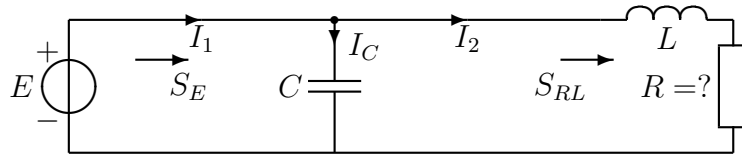
$$-E - j \frac{1}{\omega C} I + \left(R_1 - j \frac{1}{\omega C}\right) \frac{j\omega L + R_2}{R_1} I = 0 \quad (22)$$

$$I = \frac{E}{\left(R_1 - j \frac{1}{\omega C}\right) \frac{j\omega L + R_2}{R_1} - j \frac{1}{\omega C}} \quad (23)$$

$$= \frac{18 - 6j}{(4 - j2) \frac{j^2 + 2}{4} - j2} = \frac{18 - 6j}{3 - j} = \frac{6\sqrt{10} \angle -18,4^\circ}{\sqrt{10} \angle -18,4^\circ} \quad (24)$$

$$= 6 \angle 0^\circ \text{ A} \quad (25)$$

4. Laske $|I_2|$ ja jännitelähteen kompleksinen teho S_E , jos $S_{RL} = 16 + 8j$ VA. $L = 0,1$ H, $C = 0,01$ F, $\omega = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Valitse: $I_2 = |I_2| \angle 0^\circ$.



$$S_{RL} = EI_2^* = (R + j\omega L)I_2I_2^* = (R + j\omega L)|I_2|^2 \quad (26)$$

$$\Rightarrow |I_2|^2 = \frac{16 + 8j}{R + j\omega L} = |I_2|^2 \angle 0^\circ \Rightarrow R = 2\omega L = 4 \quad (27)$$

$$|I_2|^2 = 4 \Rightarrow I_2 = 2 \angle 0^\circ \quad (28)$$

$$E = (R + j\omega L)I_2 = (4 + j2)2 = 8 + j4 \quad (29)$$

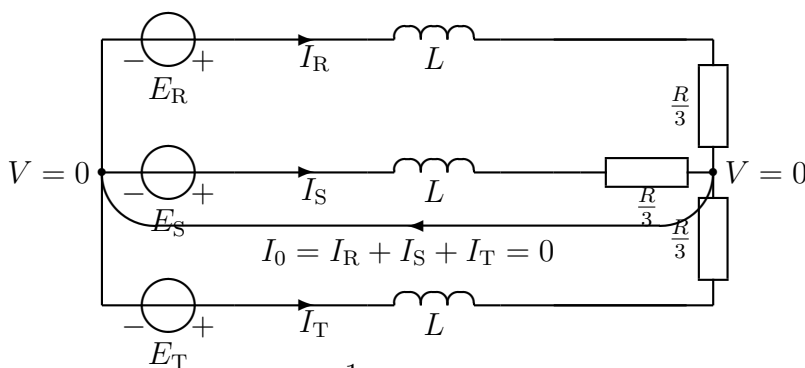
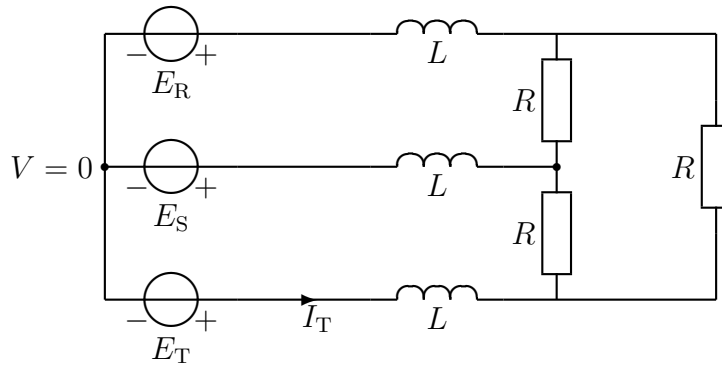
$$I_C = j\omega CE = j0,2 \cdot (8 + j4) = -0,8 + 1,6j \quad (30)$$

$$I_1 = I_C + I_2 = -0,8 + 1,6j + 2 = 1,2 + 1,6j \quad (31)$$

$$S_E = EI_1^* = (8 + j4)(1,2 - 1,6j) = 16 - j8 \text{ VA} \quad (32)$$

Näillä lukuarvoilla sattumalta $Q_1 = -Q_2$. Koska loistehon merkki muuttui, kyseessä on ylikompensointi: kondensaattori on liian suuri. Olisikohan puolet pienempi konkka ollut optimaalinen?

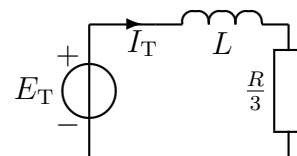
5. Jos lasket tämän tehtävän, jätä yksi tehtävistä 1–4 pois! Laske virta I_T yksivaiheisen sijaiskytkennän avulla. $E_R = 230 \angle 0^\circ$ V, $R = 45 \Omega$, $L = 0,3/\pi$ H, $\omega = 100\pi$ rad/s



$$R_Y = \frac{1}{3}R_\Delta$$

$$E_T = E_R \angle -240^\circ \quad (34)$$

$$I_T = \frac{E_T}{j\omega L + \frac{R}{3}} = \frac{230 \angle -240^\circ}{15 + j30} = \frac{230 \angle -240^\circ}{33,6 \angle 63,4^\circ} = 6,86 \angle \underbrace{-303,4^\circ}_{56,6^\circ} \text{ A} \quad (35)$$



Huomaa, että samanpotentiaalisten $V = 0$ -pisteiden yhdistäminen on 3v-järjestelmässä sallittua, koska yhdysjohdon kautta ei ala kulkea virtaa: virtatasapaino ei häiriinny. Operaatiovahvistinpiireissä (kurssin 2. puoliskolla) virtatasapaino häiriintyisi, jos opan tulonavat + ja - yhdistettäisiin.