Klassinen dynamiikka: Luento 2

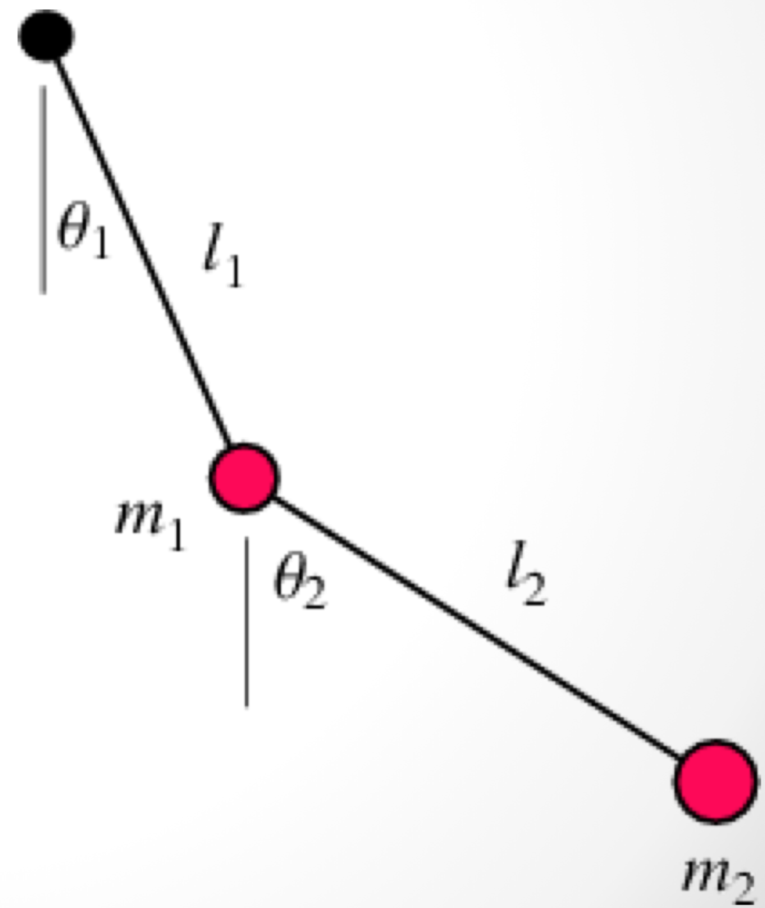
Martikainen Jani-Petri

Oppimistavoitteet tänään

- Ymmärrät mitä inertiaalisella ja ei-inertiaalisella koordinaatistolla tarkoitetaan ja miksi ne ovat merkityksellisiä
- Newtonin lait ja Galilein muunnos
- Sovelletaan Newtonin lakeja ja muunnoksia ei inertiaaliseen koordinaatistoon parilla esimerkillä

Warm up Newton: kaksoisheiluri

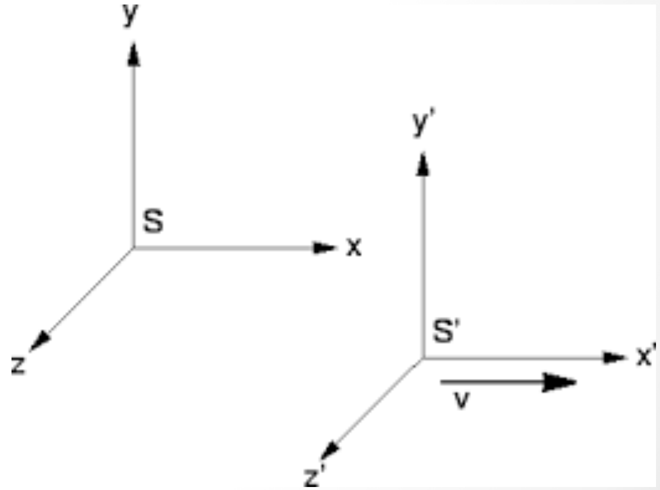
- Newtonin tavalla
- Tehdään yhdessä



Galilein muunnos

- Miten Newtonin mekaniikassa siirrytään inertiaalikoordinaatistosta toiseen
- Jos uusi koordinaatisto liikkuu x-suuntaan nopeudella v…

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t. \end{aligned}$$



- Yleisesti

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{v}t$$

$$t' = t$$

Kaikki samaa mieltä ajasta ja suhteellisista koordinaateista

Galilein muunnos

- **Newtonin II invariantti Galilein muunnoksessa, koska….(muistiinpanot)**
- Aaltoyhtälö ei ole invariantti Galilein muunnoksessa (**laskarit**)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Aallon nopeus riippuu siis havaitsijan liikkeestä

Galilein muunnos

- Voidaan esittää myös matriisin avulla…unohdetaan nyt y ja z komponentit selvyyden vuoksi…

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -v \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$$

- Kaksi perättäistä muunnosta (v1 ja v2 nopeudet)? **Do it!**

$$\begin{pmatrix} x'' \\ t'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -v_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -v_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$$

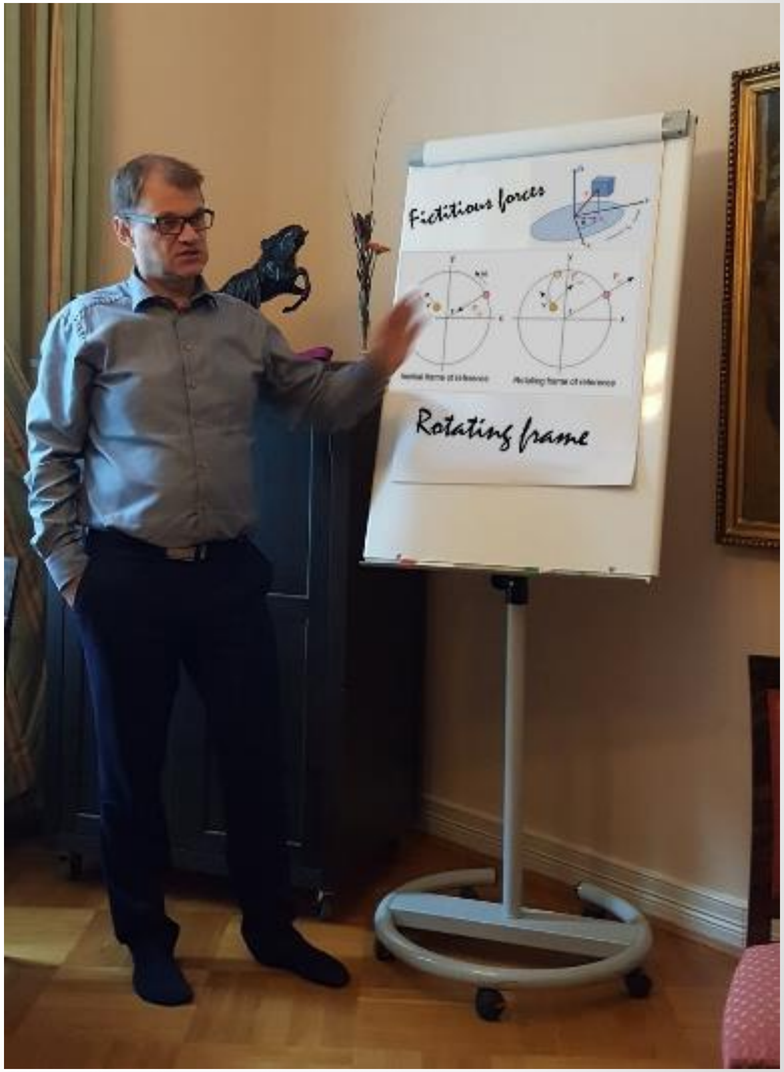
- **Vastaus: nopeuksien yhteenlasku** $\begin{pmatrix} x'' \\ t'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -(v_1 + v_2) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$

Ei-inertiaaliset koordinaatistot

Ovat kiihtyvässä liikkeessä.

Näin ollen hiukkanen voi esim. muuttaa nopeuttaan ilman ulkoista voimaakin

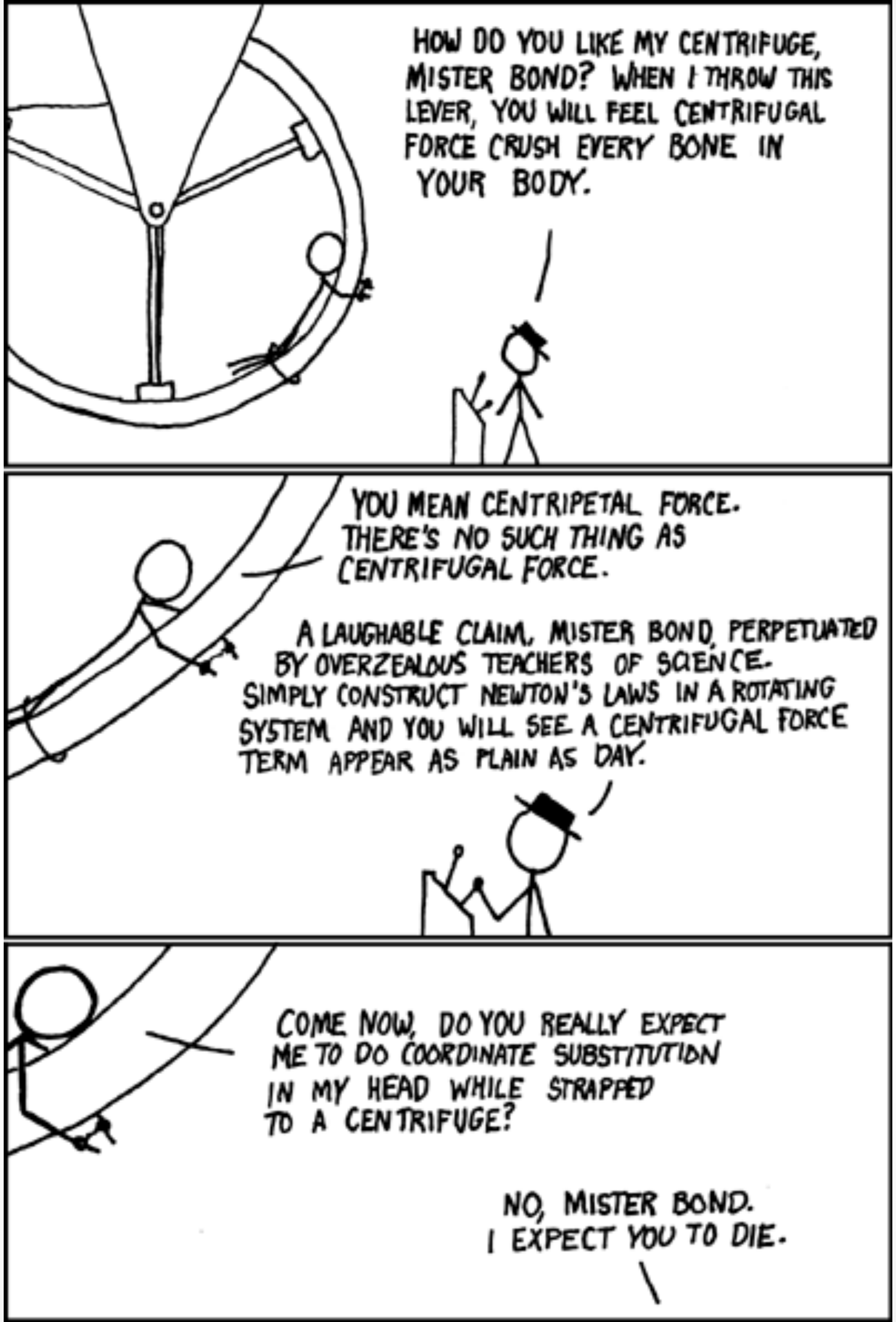
https://www.youtube.com/watch?v=dt_XJp77-mk



Kiihtyvässä liikkeessä olevat koordinaatistot: HOWTO

- Newtonin lait yksinkertaisia inertiaali koordinaatistoissa
- Kun siirrymme ei-inertiaaliseen koordinaatistoon, uusia yllättäviä termejä voi ilmestyä liikeyhtälöihin
- **Nämä ovat näennäisvoimia (fictitious forces)**
- **Esimerkkejä?**

keskipakoisvoima, Coriolis voima


HOW DO YOU LIKE MY CENTRIFUGE, MISTER BOND? WHEN I THROW THIS LEVER, YOU WILL FEEL CENTRIFUGAL FORCE CRUSH EVERY BONE IN YOUR BODY.
YOU MEAN CENTRIPETAL FORCE. THERE'S NO SUCH THING AS CENTRIFUGAL FORCE.
A LAUGHABLE CLAIM, MISTER BOND, PERPETUATED BY OVERZEALOUS TEACHERS OF SCIENCE. SIMPLY CONSTRUCT NEWTON'S LAWS IN A ROTATING SYSTEM AND YOU WILL SEE A CENTRIFUGAL FORCE TERM APPEAR AS PLAIN AS DAY.
COME NOW, DO YOU REALLY EXPECT ME TO DO COORDINATE SUBSTITUTION IN MY HEAD WHILE STRAPPED TO A CENTRIFUGE?
NO, MISTER BOND. I EXPECT YOU TO DIE.

Keskihakuvoima on oikea

Mihin keskihakuvoima muuten osoittaa?

Kiihtyvät koordinaatistot

- Newtonin laki kiihtyvässä/pyörivässä koordinaatistossa 10.2
- Muistiinpanot/kirja… **V** on mikä tahansa vektori, **ω** **kulma**nopeus vektori inertiaali koordinaatistossa

$$\left(\frac{d\mathbf{V}}{dt}\right)_{inertial} = \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt}\right)_{body} + \omega \times \mathbf{V}$$

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{inertial} = \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{body}$$

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_{inertial} = \left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_{body} + 2\omega \times \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{body} + \frac{d\omega}{dt} \times \mathbf{r} + \omega \times (\omega \times \mathbf{r})$$

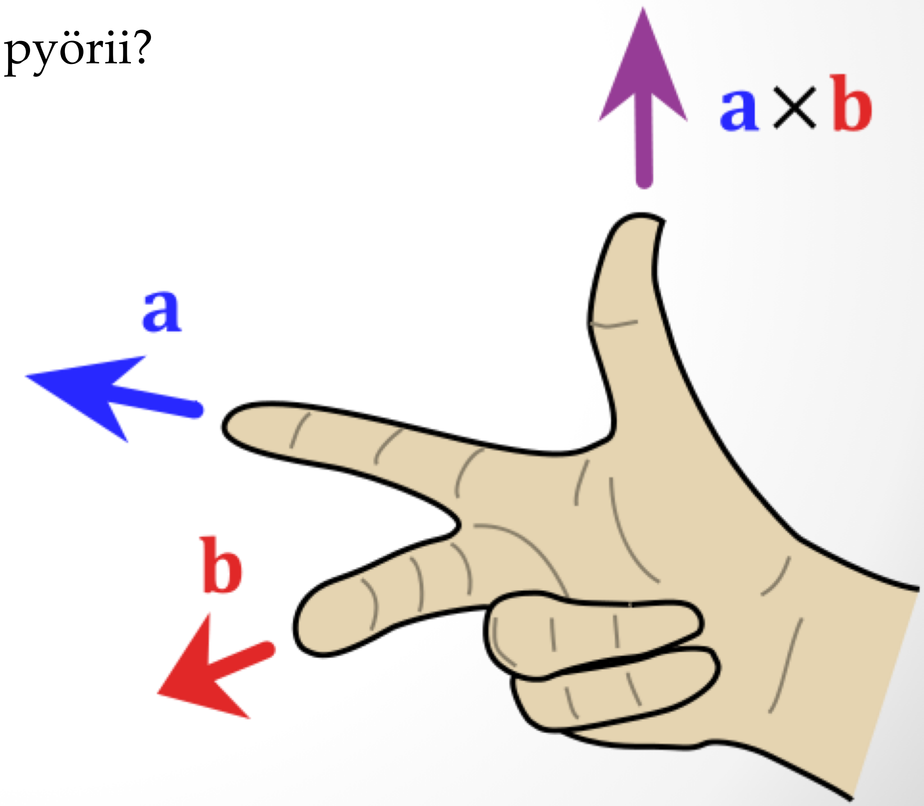
Ei-inertiaalikoordinaatistot

- Not magic!
- Koordinaattimuunnos tuottaa liikeyhtälöön uusia termejä
- Ei kuitenkaan uusia vuorovaikutuksia eli siinä mielessä ”näennäisiä”
- …Jos olet jumissa kiihtyvässä koordinaatistossa, joudut kuitenkin elämään niiden kanssa.

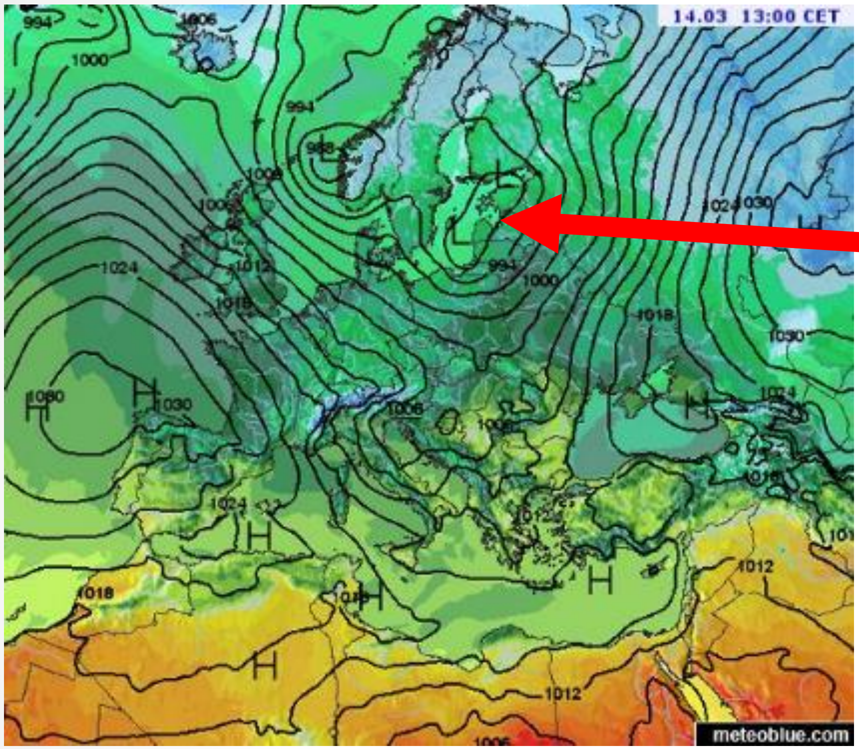
Kiihtyvässä liikkeessä olevat koordinaatistot

- Esimerkkejä…

Mihin suuntaan maapallo muuten pyörii?



Esimerkki



Mihin suuntaan ilma kiertää Matalapaineen kohdalla?

Vihjeitä:

- Ilma pyrkii täyttämään matalamman paineen alueen

$$Coriolis = -2m(\omega \times \mathbf{v})$$

Maa: case study

- Inertiaalikoordinaatisto aurinko keskellä
- Ei-inertiaalinen pyörivään maahan origo maan keskellä
- Maa auringon ympäri 32x10^7 s
- Maa itsensä ympäri 8.62x10^4 s
- Maan painovoima suhteessa aurinkoon noin 1660x suurempi
- Kappaleen liike…

$$m\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_e = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}' - 2m\omega \times \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_e - \omega \times (\omega \times \mathbf{r})$$

- Esimerkkejä…
- Kappele puntarissa--> geoidin idea
- Putoava kappale

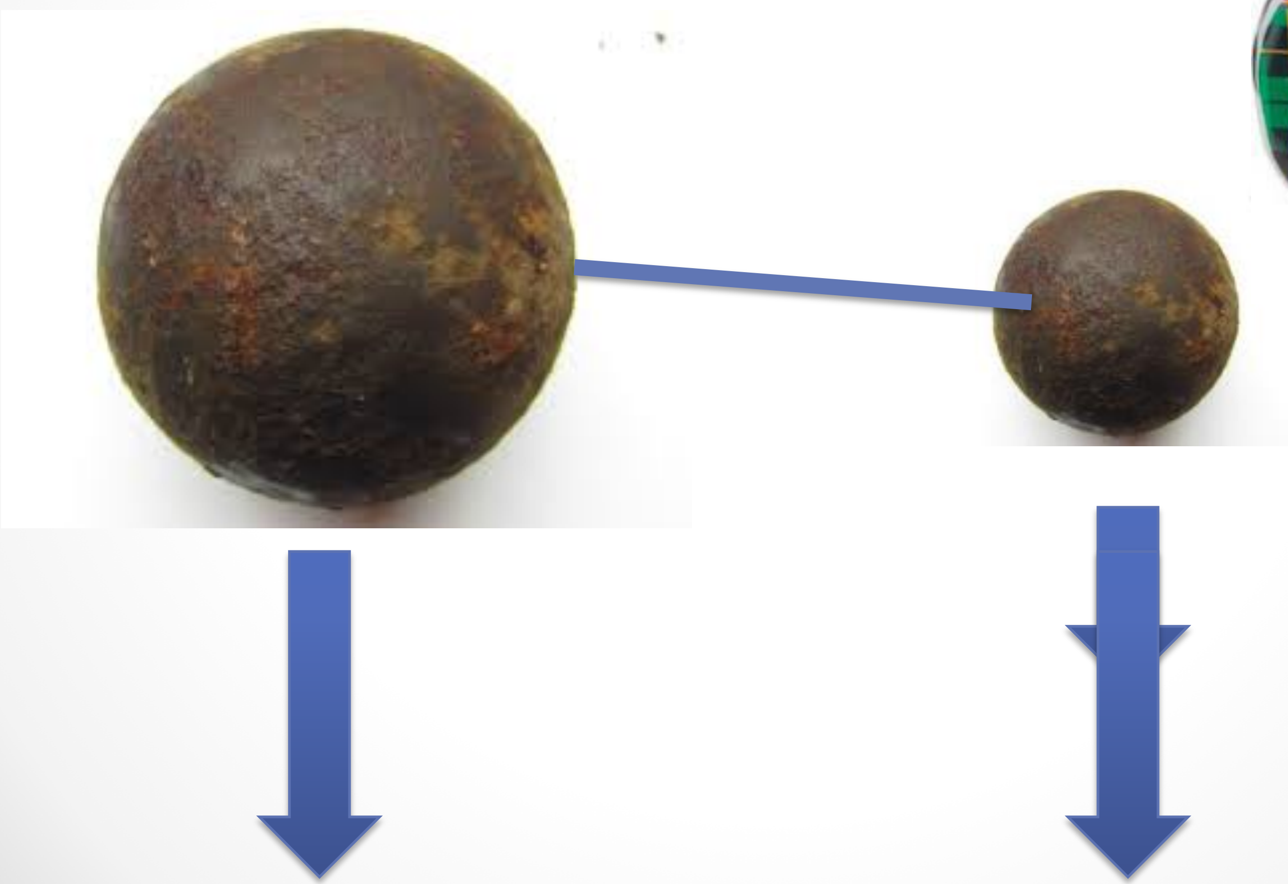
Ensi viikolla

- Yleistetyt koordinaatit
- Rajoitteet
- D'Alambertin periaate
- Lagrangen yhtälö ja Lagrangen funktio

Galileon ajatuskoe

(Simon Stevin huomasi tämän kokeellisesti 18v ennen Galileo Galileita)

- Putoavat samalla kiihtyvyydellä



??????